

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Саровский физико-технический институт -

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Прикладной математики»

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФТФ, член корр. РАН, д.ф-м.н.

_____ **А.К. Чернышев**

« ____ » _____ **2022 г.**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Функциональный анализ

наименование дисциплины

Направление подготовки (специальность)	<u>01.03.02 Прикладная математика и информатика</u>
Наименование образовательной программы	<u>Высокопроизводительные вычисления и технологии параллельного программирования</u>
Квалификация (степень) выпускника	<u>бакалавр</u>
Форма обучения	<u>очная</u>

Программа одобрена на заседании кафедры

Зав. кафедрой ПМ, д.ф-м.н.

_____ **Р.М. Шагалиев**

протокол № от

20 г.

« ____ » _____ **2022 г.**

г. Саров, 2022 г.

Программа переутверждена на 202____/202____ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Семестр	В форме практической подготовки	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	КР/КП	Форма(ы) контроля, экз./зач./ЗСО/	Интерактивные часы
6	32	2	72	16	32	-	24	-	Зач	8
7	16	3	108	16	16	-	49	-	Э 27	8
ИТОГО	48	5	180	32	48	-	73	-	27	16

АННОТАЦИЯ

Функциональный анализ — математическая дисциплина, основным предметом которой является изучение бесконечномерных, как правило, векторных пространств и их отображений. В пионерских исследованиях исходными элементами (переменными) были функции, а функция от такого аргумента называлась функционалом или функциональной операцией.

Дисциплина посвящена полным метрическим пространствам и линейным функционалам и операторам: понятие базиса линейного нормированного пространства; конечномерные и бесконечномерные пространства; сепарабельность и полнота метрического пространства; линейные функционалы и операторы, нормы функционала и оператора; евклидовы пространства.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины - получение знаний об основах функционального анализа, установление связи исследуемых теоретических задач с практическими задачами (из теории дифференциальных и интегральных уравнений, численных методов и др.).

Основные задачи дисциплины состоят в следующем: показать, что, объединяя алгебраический и геометрический подходы к исследованию множеств функций и более общих множеств, можно получить достаточно общие и содержательные результаты; указать возможность применения результатов функционального анализа к исследованию дифференциальных уравнений; выявить и продемонстрировать существующую связь между собой ряда теорем классического математического анализа, отобразив их на основные принципы функционального анализа.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина «Функциональный анализ» (Б1.В.01) входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла.

Изучение функционального анализа требует от студентов знаний по математическому анализу, линейной алгебре. Знание ряда разделов функционального анализа (теории меры и интеграла Лебега) необходимо для последующего изучения теории вероятностей. Знание функционального анализа позволяет взглянуть по-новому на целый ряд разделов дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, численных методов.

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Ожидается, что в результате освоения дисциплины студент приобретет следующие компетенции:

Профессиональные компетенции (ПК)

в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
Тип задачи профессиональной деятельности: научно-исследовательский			
разработка и использование математических, информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно исследовательских, опытно конструкторских работ	математическое моделирование и высокопроизводительные вычисления в задачах механики сплошной среды и физики высоких плотностей энергии; разработка прикладных программных комплексов; разработка высокопроизводительных ЭВМ и программного обеспечения для них; компьютерное сопровождение и обработка результатов физических экспериментов	ПК-2 Способен понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт «40.011. Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»	З-ПК-2 знать современный математический аппарат, используемый при описании, решении и анализе различных прикладных задач У-ПК-2 использовать современный математический аппарат для построения математических моделей и алгоритмов решения различных прикладных задач В-ПК-2 владеть навыками применения современного математического аппарата для построения математических моделей различных процессов, для обработки экспериментальных, статистических и теоретических данных, для разработки новых алгоритмов и методов исследования задач различных типов

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ*

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					Максимальный балл (см. п. 5.3)
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	
			16	32	-	24		
Семестр 6								
Раздел 1. Теория меры								
1.1	Тема 1. Вводная лекция	1	2			3	УО	5
1.2	Тема 2. Элементы теории множеств	1	2	4		3	УО	5
1.3	Тема 3. Системы множеств, определение меры	2-3	2	4		3	УО	5
1.4	Тема 4. Лебеговское продолжение меры	4	2	6		3	УО	5
Раздел 2. Интеграл Лебега								
2.1	Тема 1. Измеримые функции.	5-6	2	4		3	УО	
2.2	Тема 2. Интеграл Лебега	7-8	2	4		3	УО	5
Рубежный контроль		8					РЗ	10
Раздел 3. Топологические пространства. Метрические пространства								
3.1	Тема 1. Топологические пространства	9-13	2	6		3	УО	
3.2	Тема 2. Метрические пространства	14-16	2	4		3	УО	5
Рубежный контроль		16					РЗ	10
Промежуточная аттестация						Зачет	-	45
Посещаемость								5
Итого:			16	32	-	24	-	100

Семестр 7

Раздел 4. Линейные нормированные пространства, линейные операторы

4.1.	Тема 1. Линейные топологические пространства	1-2	2	2		8	УО	5
4.2.	Тема 2. Линейные операторы, линейные функционалы	3-4	4	2		8	УО	5
4.3.	Тема 3. Топологии в пространствах линейных операторов	5-6	2	4		8	УО	5
4.4.	Тема 4. Компактные операторы в банаховых пространствах	7-8	2	2		8	УО	5
Рубежный контроль		8					РЗ	10

Раздел 5. Гильбертовы пространства

5.1.	Тема 1. Гильбертовы пространства	9-13	2	4		8	УО	5
5.2.	Тема 2. Операторы в гильбертовых пространствах	14-16	4	2		9	УО	5
Рубежный контроль		16					РЗ	10
Промежуточная аттестация						Экзамен	27	45
Посещаемость								5
Итого:			16	16	-	49	27	100

*Сокращение наименований форм текущего, рубежного и промежуточного контроля:

УО – устный опрос

РЗ – решение задач

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
6 семестр		
Раздел 1. Теория меры		
1.1	Тема 1. Вводная лекция	Вводная лекция
1.2	Тема 2. Элементы теории множеств	Понятие множества. Операции над множествами. Отображения, прообразы, операции над прообразами. Отношения, отношения порядка, отношения эквивалентности. Эквивалентность и мощность множеств. Счётные множества, несчётность $[0,1]$. Теорема Кантора – Бернштейна
1.3	Тема 3. Системы множеств, определение меры	Системы множеств, определение меры. Системы множеств: полукольцо, кольцо, алгебра. Теорема о минимальном кольце, порождённом полукольцом. σ -кольцо, δ -кольцо, σ -алгебра. Определение меры. Мера на полукольце. Продолжение на кольцо. Оценки сверху и снизу для меры объединения. Счётная аддитивность меры на полукольце, кольце. Счётная аддитивность плоской меры Лебега на элементарных множествах
1.4	Тема 4. Лебеговское продолжение меры	Лебеговское продолжение меры. Внешняя мера, полуаддитивность внешней меры. Измеримые множества, теорема об образовании ими кольца. Лебеговская σ -алгебра. Пример неизмеримого множества, понятие об аксиоме выбора. Продолжение конечной и σ -конечной меры, заданной на кольце, на σ -алгебру. Борелевская σ -алгебра. Свойство полноты меры, пополнение борелевской σ -алгебры – лебеговское
Раздел 2. Интеграл Лебега		
2.1	Тема 1. Измеримые функции.	Измеримые функции. Действия над измеримыми функциями. Виды сходимости функций, свойства пределов измеримых функций. Взаимосвязь между видами сходимости, теорема Егорова. Теорема Лузина
2.2	Тема 2. Интеграл Лебега	Интеграл Лебега. Простые функции, критерий их измеримости. Определение интеграла от простой функции по измеримому множеству, его свойства (линейность, монотонность). Определение интеграла (Лебега) измеримой функции, его свойства. Счётная аддитивность и абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Заряд, абсолютная непрерывность зарядов (теорема Радона – Никодима). Переход к пределу под знаком интеграла Лебега: теорема Лебега о мажорируемой сходимости, теорема Леви о монотонной сходимости, лемма Фату об ограниченной сходимости. Связь между интегралом Римана и интегралом Лебега. Меры и интегралы Лебега – Стильеса на прямой. Свойства монотонных функций. Прямое произведение измеримых пространств. Теорема Фубини

Раздел 3. Топологические пространства. Метрические пространства

3.1	Тема 1. Топологические пространства	Топология, база топологии, локальная база. Открытые и замкнутые множества, замыкание и внутренняя часть множества. Непрерывность отображений топологических пространств. Сходимость последовательностей в топологических пространствах. Предкомпактность, компактность. Непрерывные функции на компактных множествах в топологических пространствах (теорема Вейерштрасса). Сепарабельность топологических пространств. Всюду плотные и нигде неплотные множества. Аксиомы отделимости топологических пространств. Аксиомы счётности. Связь сепарабельности со второй аксиомой счётности
3.2	Тема 2. Метрические пространства	Метрические пространства. Топология, порождаемая метрикой. Метризуемость топологических пространств (теорема Урысона). Топологические понятия на языке метрических пространств. Фундаментальные последовательности в метрических пространствах. Пространство непрерывных функций на отрезке. Гёльдеровы пространства интегрируемых функций. Неравенства Юнга, Гёльдера, Минковского. Полные метрические пространства: теорема о пополнении, теорема о вложенных шарах, теорема Бэра, принцип сжимающих отображений. Модификация принципа сжимающих отображений для компактных пространств. Исследование полноты и сепарабельности $C[a,b]$, $L_p[a,b]$, ℓ_p . Компактность в метрических пространствах, предкомпактность, критерий предкомпактности. Компактность в $C[a,b]$, $L_p[a,b]$, ℓ_p

7 семестр

Раздел 4. Линейные нормированные пространства, линейные операторы

4.1	Тема 1. Линейные топологические пространства	Линейные топологические пространства. Линейные топологические пространства. Построение базы топологии в линейном топологическом пространстве по локальной базе. Норма и полунорма в линейном пространстве. Банаховы пространства
4.2	Тема 2. Линейные операторы, линейные функционалы	Линейные операторы, линейные функционалы. Эквивалентность непрерывности и ограниченности линейных операторов. Норма в пространстве линейных непрерывных операторов. Сопряженное пространство, его полнота. Подпространства, линейная независимость, размерность, коразмерность. Геометрическая интерпретация линейных функционалов. Согласованность полунорм с топологией, полинормированные пространства. Выпуклость. Поглощающие множества. Локально выпуклые пространства. Функционал Минковского, его свойства. Теорема Колмогорова о полинормируемости локально выпуклого пространства. Теорема о продолжении линейного функционала (Хан – Банах) в банаховых пространствах. Изометрия естественного вложения

		пространства во второе сопряжённое. Рефлексивные пространства. Нереплексивность ℓ_1 . Пространства, сопряжённые к ℓ_p . Принцип равномерной ограниченности (Банах — Штейнгауз). Теорема об обратном операторе (Банах).
4.3	Тема 3. Топологии в пространствах линейных операторов	Топологии в пространствах линейных операторов. Равностепенная непрерывность системы операторов. Слабая топология в нормированном пространстве, *-слабая топология в сопряжённом пространстве. Связь сильной топологией (порождённой нормой). *-слабая полнота сопряжённого пространства. Некомпактность единичного шара в бесконечномерном пространстве в сильной топологии, его компактность в слабой топологии (доказательство - в сепарабельном случае).
4.4	Тема 4. Компактные операторы в банаховых пространствах	Компактные операторы в банаховых пространствах. Сохранение свойства компактности оператора при суперпозиции с непрерывными операторами. Действие компактного оператора на слабо сходящиеся последовательности.
Раздел 5. Гильбертовы пространства		
5.1	Тема 1. Гильбертовы пространства	Скалярное произведение; норма, порождённая скалярным произведением. Тождество параллелограмма. Введение скалярного произведения в нормированном пространстве. Лемма о минимизации расстояния от точки до выпуклого замкнутого множества. Подпространства в гильбертовом пространстве. Ортогональное дополнение, его замкнутость. Представление гильбертова пространства в виде прямой суммы замкнутого подпространства и ортогонального дополнения к нему. Теорема о представлении линейного непрерывного функционала на гильбертовом пространстве (Рисса – Фишера). Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ортонормированный базис. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Существование и равномогность всех ортонормированных базисов в гильбертовом пространстве (сепарабельный случай). Ортогонализация Грама - Шмидта. Изоморфизм гильбертовых пространств с равномогными базисами
5.2	Тема 2. Операторы в гильбертовых пространствах	Операторы в гильбертовых пространствах. Самосопряжённые, нормальные, унитарные операторы в гильбертовом пространстве. Спектр оператора. Компактные операторы в гильбертовом пространстве. Неограниченные линейные операторы в гильбертовом пространстве: расширение понятия самосопряжённости. Функции от самосопряжённых операторов (понятие о спектральной теореме)

Практические/семинарские занятия

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
6 семестр		
Раздел 1. Теория меры		
1.2	Тема 2. Элементы теории множеств	Понятие множества. Операции над множествами. Отображения, прообразы, операции над прообразами. Отношения, отношения порядка, отношения эквивалентности. Эквивалентность и мощность множеств. Счётные множества, несчётность $[0,1]$. Теорема Кантора – Бернштейна
1.3	Тема 3. Системы множеств, определение меры	Системы множеств, определение меры. Системы множеств: полукольцо, кольцо, алгебра. Теорема о минимальном кольце, порождённом полукольцом. σ -кольцо, δ -кольцо, σ -алгебра. Определение меры. Мера на полукольце. Продолжение на кольцо. Оценки сверху и снизу для меры объединения. Счётная аддитивность меры на полукольце, кольце. Счётная аддитивность плоской меры Лебега на элементарных множествах
1.4	Тема 4. Лебеговское продолжение меры	Лебеговское продолжение меры. Внешняя мера, полуаддитивность внешней меры. Измеримые множества, теорема об образовании ими кольца. Лебеговская σ -алгебра. Пример неизмеримого множества, понятие об аксиоме выбора. Продолжение конечной и σ -конечной меры, заданной на кольце, на σ -алгебру. Борелевская σ -алгебра. Свойство полноты меры, пополнение борелевской σ -алгебры – лебеговское
Раздел 2. Интеграл Лебега		
2.1	Тема 1. Измеримые функции.	Измеримые функции. Действия над измеримыми функциями. Виды сходимости функций, свойства пределов измеримых функций. Взаимосвязь между видами сходимости, теорема Егорова. Теорема Лузина
2.2	Тема 2. Интеграл Лебега	Интеграл Лебега. Простые функции, критерий их измеримости. Определение интеграла от простой функции по измеримому множеству, его свойства (линейность, монотонность). Определение интеграла (Лебега) измеримой функции, его свойства. Счётная аддитивность и абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Заряд, абсолютная непрерывность зарядов (теорема Радона – Никодима). Переход к пределу под знаком интеграла Лебега: теорема Лебега о мажорируемой сходимости, теорема Леви о монотонной сходимости, лемма Фату об ограниченной сходимости. Связь между интегралом Римана и интегралом Лебега. Меры и интегралы Лебега – Стильеса на прямой. Свойства монотонных функций. Прямое произведение измеримых пространств. Теорема Фубини

Раздел 3. Топологические пространства. Метрические пространства		
3.1	Тема 1. Топологические пространства	Топология, база топологии, локальная база. Открытые и замкнутые множества, замыкание и внутренняя часть множества. Непрерывность отображений топологических пространств. Сходимость последовательностей в топологических пространствах. Предкомпактность, компактность. Непрерывные функции на компактных множествах в топологических пространствах (теорема Вейерштрасса). Сепарабельность топологических пространств. Всюду плотные и нигде неплотные множества. Аксиомы отделимости топологических пространств. Аксиомы счётности. Связь сепарабельности со второй аксиомой счётности
3.2	Тема 2. Метрические пространства	Метрические пространства. Топология, порождаемая метрикой. Метризуемость топологических пространств (теорема Урысона). Топологические понятия на языке метрических пространств. Фундаментальные последовательности в метрических пространствах. Пространство непрерывных функций на отрезке. Гёльдеровы пространства интегрируемых функций. Неравенства Юнга, Гёльдера, Минковского. Полные метрические пространства: теорема о пополнении, теорема о вложенных шарах, теорема Бэра, принцип сжимающих отображений. Модификация принципа сжимающих отображений для компактных пространств. Исследование полноты и сепарабельности $C[a,b]$, $L_p[a,b]$, ℓ_p . Компактность в метрических пространствах, предкомпактность, критерий предкомпактности. Компактность в $C[a,b]$, $L_p[a,b]$, ℓ_p
7 семестр		
Раздел 4. Линейные нормированные пространства, линейные операторы		
4.1	Тема 1. Линейные топологические пространства	Линейные топологические пространства. Линейные топологические пространства. Построение базы топологии в линейном топологическом пространстве по локальной базе. Норма и полунорма в линейном пространстве. Банаховы пространства
4.2	Тема 2. Линейные операторы, линейные функционалы	Линейные операторы, линейные функционалы. Эквивалентность непрерывности и ограниченности линейных операторов. Норма в пространстве линейных непрерывных операторов. Сопряженное пространство, его полнота. Подпространства, линейная независимость, размерность, коразмерность. Геометрическая интерпретация линейных функционалов. Согласованность полунорм с топологией, полинормированные пространства. Выпуклость. Поглощающие множества. Локально выпуклые пространства. Функционал Минковского, его свойства. Теорема Колмогорова о полинормируемости локально выпуклого пространства. Теорема о продолжении линейного функционала (Хан – Банах) в банаховых пространствах. Изометрия естественного вложения

		пространства во второе сопряжённое. Рефлексивные пространства. Нереплексивность ℓ_1 . Пространства, сопряжённые к ℓ_p . Принцип равномерной ограниченности (Банах — Штейнгауз). Теорема об обратном операторе (Банах).
4.3	Тема 3. Топологии в пространствах линейных операторов	Топологии в пространствах линейных операторов. Равностепенная непрерывность системы операторов. Слабая топология в нормированном пространстве, *-слабая топология в сопряжённом пространстве. Связь сильной топологией (порождённой нормой). *-слабая полнота сопряжённого пространства. Некомпактность единичного шара в бесконечномерном пространстве в сильной топологии, его компактность в слабой топологии (доказательство - в сепарабельном случае).
4.4	Тема 4. Компактные операторы в банаховых пространствах	Компактные операторы в банаховых пространствах. Сохранение свойства компактности оператора при суперпозиции с непрерывными операторами. Действие компактного оператора на слабо сходящиеся последовательности.
Раздел 5. Гильбертовы пространства		
5.1	Тема 1. Гильбертовы пространства	Скалярное произведение; норма, порождённая скалярным произведением. Тождество параллелограмма. Введение скалярного произведения в нормированном пространстве. Лемма о минимизации расстояния от точки до выпуклого замкнутого множества. Подпространства в гильбертовом пространстве. Ортогональное дополнение, его замкнутость. Представление гильбертова пространства в виде прямой суммы замкнутого подпространства и ортогонального дополнения к нему. Теорема о представлении линейного непрерывного функционала на гильбертовом пространстве (Рисса – Фишера). Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ортонормированный базис. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Существование и равномогность всех ортонормированных базисов в гильбертовом пространстве (сепарабельный случай). Ортогонализация Грама - Шмидта. Изоморфизм гильбертовых пространств с равномогными базисами
5.2	Тема 2. Операторы в гильбертовых пространствах	Операторы в гильбертовых пространствах. Самосопряжённые, нормальные, унитарные операторы в гильбертовом пространстве. Спектр оператора. Компактные операторы в гильбертовом пространстве. Неограниченные линейные операторы в гильбертовом пространстве: расширение понятия самосопряжённости. Функции от самосопряжённых операторов (понятие о спектральной теореме)

4.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов

1. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2006.
2. А.А. Кириллов, А.Д. Гвишиани. Теоремы и задачи функционального анализа. М.: Наука, 1988.
3. В.И. Богачёв, О.Г.Смолянов. Действительный и функциональный анализ. Ижевск: РХД, 2008.
4. В.В. Лебедев. Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Физматлит, 2005.
5. А.Я. Хелемский. Лекции по функциональному анализу. М.: Факториал, 2003.
6. В. Босс. Функциональный анализ. М.: УРСС, 2005.
7. Дж. Данфорд, Н. Шварц. Линейные операторы. Т. 1. Общая теория. М.: ИЛ. 1959.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

5.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Раздел	Темы занятий	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
Семестр 6				
Раздел 1	Тема 1. Вводная лекция	ПК-2	З-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 1
	Тема 2. Элементы теории множеств		З-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 1
	Тема 3. Системы множеств, определение меры		З-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 2-3
	Тема 4. Лебеговское продолжение меры		З-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 4
Раздел 2	Тема 1. Измеримые функции.	ПК-2	З-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 5-6
	Тема 2. Интеграл Лебега		З-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 7-8

Рубежный контроль		ПК-2	3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 8
Раздел 3	Тема 1. Топологические пространства	ПК-2	3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 9-13
	Тема 2. Метрические пространства		3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 14-16
Рубежный контроль		ПК-2	3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 16
Промежуточная аттестация		ПК-2	3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	Экзамен
Семестр 7				
Раздел 4	Тема 1. Линейные топологические пространства	ПК-2	3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 1-2
	Тема 2. Линейные операторы, линейные функционалы		3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 3-4
	Тема 3. Топологии в пространствах линейных операторов		3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 5-6
	Тема 4. Компактные операторы в банаховых пространствах		3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 7-8
Рубежный контроль		ПК-2	3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 8
Раздел 5	Тема 1. Гильбертовы пространства	ПК-2	3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 9-13
	Тема 2. Операторы в гильбертовых пространствах		3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 14-16
Рубежный контроль		ПК-2	3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 16
Промежуточная аттестация		ПК-2	3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	Экзамен

5.2. Примерные контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

5.2.1. Оценочные средства для текущего контроля

5.2.1.1. Примерные вопросы для устного опроса (УО)

1. Метрические пространства. Топология, порождаемая метрикой. Полные метрические пространства: теорема о вложенных шарах, принцип сжимающих отображений.
2. Линейные пространства. Нормы и полунормы в линейном пространстве. Задание метрики с помощью нормы.

3. Пространство R^n : определение нормы, полнота, сепарабельность, характеристика компактов.
4. Пространство $C[a,b]$: определение нормы, полнота, сепарабельность.
5. Характеризация компактов в $C[a,b]$ (теорема Арцела - Асколи).
6. Пространство $L_p(X,\mu)$, $1 \leq p \leq +\infty$. Определение нормы (неравенства Юнга, Гёльдера Минковского).
7. Полнота пространства $L_p(X,\mu)$ (теорема Рисса - Фишера).
8. Сепарабельность $L_p[a,b]$, $1 \leq p < +\infty$, несепарабельность $L_\infty[a,b]$.
9. Пространства ℓ_p , их полнота. Сепарабельность ℓ_p ($p < +\infty$). Характеризация компактов в ℓ_p при $1 \leq p < +\infty$.
10. Линейные операторы, линейные функционалы. Эквивалентность непрерывности и ограниченности линейных операторов. Норма в пространстве линейных непрерывных операторов.
11. Теорема Хана - Банаха о продолжении линейного оператора. Понятие об аксиоме выбора.
12. Сопряжённые пространства, их полнота. Определение сопряжённых к ℓ_p при $1 \leq p < +\infty$. Рефлексивность.
13. Слабая топология в линейном нормированном пространстве. Принцип равномерной ограниченности (Банаха - Штейнгауза). Сильная ограниченность слабо ограниченных множеств.
14. Теорема Банаха об обратном операторе.
15. Некомпактность единичного шара в бесконечномерном пространстве в сильной топологии. Слабая секвенциальная компактность единичного шара в рефлексивном пространстве (доказательство --- для случая сепарабельного сопряжённого пространства).
16. Компактные операторы в банаховых пространствах. Компактные операторы переводят слабо сходящиеся последовательности в сильно сходящиеся.
17. Гильбертовы пространства, неравенство Коши -- Буняковского -- Шварца, тождество параллелограмма, примеры. Лемма о минимизации расстояния от точки до выпуклого замкнутого множества. Ортогональное дополнение, его замкнутость.
18. Представление гильбертова пространства в виде прямой суммы замкнутого подпространства и ортогонального дополнения к нему. Теорема о представлении линейного непрерывного функционала на гильбертовом пространстве.
19. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ортонормированный базис. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.

5.2.2 Оценочные средства для рубежного контроля

5.2.2.1 Примерные варианты задач (РЗ)

1. Доказать включения а) $A \Delta B$ в $(A \Delta C) \cup (B \Delta C)$, б) $(A \Delta B) \Delta (C \Delta D)$ в $(A \Delta C) \cup (B \Delta D)$, в) $(A \cap B) \Delta (C \cap D)$ в $(A \Delta C) \cup (B \Delta D)$.
2. Расписать через операции над множествами A_n : а) $\{x: \text{для любого } n \text{ существует } k > n, \text{ такое что } x \text{ лежит в } A_k\}$; б) $\{x: \text{существует } n \text{ такое, что для всех } k > n \text{ } x \text{ лежит в } A_k\}$.
3. Пусть $f: X \rightarrow Y$, U - система подмножеств Y . Показать, что $R(f^{-1}(U)) = f^{-1}(R(U))$ (R обозначает наименьшее кольцо, порождённое системой множеств).
4. Пусть $f: X \rightarrow Y$, U - система подмножеств Y . Показать, что $\sigma(f^{-1}(U)) = f^{-1}(\sigma(U))$ (σ обозначает наименьшую σ -алгебру, порождённую системой множеств).
5. Показать, что $B(\mathbb{R}) = \sigma\{(-\infty, a], a - \text{рациональны}\}$ (для стандартного определения открытых множеств на действительной прямой \mathbb{R}).
6. Доказать что счётная аддитивность меры на кольце эквивалентна её полунепрерывности а) сверху; б) снизу.
7. Пусть мера μ определена на полукольце с единицей X . Доказать, что множество $A \subset X$ измеримо относительно лебеговского продолжения μ тогда и только тогда, когда $\mu^*(A) + \mu^*(X \setminus A) = \mu(X)$ (μ^* - соответствующая внешняя мера).
8. Пусть мера μ определена на полукольце с единицей X . Доказать, что множество $A \subset X$ измеримо относительно лебеговского продолжения μ тогда и только тогда, когда для любого $B \subset X$ $\mu^*(A \cap B) + \mu^*(B \setminus A) = \mu^*(B)$ (μ^* - соответствующая внешняя мера).
9. Пусть (X, \mathcal{A}, μ) - измеримое пространство, $A_n \in \mathcal{A}$ - последовательность измеримых множеств, таких что $\sum_n \mu(A_n) < \infty$. Доказать, что верхний предел множеств A_n измерим и его мера равна 0.
10. Рассмотрим систему подмножеств $S = \{(a, b] \times [0, 1], 0 \leq a < b \leq 1\}$ единичного квадрата $X = [0, 1] \times [0, 1]$. Доказать, что S - полукольцо, функция $\mu((a, b] \times [0, 1]) = (b - a)$ представляет собой счётно аддитивную меру на нём. Описать лебегово продолжение меры. Показать, что множество $[0, 1] \times [0, 1/2]$ - неизмеримо относительно этого продолжения (найти внешнюю меру этого множества).
11. Пусть $f: X \rightarrow Y$, \mathcal{X} σ -алгебра подмножеств X , U - система подмножеств Y . Показать, что $(\mathcal{X}, \sigma(U))$ -измеримость f эквивалентна тому, что $f^{-1}(U) \subset \mathcal{X}$.
12. Пусть f_1, \dots, f_n - измеримые функции из (R, \mathcal{L}) в (R, \mathcal{B}) , а h - борелевская из (R^n, \mathcal{B}_n) в (R, \mathcal{B}) . Доказать, что $h(f_1(x), \dots, f_n(x))$ — измеримая функция из (R, \mathcal{L}) в (R, \mathcal{B}) .
13. Построить лебеговское, но неборелевское подмножество отрезка $[0, 1]$.
14. Построить пример измеримой функции $f: (R, \mathcal{L}) \rightarrow (R, \mathcal{B})$ и борелевской $g: (R, \mathcal{B}) \rightarrow (R, \mathcal{B})$, таких что суперпозиция $f \circ g$ - неизмерима.

15. Показать, что любая измеримая функция на \mathbb{R} со стандартной мерой Лебега эквивалентна некоторой борелевской.
16. Показать, что для любой измеримой функции f на отрезке $[0,1]$ с мерой Лебега μ и любого $\varepsilon > 0$ существует C с $\mu(C) > 1 - \varepsilon$ и непрерывная на отрезке функция g такие что $f = g$ на C .
17. Показать, что свойство непрерывности отображения $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ эквивалентно тому, что $f^{-1}(U) \subset \mathbb{R}^n$ открыто для любого открытого $U \subset \mathbb{R}^m$.
18. Доказать, что $f: (X, \mathcal{X}) \rightarrow (R, \mathcal{B})$ - измерима тогда и только тогда, когда существует последовательность f_n простых измеримых функций, сходящаяся к f равномерно.
19. Доказать, что $|\int A f(x) \mu(dx)| \leq \int A |f(x)| \mu(dx)$ и обе части неравенства конечны, если хотя бы один из интегралов существует.
20. Пусть $f(x) \geq 0$ для μ -почти всех $x \in A$ и $\int A f(x) \mu(dx) = 0$. Доказать, что $f = 0$ μ -почти всюду на A .
21. Пусть $\mu(A) < \infty$. Доказать, что неотрицательная функция f интегрируема по A тогда и только тогда, когда сходится ряд $\sum_n 2^n \mu(A \cap \{x: f(x) \geq 2^n\})$.
22. Пусть $\mu(A) = \infty$. Доказать, что неотрицательная ограниченная функция f интегрируема по A тогда и только тогда, когда сходится ряд $\sum_n 2^{-n} \mu(A \cap \{x: f(x) \geq 2^{-n}\})$.
23. Привести пример последовательности функций, сходящейся по мере, но не сходящейся почти всюду.
24. Привести пример последовательности функций $f_n(x) \geq 0$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = f(x)$ для μ -почти всех $x \in A$, таких что $\lim_{n \rightarrow \infty} \int A f_n(x) \mu(dx)$: а) не существует, б) существует и не равен $\int A f(x) \mu(dx)$.
25. Доказать, что функция интегрируема по Риману на отрезке тогда и только тогда, когда она ограничена и множество её точек разрыва имеет меру 0.
26. Доказать, что, если $\tau_\alpha, \alpha \in A$ - топологии, то $\bigcap_{\alpha \in A} \tau_\alpha$ - топология, которая слабее каждой из исходных.
27. Доказать, что система множеств β может являться базой топологии, если и только если а) для любого $x \in X$ существует $V \in \beta: x \in V$; б) для любых $V_1, V_2 \in \beta$ и $x \in V_1 \cap V_2$ существует $V_3 \in \beta: x \in V_3 \subset V_1 \cap V_2$.
28. Рассмотрим тождественные отображения $f_1: (X, \{\emptyset, X\}) \rightarrow (X, 2^X)$ и $f_2: (X, 2^X) \rightarrow (X, \{\emptyset, X\})$. Является ли какое-нибудь из них непрерывным?
29. Привести пример последовательности непрерывных функций, фундаментальной в метрике $L^1[0,1]$, и не имеющей непрерывного предела.
30. Доказать полноту пространства $L^\infty(X, A, \mu)$.
31. Доказать полноту пространства $L_p(X, A, \mu)$ при $\mu(X) = \infty$ (для σ -конечного случая).

32. Построить пример последовательности вложенных открытых шаров в полном метрическом пространстве с пустым пересечением.
33. Построить пример последовательности вложенных замкнутых шаров с радиусами, стремящимися к нулю, в полном метрическом пространстве с пустым пересечением.
34. Доказать, что $L^\infty[a,b]$ - несепарабельно.
35. Можно ли в принципе сжимающих отображений ограничиться неравенством $\rho(f(x),f(y)) < \rho(x,y)$? Для компактных пространств?
36. Применить принцип сжимающих отображений для итерационного решения уравнения $Ax=b$ в R^n с нормой $\|\cdot\|_p$.
37. Доказать неполноту пространства многочленов относительно расстояний а) $d(P,Q)=\max_{x \in [0,1]} |P(x)-Q(x)|$; б) $d(P,Q)=\int_{[0,1]} |P(x)-Q(x)| dx$; в) $d(P,Q)=\sum |c_i|$, если $P(x)=\sum c_i x^i$.
38. Доказать, что в нормированном пространстве достигается расстояние от точки до любого конечномерного подпространства.
39. Доказать, что норма линейного функционала $f \in X'$ (X - линейное нормированное) обратна расстоянию в X от нуля до множества точек $\{x: f(x)=1\}$.
40. Доказать, что линейный функционал f в линейном нормированном пространстве X непрерывен тогда и только тогда, когда множество $\text{Ker } f = \{x: f(x)=0\}$ замкнуто.
41. Пусть линейный оператор $A: X \rightarrow Y$ отображает линейные нормированные пространства, причём множество $A(X)$ конечномерно. Следует ли отсюда, что A - ограничен?
42. Оператор на ℓ^p задан формулой $A:(x_1, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (a_1 x_1, \dots, a_n x_n, \dots)$, здесь $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ - ограничена. Доказать, что A компактен, если и только если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.
43. Доказать некомпактность оператора $A: f(t) \rightarrow t f(t)$ на $C[0,1]$.
44. Доказать, что для любого линейного функционала f в линейном нормированном пространстве X множество точек $\{x: f(x)=c\}$ или замкнуто, или всюду плотно в X .
45. Доказать, что любые две нормы в конечномерном пространстве эквивалентны.
46. Доказать, что в пространстве $L_p[a,b]$ плотно множество кусочно-постоянных функций.
47. Доказать, что в пространстве $L_p[a,b]$ плотно множество многочленов, зануляющихся на концах отрезка.
48. Доказать, что в пространстве $L_p[a,b]$ плотно множество $C[a,b]$.
49. Найти норму элемента $x(t)=ta$ в пространствах $L_p[0,1]$ ($1 \leq p \leq \infty$) в тех пространствах, которым он принадлежит.
50. Доказать, что в пространстве $L_p[a,b]$ плотно множество всех многочленов.
51. Показать, что $\ell^1 \neq \ell^1$ (то есть ℓ^1 нерефлексивно).
52. Доказать, что ℓ^∞ несепарабельно.

53. Доказать, что $\ell^p = \ell^q$, если $1 \leq p < \infty$, $1/p + 1/q = 1$.
54. Доказать, что полное метрическое пространство не может быть представлено в виде счётного объединения нигде не плотных множеств.
55. Доказать, что компактный оператор переводит слабо сходящиеся последовательности в сильно сходящиеся.
56. Построить пример неограниченного линейного функционала.
57. Показать, что в конечномерном линейном пространстве любое линейное отображение ограничено.
58. Пусть $X = \mathbb{R}^2$, $\rho(x_1, x_2) = |x_1|$, $f(x_1, 0) = x_1$. Привести пример продолжения f с подпространства, которое не удовлетворяет неравенству, $|f(x_1, x_2)| \leq \rho(x_1, x_2)$. Сколько существует продолжений, которые удовлетворяют этому неравенству?
59. Доказать, что при $z < 1/\|A\|$ ряд $\sum_n z^n A^n$ сходится в равномерной операторной топологии.
60. Доказать, что спектр линейного оператора - замкнутое множество в \mathbb{C} .

5.2.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

5.2.3.1 Примерные вопросы к зачету

20. Метрические пространства. Топология, порождаемая метрикой. Полные метрические пространства: теорема о вложенных шарах, принцип сжимающих отображений.
21. Линейные пространства. Нормы и полунормы в линейном пространстве. Задание метрики с помощью нормы.
22. Пространство \mathbb{R}^n : определение нормы, полнота, сепарабельность, характеристика компактов.
23. Пространство $C[a, b]$: определение нормы, полнота, сепарабельность.
24. Характеризация компактов в $C[a, b]$ (теорема Арцела - Асколи).
25. Пространство $L_p(X, \mu)$, $1 \leq p \leq +\infty$. Определение нормы (неравенства Юнга, Гёльдера Минковского).
26. Полнота пространства $L_p(X, \mu)$ (теорема Рисса - Фишера).
27. Сепарабельность $L_p[a, b]$, $1 \leq p < +\infty$, несепарабельность $L_\infty[a, b]$.
28. Пространства ℓ_p , их полнота. Сепарабельность ℓ_p ($p < +\infty$). Характеризация компактов в ℓ_p при $1 \leq p < +\infty$.
29. Линейные операторы, линейные функционалы. Эквивалентность непрерывности и ограниченности линейных операторов. Норма в пространстве линейных непрерывных операторов.

30. Теорема Хана - Банаха о продолжении линейного оператора. Понятие об аксиоме выбора.
31. Сопряжённые пространства, их полнота. Определение сопряжённых к ℓ_p при $1 \leq p < +\infty$. Рефлексивность.
32. Слабая топология в линейном нормированном пространстве. Принцип равномерной ограниченности (Банаха - Штейнгауза). Сильная ограниченность слабо ограниченных множеств.
33. Теорема Банаха об обратном операторе.
34. Некомпактность единичного шара в бесконечномерном пространстве в сильной топологии. Слабая секвенциальная компактность единичного шара в рефлексивном пространстве (доказательство --- для случая сепарабельного сопряжённого пространства).
35. Компактные операторы в банаховых пространствах. Компактные операторы переводят слабо сходящиеся последовательности в сильно сходящиеся.
36. Гильбертовы пространства, неравенство Коши -- Буняковского -- Шварца, тождество параллелограмма, примеры. Лемма о минимизации расстояния от точки до выпуклого замкнутого множества. Ортогональное дополнение, его замкнутость.
37. Представление гильбертова пространства в виде прямой суммы замкнутого подпространства и ортогонального дополнения к нему. Теорема о представлении линейного непрерывного функционала на гильбертовом пространстве.
38. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ортонормированный базис. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.

5.2.3.2 Примерные вопросы к экзамену

1. Метрические пространства. Топология, порождаемая метрикой. Полные метрические пространства: теорема о вложенных шарах, принцип сжимающих отображений.
2. Линейные пространства. Нормы и полунормы в линейном пространстве. Задание метрики с помощью нормы.
3. Пространство R_n : определение нормы, полнота, сепарабельность, характеристика компактов.
4. Пространство $C[a,b]$: определение нормы, полнота, сепарабельность.
5. Характеризация компактов в $C[a,b]$ (теорема Арцела - Асколи).
6. Пространство $L_p(X,\mu)$, $1 \leq p < +\infty$. Определение нормы (неравенства Юнга, Гельдера Минковского).
7. Полнота пространства $L_p(X,\mu)$ (теорема Рисса - Фишера).
8. Сепарабельность $L_p[a,b]$, $1 \leq p < +\infty$, несепарабельность $L_\infty[a,b]$.

9. Пространства ℓ_p , их полнота. Сепарабельность ℓ_p ($p < +\infty$). Характеризация компактов в ℓ_p при $1 \leq p < +\infty$.
10. Линейные операторы, линейные функционалы. Эквивалентность непрерывности и ограниченности линейных операторов. Норма в пространстве линейных непрерывных операторов.
11. Теорема Хана - Банаха о продолжении линейного оператора. Понятие об аксиоме выбора.
12. Сопряжённые пространства, их полнота. Определение сопряжённых к ℓ_p при $1 \leq p < +\infty$. Рефлексивность.
13. Слабая топология в линейном нормированном пространстве. Принцип равномерной ограниченности (Банаха - Штейнгауза). Сильная ограниченность слабо ограниченных множеств.
14. Теорема Банаха об обратном операторе.
15. Некомпактность единичного шара в бесконечномерном пространстве в сильной топологии. Слабая секвенциальная компактность единичного шара в рефлексивном пространстве (доказательство --- для случая сепарабельного сопряжённого пространства).
16. Компактные операторы в банаховых пространствах. Компактные операторы переводят слабо сходящиеся последовательности в сильно сходящиеся.
17. Гильбертовы пространства, неравенство Коши -- Буняковского -- Шварца, тождество параллелограмма, примеры. Лемма о минимизации расстояния от точки до выпуклого замкнутого множества. Ортогональное дополнение, его замкнутость.
18. Представление гильбертова пространства в виде прямой суммы замкнутого подпространства и ортогонального дополнения к нему. Теорема о представлении линейного непрерывного функционала на гильбертовом пространстве.
19. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ортонормированный базис. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.

5.3. Шкалы оценки образовательных достижений

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-

балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 «удовлетворительно»	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2006.

2. А.А. Кириллов, А.Д. Гвишиани. Теоремы и задачи функционального анализа. М.: Наука, 1988.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В.И.Богачёв, О.Г.Смолянов. Действительный и функциональный анализ. Ижевск: РХД, 2008.
2. В.В.Лебедев. Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Физматлит, 2005.
3. А.Я.Хелемский. Лекции по функциональному анализу. М.: Факториал, 2003.
4. В.Босс. Функциональный анализ. М.: УРСС, 2005.
5. Дж. Данфорд, Н. Шварц. Линейные операторы. Т. 1. Общая теория. М.: ИЛ. 1959.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется.

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

Не предусмотрены.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Аудитории СарФТИ НИЯУ МИФИ оснащенные персональными компьютерами с необходимым для изучения дисциплины программным обеспечением.

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При чтении лекционного материала используется электронное сопровождение курса: справочно-иллюстративный материал воспроизводится и озвучивается в аудитории с использованием проектора и переносного компьютера в реальном времени.

На сайте кафедры также находится методический и справочный материал, необходимый для проведения практических работ по курсу.

По дисциплине «Функциональный анализ» в рабочем учебном плане предусмотрены интерактивные часы для проведения практических занятий.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В процессе преподавания дисциплины методически целесообразно в каждом разделе курса выделить наиболее важные моменты и акцентировать на них внимание обучаемых. Такие моменты отражены в изложенных выше пунктах, касающихся формируемых знаний студентов и их проверки.

При обучении по специальности 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» необходимо выделять те методы функционального анализа, которые напрямую применяются в задачах вычислительной математики, а также в теоретической физике.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО НИЯУ МИФИ к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Программу составил:

Рецензент: