

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Саровский физико-технический институт -**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(СарФТИ НИЯУ МИФИ)**

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ЭЛЕКТРОНИКИ

**Кафедра «Высшей математики»**

**УТВЕРЖДАЮ:**

**Декан ФТФ, член-корреспондент**

**РАН, д.ф.-м.н.**

\_\_\_\_\_ **А.К. Чернышев**

«\_\_» \_\_\_\_\_ **2021 г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Математический анализ**

наименование дисциплины

Направление подготовки (специальность)	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Наименование образовательной программы	Высокопроизводительные вычисления и технологии параллельного программирования
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Программа одобрена  
на заседании кафедры ВМ

протокол № 01 от 18.08.2021г.

Зав. кафедрой ВМ

к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_ **В.П. Чернявский**

«\_\_» \_\_\_\_\_ **2021г.**

г. Саров, 2021г.

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 20 \_\_\_\_ /20 \_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м.н, доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 20 \_\_\_\_ /20 \_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м.н, доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 20 \_\_\_\_ /20 \_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м.н, доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 20 \_\_\_\_ /20 \_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м.н, доцент

В.П. Чернявский

<b>Семестр</b>	<b>В форме практической подготовки</b>	<b>Трудоемкость, кред.</b>	<b>Общий объем курса, час.</b>	<b>Лекции, час.</b>	<b>Практич. занятия, час.</b>	<b>Лаборат. работы, час.</b>	<b>СРС, час.</b>	<b>КР/ КП</b>	<b>Форма(ы) контроля, экз./зач./ЗсО/</b>
1		6	216	64	64	0	52	-	Экзамен
2		6	216	64	64	0	52	-	Экзамен
<b>ИТОГО</b>		<b>12</b>	<b>432</b>	<b>128</b>	<b>128</b>	<b>0</b>	<b>104</b>	<b>-</b>	<b>36</b>

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Математический анализ» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует получению фундаментального образования, формированию мировоззрения и развитию системного и логического мышления. Математический анализ служит решению задач обоснования математического и прикладного прогнозирования, которые, в свою очередь, используются при планировании и организации производства, при анализе технологических процессов, и для многих других целей. В последние годы методы математического анализа всё шире и шире проникают в различные области науки, техники и экономики, способствуя их прогрессу.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента, консультации.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме выполнения домашних и аудиторных работ, промежуточный контроль в форме выполнения домашних и аудиторных работ и рубежный (итоговый) контроль в форме экзамена (1 и 2 семестры). Самостоятельная работа студента проверяется на основе расчетно-графических работ (индивидуальных домашних заданий).

### **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Математический анализ является базовой и одной из важнейших и необходимых составных частей математики. В то же время сама история появления и развития этой дисциплины ставит её на совершенно особое место в ряду математических наук. Зародившись, как наука, пытающаяся создать теорию движения тел, непрерывно развиваясь и прогрессируя благодаря усилиям большого числа ученых, к настоящему времени она нашла применение как во многих теоретических дисциплинах, так и в важнейших прикладных дисциплинах. Методы математического анализа широко применяются в различных отраслях естествознания и техники: в теории механизмов, машиноведении, в теоретической физике, геодезии, астрономии, и во многих других теоретических и прикладных науках.

Целью преподавания дисциплины «Математический анализ» является: обеспечение фундаментальной подготовки в одной из важнейших областей современной математики; ознакомление с основами классического и элементами современного анализа; обучение общим методам, пригодных для решения задач в других математических дисциплинах и в практике; ознакомление с историей развития математического анализа и с вкладом российских ученых. Поэтому данный курс включает в себя изложение основополагающих разделов математического анализа, различных методов аналитических решений, которые формируют у студентов

определенное комбинаторное мышление, дают навыки применения изученных математических методов.

Задачи дисциплины - обучение студентов основным методам решения задач математического анализа и их применению при изучении последующих курсов высшей математики: «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Теория функций комплексного переменного», «Теория вероятностей и математическая статистика» и т.д., а также навыкам построения и решения практических задач на базе математического анализа.

Обучение дисциплине «Математический анализ» по кафедре ВМ рассчитано на 2 первых семестра.

### **Цели освоения учебной дисциплины.**

В результате изучения дисциплины студенты должны

#### **иметь представление:**

- о значении математического анализа, его месте в системе фундаментальных наук и роли в решении практических задач;
- об истории развития и современных направлениях в математическом анализе;
- о методологических вопросах математического анализа.

*В результате изучения дисциплины в первом семестре студенты должны*

#### **знать:**

- Понятие последовательности и её основные свойства.
- Пределы последовательностей и функций (конечный и бесконечный).
- Основные теоремы о пределах последовательностей и функций.
- Непрерывность функций. Теоремы о непрерывных на отрезке функциях.
- Классификация точек разрыва.
- Производная, геометрический и физический смысл. Касательная и нормаль к кривой. Дифференциал.
- Основную таблицу производных.
- Производная сложной функции, обратной функции и функций, заданных в неявном виде и параметрически.
- Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.
- Правило Лопиталю.
- Формулы Тейлора и Маклорена в общем виде и применительно к основным элементарным функциям.
- Экстремумы, точки перегиба, асимптоты кривых, схема построения графиков..

**уметь:**

- Вычислять пределы последовательностей и функций.
- Классифицировать точки разрыва функций.
- Свободно вычислять производные элементарных функций, сложной функции, обратной функции и функций, заданных в неявном виде и параметрически.
- Применять правило Лопиталя вычисления пределов.
- Применять формулы Тейлора и Маклорена.
- Находить экстремумы функций, интервалы монотонности, точки перегиба, асимптоты.
- Строить графики функций.
- Ставить и решать практические задачи с помощью математического анализа.

*В результате изучения дисциплины во втором семестре студенты должны*

**знать:**

- Неопределённый интеграл, основные методы его вычисления.
- Вычисление неопределённого интеграла от рациональных функций, дробно-линейных и квадратичных иррациональностей, некоторых тригонометрических выражений.
- Определённый интеграл по Риману, запись и основные методы его вычисления.
- Критерий существования определённого интеграла по Риману.
- Формула Ньютона-Лейбница, условия её применимости.
- Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода, признаки сходимости. Понятие главного значения несобственного интеграла.
- Евклидовы пространства, неравенство Коши-Буняковского, неравенство «треугольника», расстояние между точками.
- Дифференцируемость функций нескольких переменных. Дифференциал. Дифференцируемость сложной функции.
- Производная по направлению, касательная плоскость, градиент.
- Теорема Эйлера об однородных функциях.
- Формула Тейлора для функций нескольких переменных.
- Локальные экстремумы функций нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Условный экстремум.
- Дифференцируемые отображения. Принцип сохранения области.

**уметь:**

- Использовать методы вычисления неопределённых и определённых интегралов.
- Применять признаки сходимости несобственных интегралов.

- Находить частные производные различных порядков.
- Находить производную по направлению, градиент, касательную плоскость.
- Вычислять дифференциалы первого и высших порядков.
- Искать экстремумы функций многих переменных.
- Применять метод Лагранжа неопределённых коэффициентов при нахождении условного экстремума.
- Использовать полученные знания для решения физических задач.

### **Общие задачи можно сформулировать так:**

- Формирование представления о месте и роли математики в современной науке, технике и производстве.
- Воспитание математической культуры.
- Развитие логического мышления и способности оперировать с абстрактными объектами, овладение техникой математических рассуждений и доказательств.
- Формирование первичных навыков научного исследования и самостоятельной работы.
- Освоение логических основ курса и подготовка к их использованию при изучении других математических, естественно-научных и специальных дисциплин, а также в профессиональной деятельности.

## **2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО**

Для успешного усвоения данной дисциплины необходимы математические **знания и умения** на уровне среднего образования, а именно:

- свободно оперировать с простыми дробями, целыми и дробными степенями, с формулами сокращенного умножения;
- свободно оперировать векторами;
- знать координатный метод на плоскости и в пространстве;
- оперировать понятиями многочлен и функция;
- знать основные элементарные функции;

**Владеть** навыками работы с вещественными числами, алгебраическими выражениями.

Дисциплина является предшествующей для таких дисциплин как « Дифференциальные уравнения», «Физика», «Теория вероятности и математическая статистика», «Теория функций комплексного переменного», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики».

### 3. ФОМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Ожидается, что в результате освоения дисциплины студент приобретет следующие компетенции:

#### Общепрофессиональные компетенции (ОПК)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1 способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	З-ОПК-1 знать естественнонаучные методы познания окружающего мира, знать фундаментальный математический аппарат; У-ОПК-1 уметь применять естественнонаучные и математические методы исследования различных явлений, процессов и задач В-ОПК-1 владеть навыками исследования различных явлений и процессов с использованием естественнонаучного и математического подхода

#### Профессиональные компетенции (ПК) в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
<b>Тип задачи профессиональной деятельности: научно-исследовательский</b>			
Разработка и использование математических, информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно-исследовательских, опытно-конструкторских работ	Математическое моделирование и высокопроизводительные вычисления в задачах механики сплошной среды и физики высоких плотностей энергии; разработка прикладных программных комплексов; разработка высокопроизводительных ЭВМ и программного обеспечения для них; компьютерное сопровождение и	ПК-1 способен собирать, обрабатывать и интерпретировать результаты научных исследований в области прикладной математики и информационных технологий  <i>Основание: Профессиональный стандарт «40.011 Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»</i>	З-ПК-1 знать основные методы научного познания, методы сбора и анализа информации; У-ПК-1 уметь анализировать информацию, строить логические схемы, интерпретировать результаты научных исследований, критически мыслить, сравнивать результаты различных исследований, формировать собственную позицию в рамках рассматриваемой задачи; В-ПК-1 владеть навыками работы с научной литературой и навыками интерпретации результатов научных ис-



	обработка результатов физических экспериментов		следований;
		ПК-2 способен понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат  <i>Основание: Профессиональный стандарт «40.011 Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»</i>	3-ПК-2 знать современный математический аппарат, используемый при описании, решении и анализе различных прикладных задач  У-ПК-2 использовать современный математический аппарат для построения математических моделей и алгоритмов решения различных прикладных задач  В-ПК-2 владеть навыками применения современного математического аппарата для построения математических моделей различных процессов, для обработки экспериментальных, статистических и теоретических данных, для разработки новых алгоритмов и методов исследования задач различных типов

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Структура учебной дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины за 1 семестр составляет 6 кредитов ECTS, 216 часов.

№ п/п	Раздел учебной дисциплины (модуль)	Недели	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Текущий контроль успеваемости (неделя, форма)	Аттестация раздела (неделя, форма)	Максимальный балл за раздел *
			Лекции	Практ. занятия	СРС			
1 семестр								
1	Введение. Предел последовательности.	1-4	16	16	16	1 - 4 ДЗ <sup>1</sup> , 1 - 4 УО <sup>2</sup>	6КР 1.1 <sup>3</sup>	12 баллов
2	Предел функции. Непрерывность.	5-8	16	16	12	5 - 8 ДЗ 5 - 8 УО	8Колл <sup>4</sup>	13 баллов
3	Дифференциальное исчисление.	9-16	32	32	24	9 - 16 ДЗ, 9 - 16 УО	10КР 1.2 13КР 1.3 15ИДЗ 1 <sup>5</sup>	20 баллов
	Посещаемость							<b>5 баллов</b>

	<b>ИТОГО</b>	<b>16</b>	<b>64</b>	<b>64</b>	<b>52</b>			<b>216 час\</b> <b>50 баллов</b>
	Экзамен							0 - 50
	Итого за 1 семестр:							<b>100</b>

\* 100 баллов за семестр, включая зачет или экзамен.

<sup>1</sup>ДЗ – домашнее задание

<sup>2</sup>УО – устный опрос

<sup>3</sup>КР – контрольная работа

<sup>4</sup>Колл – коллоквиум

<sup>5</sup>ИДЗ – индивидуальное домашнее задание

**Общая трудоемкость дисциплины за 2 семестр составляет 6 кредитов ECTS, 216 часов.**

№ п/п	Раздел учебной дисциплины (модуль)	Недели	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Текущий контроль успеваемости (неделя, форма)	Аттестация раздела (неделя, форма)	Максимальный балл за раздел *
			Лекции	Практ. занятия	СРС			
<b>2 семестр</b>								
1	Неопределённый интеграл.	1-3	12	20	11	1 - 3 ДЗ 1 - 3 УО	3КР 2.1	12 баллов
2	Определённый интеграл. Несобственные интегралы.	4-8	20	16	9	4 - 8 ДЗ 4 - 8 УО	9КР 2.2	12 баллов
3	Функции нескольких переменных, их предел и непрерывность.	9-10	8	2	2	9 - 10 ДЗ 9 - 10 УО		3 балла
4	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	11-16	24	26	14	11 -16 ДЗ 11 -16 УО	13ИДЗ 2 15КР 2.3	18 баллов
	Посещаемость							<b>5 баллов</b>
	<b>ИТОГО</b>	<b>16</b>	<b>64</b>	<b>64</b>	<b>52</b>			<b>216 час\</b> <b>50 баллов</b>
	Экзамен							0 - 50
	Итого за 2 семестр:							<b>100</b>

## 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

### Лекционный курс

1 семестр (3 модуля укладываются в 64 лекционных часа).

#### Раздел 1. Введение. Предел последовательности (модуль 1)

**Лекция 1.** Элементы теории множеств. Операции над множествами (пересечение, объединение, разность множеств). Некоторые понятия математической логики. Условие, заключение, отрицание. Кванторы, формальное построение отрицания с помощью кванторов.

**Лекции 2.** Действительные числа. Свойства действительных чисел. Рациональные и иррациональные числа. Счётные и несчётные множества. Счётность множества рациональных чисел.

**Лекции 3.** Несчётность множества иррациональных чисел. Отрезок, полуинтервал, интервал, окрестность точки. Внутренняя точка множества, открытые множества. Ограниченное множество.

**Лекция 4.** Понятие функции. Способы задания функции. Основные элементарные функции. Сложная функция. Элементарные функции. Последовательности. Арифметические действия с последовательностями.

**Лекция 5.** Сходящаяся последовательность. Предел последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности. Единственность предела сходящейся последовательности.

**Лекция 6.** Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их связь. Неограниченная последовательность. Свойства бесконечно малых.

**Лекция 7.** Представление сходящейся последовательности в виде суммы своего предела и бесконечно малой последовательности. Основные теоремы о пределах последовательностей.

**Лекция 8.** Точная верхняя и нижняя грани числового множества, их существование у непустого ограниченного множества. Сходимость монотонной ограниченной последовательности. Принцип вложенных отрезков.

**Лекция 9.** Подпоследовательности числовых последовательностей. Необходимое и достаточное условие сходимости всех подпоследовательностей данной последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

**Лекция 10.** Критерий Коши сходимости последовательности, фундаментальные последовательности. Верхний и нижний пределы последовательности. Необходимые и достаточные условия существования верхнего предела.

## **Раздел 2. Предел функции. Непрерывность (модуль 2).**

**Лекции 11.** Предел функции в точке (определения по Коши и Гейне). Эквивалентность двух определений предела функции. Предел функции на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Обобщенное определение предела.

**Лекции 12.** Основные теоремы о пределах. Замена переменной для пределов функций.

**Лекция 13.** Критерий Коши существования предела функции. Первый замечательный предел.

**Лекция 14.** Второй замечательный предел.

**Лекция 15.** Сравнение бесконечно малых (бесконечно малые одного порядка, разных порядков, эквивалентные бесконечно малые). Необходимое и достаточное условие эквивалентности бесконечно малых.

**Лекция 16.** Непрерывность функции в точке и на интервале. Локальные свойства непрерывных функций (Локальная ограниченность, сохранение знака, арифметические операции, непрерывность сложной функции). Непрерывность элементарных функций. Левый и правый односторонние пределы.

**Лекция 17.** Непрерывность функции слева и справа. Условие непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва. Непрерывность функции на отрезке. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении ею своих точных граней на отрезке. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.

**Лекция 18.** Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции. Множество точек разрыва монотонной функции. Критерий непрерывности монотонной функции. Достаточные условия существования и непрерывности обратной функции.

## **Раздел 3. Дифференциальное исчисление (модуль 3).**

**Лекции 19.** Производная, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Односторонние производные, дифференцируемость функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью.

**Лекции 20.** Производная суммы, произведения и частного. Производная сложной функции.

**Лекции 21.** Производная обратной функции Производные основных элементарных функций.

**Лекция 22.** Производные функций, заданных неявно и в параметрическом виде. Дифференциал, его свойства и геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала.

**Лекция 23.** Производные высших порядков. Формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность второго дифференциала.

**Лекция 24.** Производные различных порядков от неявных функций и функций, заданных в параметрическом виде. Локальный экстремум. Теорема Ферма.

**Лекция 25.** Теорема Ролля о нуле производной. Теорема Лагранжа о конечных приращениях. Теорема Коши о конечных приращениях.

**Лекция 26.** Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.

**Лекция 27.** Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано, Шлёмильха-Роша, Лагранжа, Коши.

**Лекция 28.** Формулы Маклорена для функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $shx$ ,  $chx$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$ .

**Лекция 29.** Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Связь между монотонностью и производной. Достаточные условия экстремума (исследование по первым и высшим производным).

**Лекция 30.** Выпуклость кривой, точки перегиба. Связь между знаком второй производной и направлением выпуклости. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия существования точек перегиба.

**Лекция 31.** Асимптоты графика функций. Необходимые и достаточные условия существования наклонных асимптот. Схема исследования функции.

**Лекция 32.** Дифференцирование векторных функций скалярного аргумента.

**2 семестр** (4 модуля укладываются в 64 лекционных часа).

### **Раздел 1. Неопределенный интеграл (модуль 1)**

**Лекция 1.** Первообразная. Связь между первообразными одной и той же функции. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов. Замена переменных и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

**Лекция 2.** Краткие сведения о комплексных числах: алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Эйлера. Комплексно-сопряженные числа, их свойства. Извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа.

**Лекция 3.** Многочлены. Основная теорема алгебры. Разложение действительного многочлена на линейные и квадратичные множители.

**Лекции 4.** Разложение правильной дроби на простейшие. Интегрирование простейших и правильных дробей.

**Лекции 5.** Интегрирование рациональных функций. Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей, подстановки Эйлера.

**Лекция 6.** Интегрирование дифференциальных биномов. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.

## **Раздел 2. Определенный интеграл. Несобственные интегралы (модуль 2)**

**Лекция 7.** Разбиение отрезка, характеристика разбиения. Интегральные суммы. Определение интегрируемой функции и определённого интеграла по Риману. Ограниченность интегрируемой функции.

**Лекция 8.** Геометрический смысл и основные свойства определённого интеграла.

**Лекция 9.** Теорема о среднем. Производная определённого интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и подстановкой в определённом интеграле.

**Лекции 10.** Суммы Дарбу, их свойства. Критерий интегрируемости ограниченной функции.

**Лекции 11.** Интегрируемость: а) монотонных ограниченных б) непрерывных в) кусочно-непрерывных функций. Приложения определённого интеграла к вычислению длины дуги и площади.

**Лекция 12.** Несобственные интегралы первого и второго рода. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

**Лекция 13.** Абсолютно и условно сходящиеся интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных (положительных) функций.

**Лекция 14.** Интегрирование по частям. Замена переменной под знаком несобственного интеграла. Признак сходимости Дирихле.

**Лекции 15.** Несобственные интегралы с несколькими особенностями. Главное значение несобственного интеграла.

### **Раздел 3. Функции нескольких переменных, их предел и непрерывность (модуль 3)**

**Лекции 16.** Понятие метрического и координатного  $n$ -мерного пространства. Неравенство Коши - Буняковского и неравенство треугольника. Определение евклидова пространства. Расстояние в  $R^n$

**Лекции 17.** Сферические и кубические окрестности, их взаимозаменяемость. Внутренняя точка множества. Открытые и замкнутые множества. Связное множество, замкнутая область. Ограниченное множество. Понятие функции нескольких переменных.

**Лекции 18.** Сходимость последовательности точек в  $R^n$ . Теорема Больцано-Вейерштрасса в  $R^n$ . Предел функции в точке (по Гейне и Коши). Критерий Коши существования предела. Бесконечно большие функции. Предел функции на бесконечности.

**Лекция 19.** Повторные пределы. Основные теоремы о пределах функций. Непрерывность функции в точке, на множестве. Сумма, произведение и частное непрерывных функций. Устойчивость знака непрерывной функции, имеющей отличное от нуля значение.

**Лекция 20.** Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на ограниченных замкнутых множествах (теоремы Вейерштрасса и Кантора). Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.

### **Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (модуль 4)**

**Лекция 21.** Частное приращение функции нескольких переменных. Частные производные (первого порядка). Полное приращение. Дифференцируемые функции. Необходимые условия дифференцируемости функции. Достаточные условия дифференцируемости функции. Класс функций  $C^1$ . Дифференциал. Непрерывность дифференцируемых функций.

**Лекция 22.** Производная сложной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Производная по направлению.

**Лекция 23.** Понятие гладкой поверхности. Способы задания поверхности (параметрический, в явном и неявном виде). Касательная плоскость, нормаль к поверхности. Градиент. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных.

**Лекция 24.** Частные производные различных порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Классы функций  $C^n$ . Свойства дифференциала 1-го порядка. Инвариантность формы полного дифференциала первого порядка.

**Лекция 25.** Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность дифференциалов высших порядков. Формула Тейлора.

**Лекция 26.** Локальные экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Критические, стационарные точки. Достаточные условия экстремума функции класса  $C^2$ , критерий Сильвестра.

**Лекция 27.** Теоремы о неявной функции, определяемой уравнением:

$$1) F(x, y) = 0; \quad 2) F(x_1, x_2, \dots, x_n, y) = 0.$$

**Лекции 28.** Неявные функции, заданные системой уравнений. Матрица Якоби, определитель Якоби.

**Лекции 29.** Зависимость функций. Необходимые, достаточные условия зависимости и независимости функций.

**Лекция 30.** Условный экстремум, множители Лагранжа.

**Лекции 31.** Понятие отображения. Взаимно однозначное отображение. Обратное отображение. Дифференцируемое отображение, его дифференциал и производная.

**Лекции 32.** Непрерывно-дифференцируемые отображения с отличным от нуля определителем Якоби. Принцип сохранения области.



## Практические/семинарские занятия

### 1-й семестр

№	Наименование раздела /темы дисциплины	(час)	Аудиторные (А) и домашние (Д) задания [5]
<b>Раздел 1. Введение. Предел последовательности</b>			
1.1	Область определения и множество значений функции. Суперпозиция функций.	2	А [5]: 154(а,б), 166, 175, 178; 190, 193, 205(б,в), 206, 208, 209 Д [5]: 152, 153, 179, 182, 191, 192, 202, 204, 205(а,г), 207, 210
1.2	Суперпозиция функций. Обратная функция. Свойства функций	2	А: 211, 212, 213.1, 224, 225, 227, 228 ( <i>arshx</i> ), 231(а,б,д), 233(б,г,е,з) Д: 213.2, 222, 223, 226, 229, 230, 231(в,г), 233(а,в,д)
1.3	Предел последовательности. Ограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Неопределенности $+\infty - \infty, \frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty.$	2	А: 041, 42(а,в), 43(а), 45(в,а); $+\infty + \infty, -\infty - \infty, \infty \cdot \infty, a \cdot \infty (a \neq 0)$ ; неопр-сти $+\infty - \infty, \frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty.$ Д: 042(б,г), 43(б,в), 44, 45(б); доказать: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot y_n = \infty$ , если известно, что $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \infty$ и $\exists A > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n > n_0 :  x_n  \geq A.$
1.4	Вычисление пределов последовательностей.	2	А: 47, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n})$ , 48, 49, 51, 56, 57, 58, 67(а) Д: 46, 52, 53, 54, 67(б), 129, 130
1.5	Вычисление пределов рациональных функций.	2	А: 411(а,б), 412, 416, 417, 419, 420, 422, 424(а), 425 Д: 411(в), 413, 415, 418, 423, 424(б), 428, 429
<b>Раздел 2. Предел функции. Непрерывность</b>			
2.1	Эквивалентные бесконечно малые. Элементы о-символики. Вычисление пределов от иррациональных функций.	2	А: 435-443(2к-1), 444, 447, 449, 453 Д: 436-442(2к), 445, 446, 448, 450, 452
2.2	Вычисление пределов от иррациональных функций.	2	А: 454, 455.1, 456, 457, 459, 462, 465, 466 Д: 455.2, 458, 460, 461, 463, 464, 467
2.3	Первый замечательный предел	2	А: 468, 469, 470(1); 472, 474(а,в), 475, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + \cos 3x - \sqrt{4 - 2x^2}}{x^2}$ , 479 Д: 470(2), 471, 473, 474(б), 476, 477, 478, 480
2.4	Первый замечательный предел	2	А: 482-490(2к), 494, 496, 499, 501, 504, 505 Д: 483-497(2к), 500, 502, 504
2.5	Второй замечательный предел	2	А: 506(а,б,в), 507, 509, 513-519(а) (2к-1), 521 Д: 508-518(2к), 519(б), 520, 522
2.6	Второй замечательный предел. Задачи на комбинацию 1-го и 2-го замечательного пределов.	2	А: 524, 526, 528, 529-541(2к-1), 542 Д: 523, 525, 527, 530-540(2к-1), 544

2.7	Второй замечательный предел. Задачи на комбинацию 1-го и 2-го замечательного пределов.	2	А: 545(а,в), 547, 550, 552, 555, 556, 558, 561(а), 562, 566(а) Д: 545(б,г), 546, 554, 557, 559, 561(б), 563, 566(б)
2.8	Пределы с гиперболическими функциями. Предел функции на бесконечности.	2	А: 571, 576(а,б), 577(б), 578(в), 579(а), 581, 583; <b>мини КР</b> (раздаточный материал) Д: 574, 576(в), 577(а), 579(б), 580, 582, 584
2.9	Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы. Разрывы 1-го и 2-го рода.	2	А: 585, 593(б,а), 595(а), 596(а), 597(а); 676, 678(б) Д: 592(а,б), 595(б), 596(б), 597(б); 675, 677, 678(а)
2.10	Разрывы 1-го и 2-го рода. Классификация точек разрыва	2	А: 680, 682, 679, 688, 690, 691, 692, 697, 699 Д: 681, 687, 688, 689, 693, 696, 698,
2.11	Классификация точек разрыва. Примеры пределов функциональных последовательностей. Определение производной.	2	А: 700; 701, 718, 720, 722; 828(б,в,д) Д: 714, 717, 721, 723; 828(а,г)
<b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление</b>			
3.1	Определение производной. Табличное дифференцирование.	2	А: 834-862(2к) Д: 835-863(2к-1)
3.2	Табличное дифференцирование.	2	А: 864-888(2к) Д: 865-889(2к)
3.3	Табличное дифференцирование.	2	А: 914-926(2к); <b>мини КР</b> (раздат. материал) Д: 891, 893, 896, 898, 910; 913-931(2к-1)
3.4	Табличное дифференцирование. Логарифмическое дифференцирование.	2	А: 938, 940, 948-858(2к), 960(а,б), 961, 963 Д: 937,939,947-959(2к-1),960(в,г), 962, 964
3.5	Логарифмическое дифференцирование. Производная сложной функции. Геометрический смысл производной.	2	А: 965(2) , 973, 975, 984(а,б), 985(а,в), 986(1а, 1в; 2), 1060, 1062, 1064(а), 1072 Д: 965(1) , 974, 976, 984(в,г), 985(б,г), 986(1б, 1г), 1061, 1063, 1064(б), 1071
3.6	Односторонние производные. Дифференцирование функций, заданных параметрически и функций, заданных в неявном виде.	2	А: 977(а,б), 978(а,в), 987, 988, 994; 1039-1045(2к-1), 1048, 1049, 1051, 1053 Д: 977(в), 978(б), 989, 995; 1040-1046(2к), 1050, 1052
3.7	Дифференциал. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.	2	А: 1054(а,в); 1085, 1087, 1089, 1090(а,в,д), 1092, 1096(а,в,д), 1099,1100,1105(а,г), 1107 Д: 1054(б), 1083(а,б,в), 1086, 1089, 1090(б,г,е), 1096(б,г) , 1097,1101, 1102, 1103, 1105(б,в)
3.8	Вычисление высших производных для функций, заданных параметрически и функций, заданных в неявном виде.	2	А: 1141-1147(2к-1), 1150; 1156, 1158, 1160, 1162, 1164, 1189 Д: 1140-1148(2к), 1157, 1159, 1161, 1163
3.9	<b>Контрольная работа по дифференцированию</b>	2	Раздаточный материал
3.10	Вычисление высших производных. Формула Лейбница.	2	А: 1193,1195, 1198, 1200, 1202, 1204, 1206, 1208, 1209; 1319-1325(2к-1)

			Д: 1194,1199, 1201, 1203, 1205, 1207, 1210, 1211; 1318-1324(2к)
3.11	Правило Лопиталья раскрытия неопределённостей.	2	А: 1327-1333(2к-1), 1336-54(2к) Д: 1326-1334(2к), 1337-1351(2к-1)
3.12	Правило Лопиталья раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора.	2	А: 1356, 1358, 1360, 1363(а,в), 1365; 1378, 1382, 1386 Д: 1355, 1359, 1361, 1363(б,г), 1366; 1377, 1379, 1388
3.13	Формула Тейлора. Применение формулы Тейлора при вычислении пределов.	2	А: 1391, 1398, 1400, 1402, 1404, 1406(а,б,в), 1408 Д: 1390, 1399, 1401, 1402, 1403, 1405, 1406(г), 1409
3.14	Применение формулы Тейлора при вычислении пределов.	2	А[4]: 19.2(2), $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{\sqrt[4]{1+4x} - \sqrt[5]{1+5x}}$ , 19.2(8), 19.9(1), 19.7(6), 19.4(5) Д[4]: 19.1(5, 6, 7) [4], 19.2(5), 19.3(2), 19.4(3), 19.5(1), 19.59(1)
3.15	Асимптоты. Построение графиков функций.	2	А: $y = \sqrt{x^2 - x} - 2x$ , $y = e^{\frac{1}{x}}(x+6)$ (асимптоты); 1475, 1489, $y = \frac{\ln x}{x^3}$ Д: 1477, 1488, 1490, 1492, 1512
3.16	Построение графиков функций	2	А: 1517,1519, $y = e^{\frac{1}{x}}(x+6)$ , 1523,1526, 1528 Д: 1513 ( <i>arshx</i> ), 1518,1520,1521,1527, 1529
<b>ИТОГО:</b>			<b>64</b>

## 2-й семестр

№	Наименование раздела /темы дисциплины	(час)	Аудиторные (А) и домашние (Д) задания [5]
<b>Раздел 1. Неопределённый интеграл</b>			
1.1	Неопределенный интеграл. Табличное интегрирование.	2	А [5]: 1628, 1632-52(2к) Д [5]: 1629-53(2к-1)
1.2	Табличное интегрирование. Использование свойств дифференциала. Замена переменных.	2	А: 1655-73(2к-1) Д: 1656-72(2к)
1.3	Табличное интегрирование. Использование свойств дифференциала. Сведение интегралов к табличным.		А: 1674-98(2к), $\int \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt[3]{\sin x + \cos x}} dx$ , 1700(а,г) Д: 1675-99(2к-1), 1700(б,в)
1.4	Использование свойств дифференциала. Сведение интегралов к табличным. Замена переменных.	2	А: 1701-19(2к-1), 1721(б), 1723,1725 Д: 1702-26(2к)
1.5	Использование свойств дифференциала. Сведение интегралов к табличным. Замена переменных.	2	А: 1727, 1730, 1732,1741,1747, 1749, 1766, 1768; <b>мини КР</b> (раздаточный материал) Д: 1728, 1733, 1742, 1748, 1750, 1750, 1767, 1769

1.6	Интегрирование по частям для неопределенного интеграла.	2	А: 1791-1813(2к-1) Д: 1792-1814(2к)
1.7	Интегрирование по частям для неопределенного интеграла.	2	А: 1817-1835(2к-1) Д: 1816-1834(2к)
1.8	Интегрирование элементарных дробей и простейших иррациональностей. Интегрирование рациональных функций.	2	А: 1837, 1839, 1847, 1849, 1851, 1853(а), 1855, 1856; 1866, $\int \frac{x-2}{x(x-1)(x-3)} dx$ Д: 1838, 1840, 1843, 1848, 1852, 1853(б); 1867, 1871
1.9	Интегрирование рациональных функций.	2	А: 1869, 1873, 1874-1884(2к) Д: 1870, 1872, 1877- 1885(2к-1)
1.10	Использование различных приёмов при интегрировании рациональных функций.	2	А: 1903-1919(2к-1) Д: 1904-1920(2к)
1.11	Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей. Интегрирование дифференциальных биномов.	2	А: 1927, 1929, 1931, 1932, 1934; 1981, 1983, 1985 Д: 1926, 1928, 1930, 1933; 1982, 1984, 1986
1.12	Стандартные подстановки при интегрировании тригонометрических выражений.	2	А: 1991-2009(2к-1) Д: 1992-2010(2к)
1.13	“Линеаризация” подынтегральных тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка.	2	А: 2014, 2016, 2018; 2019, 2022, 2024; $\int \frac{dx}{3\sin x + 2\cos x + 3}$ , 2028(а), 2030, 2029 Д: 2013, 2015, 2017; 2020, 2021, 2023; 2025, 2026, 2028(б)
1.14	Использование различных приёмов при интегрировании тригонометрических выражений.	2	А: 2033, 2034, 2037, 2039; 2043(а), 2044, 2047 Д: 2031, 2035, 2038; 2043(б), 2045, 2048, 2050
<b>Раздел 2. Определённый интеграл. Несобственные интегралы</b>			
2.1	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменных в определенном интеграле.	2	А: 2206, 2208, 2210, 2212, 2218; 2245, $\int_0^{\ln 6} \sqrt{e^x + 3} dx$ , 2272, 2273 Д: 2207, 2209, 2211, 2216(а,б); 2248, 2249, 2268, 2269, 2271
2.2	Замена переменных и интегрирование по частям в определенном интеграле.	2	А: 2274; 2239; 2241, 2243, 2270; 2254, 2258(1), 2257(б), 2263 Д: 2240, 2242, 2244, 2278, 2279; 2255, 2257(а), 2258(2)
2.3	<b>Контрольная работа по интегрированию</b>	2	Раздаточный материал
2.4	Дифференцирование определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Вычисление площади с помощью определенного инте-	2	А: 2231, 2232(а,б), 2233(а,б), 2234, 2236; 2398, 2402, 2407, 2412 Д: 2232(в), 2233(в), 2235; 2397, 2399, 2401, 2404, 2411

	грала.		
2.5	Исследование сходимости несобственных интегралов.	2	А: 2359, 2361, 2363, 2364, 2367, 2369, 2370(б), 2372, 2379 Д: 2358, 2360, 2365, 2366, 2368, 2370(а), 2371, 2373, 2378
2.6	Главное значение несобственного интеграла. Вычисление несобственных интегралов.	2	А: 2390(б), <i>v.p.</i> $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+\sin^2 x} dx$ , 2394, 2335-2347(2k-1) Д: 2390(а,в), 2392, 2395; 2334-2346(2k)
<b>Раздел 3. Функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня. Предел функции, непрерывность</b>			
3.1	Область определения функции нескольких переменных. Линии уровня, поверхности уровня. Вычисление частных производных первого и второго порядков. Равенство смешанных производных.	2	А: 3136, 3138, 3145, 3146, 3151, 3153, 3155, 3167; 3213-3223(2k-1) Д: 3137, 3139, 3140, 3143, 3144, 3152, 3154, 3158, 3166; 3214-3224(2k)
<b>Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>			
4.1	Формула Эйлера для однородных функций. Дифференциал функции нескольких переменных. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.	2	А: 3225, 3127, 3231(а,в); 3235-3243(2k-1), 3345(а,д), 3346, 3348 Д: 3226, 3228, 3231(б); 3236-3242(2k), 3247, 3249
4.2	Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.	2	А: 3283-95(2k-1), 3298, 3301 Д: 3284-96(2k), 3297, 3300
4.3	Производная по направлению, градиент. Проверка решений дифференциальных уравнений с частными производными.	2	А: 3341, 3341, 3346, 3348; 3318, 3322, 3323, 3325, 3326, 3331, 3333, 3335 Д: 3342, 3344, 3345, 3347; 3317, 3321, 3324, 3327, 3332, 3334, 3336, 3338
4.4	Дифференцирование неявно заданных функций нескольких переменных.	2	А: 3383, 3387, 3389, 3392, 3394, 3395, 3397, 3398(1,2б) Д: 3384, 3388, 3391, 3393, 3396, 3398(2а), 3399
4.5	Дифференцирование неявно заданных функций нескольких переменных. Матрица Якоби, определитель Якоби.	2	А: 3400, 3401, 3403, 3408(б), 3412, 3415(а), 3416 Д: 3402(а), 3405, 3408(б), 3411, 3414, 3415(б), 3417
4.6	Проверка решений дифференциальных уравнений с частными производными. Замена переменных в выражениях, содержащих частные производные функций нескольких переменных.	2	А: 3419, 3421, 3423, 3425, 3427; 3450, 3455, 3458, 3460 Д: 3418, 3422, 3424, 3426; 3451 3453, 3459, 3461
4.7	Замена переменных в выражениях, содержащих частные производные функций нескольких переменных.	2	А: 3463, 3464, 3466, 3470, 3474, 3476, 3479, 3480 Д: 3462, 3465, 3467, 3469, 3471, 3472, 3475, 3477, 3478

4.8	Замена переменных в выражениях, содержащих частные производные функций нескольких переменных. Переход к полярным координатам.	2	А: 3481, 3483, 3484, 3486, 3487, 3495; 3513, 3515 Д: 3482, 3485, 3488, 3489, 3494, 3500, 3514, 3516
4.9	Экстремум функции нескольких переменных.	2	А: 3621, 3643, 3628, 3623, 3635, 3644, 3651 Д: 3622, 3624, 3626, 3631, 3634, 3642, 3652
4.10	Условный экстремум.	2	А: 3654, 3657(б), $u = 1 - 4x - 8y$ , $x^2 - 8y^2 = 8$ ; 3676, 3677, 3679 Д: 3655, 3659, $u = x - y + 2z$ , $x^2 + y^2 + 2z^2 = 16$ , ( $u_{\min} = u(-2; 2; -2) = -8$ , $u_{\max} = u(2; -2; 2) = 8$ ); 3662, 3675, 3678
4.11	<b>Контрольная работа по функциям нескольких переменных</b>	2	Раздаточный материал
<b>ИТОГО:</b>			<b>64</b>

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

### 5.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

№	Наименование раздела	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
<b>Семестр 1</b>				
1	Введение. Предел последовательности.	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	УО, 1-5
<b>Рубежный контроль</b>		ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	КР 1.1, 7
2	Предел функции. Непрерывность.	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	УО, 6-9

	<b>Рубежный контроль</b>	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	Колл, 9
3	Дифференциальное исчисление.	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	УО, 10-16
	<b>Рубежный контроль</b>	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	КР 1.2, 10 КР 1.3, 13 ИДЗ 1, 15
	<b>Итоговый контроль</b>	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	<b>Экзамен</b>

\* УО – устный опрос, КР – контрольная работа, Колл – коллоквиум, ИДЗ – индивидуальное домашнее задание

<b>Семестр 2</b>				
1	Неопределённый интеграл.	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	УО, 1-3
	<b>Рубежный контроль</b>	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	КР 2.1, 3
2	Определённый интеграл. Несобственные интегралы.	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	УО, 4-8
	<b>Рубежный контроль</b>	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	КР 2.2, 9
3	Функции нескольких переменных, их предел и непрерывность.	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	УО, 9-10
4	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	УО, 11-16
	<b>Рубежный контроль</b>	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	ИДЗ 2, 13 КР 2.3, 15

<b>Итоговый контроль</b>	ОПК-1, ПК-1, ПК-2	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В- ОПК-1, 3- ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2	<b>Экзамен</b>
--------------------------	----------------------	--	----------------

**5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

Оценка успеваемости студентов осуществляется по результатам:

- самостоятельного выполнения домашних заданий;
- активной работы на лекциях и практических занятиях;
- решения задач на практических занятиях;
- выполнения контрольных работ;
- выполнения ИДЗ по математическому анализу;
- сдачи экзамена.

Формы контроля.

*Текущий контроль* в основном проводится в форме:

- проверки домашних и тестовых заданий;
- опроса студентов на каждом практическом занятии;
- защиты ИДЗ.

*Рубежный контроль* предполагает проведение коллоквиума и контрольных работ.

*Итоговый контроль* проводится на экзамене.

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

**5.2.1. Контрольно-оценочные материалы для проведения текущего контроля**

Средствами оценки текущей успеваемости студентов по ходу освоения модуля дисциплины являются:



*Перечень вопросов*, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний на ознакомительном уровне.

### 1-й семестр

- Что такое числовая последовательность?
- Дайте определение расходящейся последовательности.
- Существует ли последовательность такая, что каждое значение из отрезка  $[0; 1]$  является членом этой последовательности с каким-то номером?
- Какая последовательность называется неограниченной?
- Верно ли, что если последовательность расходится, то она стремится к бесконечности? Является неограниченной?
- Обязательно ли сходящаяся последовательность является ограниченной? Обязательно ли ограниченная последовательность является сходящейся?
- Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
- В радианах или градусах выражается  $x$  в первом замечательном пределе  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  ?
- Как понимать неопределённость  $1^\infty$  ?
- Дайте определение левого и правого пределов функции в точке.
- Какая связь между пределом функции и её левым и правым пределами?
- Что означает непрерывность функции в точке справа?
- Дайте определение разрыва первого рода.
- Когда разрыв первого рода называется устранимым и почему?
- Верно ли, что разрыв второго рода является бесконечным разрывом?
- Можно ли считать, что точная верхняя грань множества значений функции совпадает с максимальным значением функции?
- Сформулируйте теорему Вейерштрасса для непрерывных функций.
- Можно ли в условии теоремы Вейерштрасса заменить непрерывность функции на отрезке непрерывностью на интервале или даже полуинтервале?
- Можно ли в условии теоремы о промежуточных значениях функции заменить непрерывность функции на отрезке непрерывностью на интервале или даже полуинтервале?
- Сформулируйте условия применимости правила Лопиталья.
- Как продифференцировать функцию  $f(x)^{g(x)}$  ?

- Как с помощью правила Лопиталья вычислять неопределённости  $0 \cdot \infty$ ,  $1^\infty$ ,  $0^0$ ,  $\infty^0$  ?
- Дайте определение локального максимума функции.
- Сформулируйте теорему Ферма. Сформулируйте необходимое условие экстремума.
- Как использовать формулу Тейлора при нахождении предела  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  ?
- Как находить вертикальные асимптоты?
- Как находить наклонные асимптоты?
- Верно ли, что если в стационарной точке экстремума нет, то в этой точке – перегиб?

## 2-й семестр

- Пусть  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$  – некоторые первообразные функции  $f(x)$ . Как связаны между собой  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$  ?
- Сколько различных значений имеет  $\sqrt[4]{i}$  ?
- Дайте определение простейших дробей 1-го и 2-го рода.
- Можно ли разложить дробь  $f(x)$  на простейшие дроби, если а)  $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x - 3)^2}$   
б)  $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x + 3)^2}$  ?
- Может ли функция, интегрируемая по Риману на отрезке, быть на этом отрезке а) неограниченной б) разрывной?
- Может ли быть интегрируемой по Риману а) ограниченная б) неограниченная на отрезке функция?
- Сформулируйте предельный признак сходимости несобственных интегралов.
- Дайте определение главного значения несобственного интеграла (1-го и 2-го рода).
- Какой несобственный интеграл называется условно сходящимся?
- Дать определение сходимости последовательности точек в метрическом пространстве.
- Какое множество называется линейно-связным?
- Дайте определение замкнутой области.
- Верно ли, что из условия существования предела функции двух переменных в точке следует равенство повторных пределов?
- Сформулируйте теорему Кантора для непрерывной функции многих переменных.
- Сформулируйте теорему о равенстве смешанных производных.
- Дифференциал какого порядка функции многих переменных инвариантен относительно замены переменных?

- Скалярной или векторной величиной является производная скалярной функции в точке по направлению вектора?
- Какая формула связывает  $\frac{\partial u}{\partial l}$  и  $gradu$ ?
- Что такое нормаль к поверхности?
- В направлении какого вектора скалярная функция возрастает быстрее всего?
- Сформулируйте теорему о необходимых условиях локального экстремума дифференцируемой функции многих переменных.
- Сформулируйте теорему о достаточных условиях локального экстремума функции  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \in C^2$ .

### 5.2.2. Контрольно-оценочные материалы для проведения рубежного контроля

Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при выполнении контрольных работ и коллоквиума.

#### *Образцы вариантов аудиторных контрольных работ за 1 семестр.*

#### Контрольная работа № 1.1

#### Вариант 1

Вычислить пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{\sqrt[3]{x} - 1}$
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt[5]{32x^5 + 5}}{\sqrt[3]{x^3 - 3}}$
3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2 + 3x + 2x}}$
4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x})$
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^{\sin x} - 1}{3x}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - \sqrt{1+2x}}{x}$
7.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin x - \sin 3}{x - 3}$
8.  $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{\sqrt{3} - \operatorname{tg} x}{\cos(x + \pi/6)}$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x + \operatorname{tg} 2x)^{1/(x + \sin x)}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x \cdot 7^x + 9}{x \cdot 8^x + 9} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

### Контрольная работа № 1.2

#### Вариант 1

Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{5^{-x} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}}{\arccos \left( x - \frac{x^7}{\sqrt{7}} \right)}$$

$$2. y = \cos x \cdot \operatorname{arcsin}^3 \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$3. y = \sqrt{\operatorname{tg} \left( \ln \left( x - \frac{1}{2 \sin x} + 3 \right) \right)}$$

$$4. y = \frac{\sqrt{\ln x}}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sqrt{\ln x}}$$

$$5. y = \operatorname{arccotg} \left( \sqrt{\lg \left( 2 - \frac{1}{(1 - e^{-x^3})^2} \right)} \right)$$

### Контрольная работа № 1.3

#### Вариант 1

1. Для функции  $f(x) = \sqrt{\cos x^2}$  ( $-\sqrt{\pi/2} < x < \sqrt{\pi/2}$ ) найти левую и правую производные  $f'_-(x)$  и  $f'_+(x)$  для всех  $x \in (-\sqrt{\pi/2}, \sqrt{\pi/2})$ .

$$2. y = \operatorname{arccotg} \frac{4x^4 + 3 - \arccos \frac{1}{\sqrt{x}}}{3x^3 - \sqrt{2x^2} + \sqrt[5]{x}} + \ln \frac{7x^5 - 3 - xe^{-3x^3}}{\sqrt{5x^2}}, \quad y' - ?$$

$$3. \text{ а) } \begin{cases} x = \cos \left( \sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{t}} \right) \\ y = \operatorname{ctg} \left( t^4 - \frac{1}{t^4} \right) \end{cases}, \quad y_x' - ?$$

$$\text{ б) } e^{xy^2} + x^3 - y^4 = 0; \quad y' - ?$$

$$4. y = (\operatorname{arctg} x)^{\operatorname{ctg} x} + (\cos x)^{\operatorname{arccos} x}; \quad y' - ?$$

$$5. \text{ а) } y = \operatorname{tg} (2 - \sqrt{\operatorname{arcsin}(1 + \ln x)}); \quad dy - ?$$

б) Вычислить приближенно  $\sqrt[4]{253}$ .

### Коллоквиум

#### Вариант 1

1. Докажите теорему о частном двух последовательностей.

Напишите определения (пп.2-4):

2. а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -\infty$

б)  $\{x_n\}$  – неубывающая последовательность

3. а)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

б)  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \infty$

4. а)  $M = \inf X$ .

б) Сформулируйте теорему об устойчивости знака непрерывности функции.

5. Определите характер разрыва функции  $f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} 3x}$  в точке  $x = 0$ .

### *Образцы вариантов аудиторных контрольных работ за 2 семестр.*

#### Контрольная работа № 2.1

##### Вариант 1

Вычислить интегралы

1.  $\int \frac{\sin^2(\ln \sqrt{x}) dx}{x}$

2.  $\int \frac{dx}{\sqrt{5+9x^2}}$

3.  $\int \frac{x^3 dx}{(x+1)^{20}}$

4.  $\int \frac{dx}{\sqrt{4+e^{2x}}}$

5.  $\int \frac{\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x^4-16}} dx$

6.  $\int \frac{\sqrt{x}}{x^2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

7.  $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{17+\cos 2x}}$

8.  $\int \frac{xdx}{x-\sqrt{2}}$

#### Контрольная работа № 2.2

## Вариант 1

Вычислить интегралы

1.  $\int \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 10} dx$

2.  $\int \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx$

3.  $\int \frac{dx}{(x-1)^2(x^2+4)}$

4.  $\int \frac{dx}{\sin x + 3\cos x + 4}$

5.  $\int_0^{16} \frac{dx}{1 + \sqrt[4]{x}}$

## Контрольная работа № 2.3

### Вариант 1

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^3, y = 4x, x = -2, x = 3.$$

2. Найти наибольшее значение  $\frac{\partial f}{\partial l}$  в точке  $M(1; -1)$ , если  $f = x^2 y^3 + 3x^4 y^5$ .

3. Пусть уравнением  $F(x^2 z^3, x^4 + y^5 - z^{-1}) = 0$ , где  $F(u, v)$  – дифференцируемая функция, определяется дифференцируемая функция  $z(x, y)$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

4. Преобразовать выражение  $A = x \frac{\partial u}{\partial y} + y \frac{\partial u}{\partial x}$ , перейдя от переменных  $x, y$  к новым переменным  $r, \varphi$ :  $x = e^r \sqrt{\cos \varphi}$ ,  $y = e^r \sqrt{\sin \varphi}$ .

5. Найти условные экстремумы функции  $u = x^2 - y^2$  относительно уравнения связи  $2x - y - 3 = 0$ .

### 5.2.3. Контрольно-оценочные материалы для проведения итогового контроля

Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при сдаче экзамена.

### Вопросы к экзамену

#### 1-й семестр

Элементы теории множеств. Операции над множествами. Кванторы, отрицания. Действительные числа. Счётные и несчётные множества. Счётность рациональных чисел. Несчётность всех действительных чисел. Отрезок, полуинтервал, интервал, окрестность точки. Внут-

решения точка множества, открытые множества. Ограниченное множество. Понятие функции. Способы задания функции. Основные элементарные функции. Сложная функция. Элементарные функции.

Последовательности. Действия над последовательностями (арифметические). Сходящаяся последовательность. Предел последовательности. Ограниченные последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности. Единственность предела сходящейся последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их связь. Неограниченная последовательность. Свойства бесконечно малых. Представление сходящейся последовательности в виде суммы своего предела и бесконечно малой последовательности. Основные теоремы о пределах последовательностей. Точная верхняя и точная нижняя грани множества. Сходимость монотонной ограниченной последовательности. Принцип вложенных отрезков. Подпоследовательности числовых последовательностей. Необходимое и достаточное условие сходимости всех подпоследовательностей данной последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Фундаментальные последовательности, критерий Коши сходимости последовательности.

Предел функции в точке (определения по Коши и Гейне). Эквивалентность двух определений предела функции. Предел функции на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Обобщенное определение предела. Основные теоремы о пределах. Критерий Коши существования предела функции. Первый и второй замечательные пределы.

Непрерывность функции в точке и на интервале. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Левый и правый односторонние пределы. Условие непрерывности функции в точке. Непрерывность функции слева и справа. Классификация точек разрыва. Непрерывность функции на отрезке. Свойства непрерывных на отрезке функций. Сравнение бесконечно малых (бесконечно малые одного порядка, разных порядков, эквивалентные бесконечно малые). Необходимое и достаточное условие эквивалентности бесконечно малых.

Производная. Геометрический и физический смысл производной. Производные основных элементарных функций. Дифференцируемость функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью. Производная суммы, произведения и частного. Производная сложной функции. Производная обратной функции и функций, заданных в параметрическом виде. Дифференциал и его свойства. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Неинвариантность второго дифференциала.

Теоремы о среднем значении (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя (в точке и на бесконечности). Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа, Коши и Пеано. Формулы Маклорена для функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$ .

Локальный экстремум. Необходимое условие экстремума. Связь между монотонностью и производной. Достаточные условия экстремума. Выпуклость кривой, точки перегиба. Связь между знаком второй производной и направлением выпуклости. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия существования точек перегиба. Асимптоты графика функций. Необходимые и достаточные условия существования наклонных асимптот. Схема исследования функции. Дифференцирование векторных функций скалярного аргумента.

## 2-й семестр

Первообразная. Связь между первообразными одной и той же функции. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов. Замена переменных и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Краткие сведения о комплексных числах: алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Эйлера. Комплексно-сопряженные числа, их свойства. Извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа. Многочлены. Основная теорема алгебры. Разложение действительного многочлена на линейные и квадратичные множители. Разложение правильной дроби на простейшие. Интегрирование простейших и правильных дробей. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей, подстановки Эйлера. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.

Определенный интеграл (по Риману) как предел интегральных сумм. Геометрический смысл и основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Необходимое условие существования определенного интеграла. Производная определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона - Лейбница. Интегрирование по частям и подстановкой в определенном интеграле. Суммы Дарбу, их свойства. Необходимое и достаточное условие существования определенного интеграла. Интегрируемость: а) монотонных ограниченных б) непрерывных в) кусочно- непрерывных функций.

Несобственные интегралы первого и второго рода. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютно и условно сходящиеся интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных (положительных) функций. Признак сходимости Дирихле. Несобственные интегралы с несколькими особенностями. Главное значение несобственного интеграла.



Функции нескольких переменных, основные понятия: расстояние между точками в  $\mathbb{R}^n$ ; неравенство Коши-Буняковского, неравенство "треугольника"; сферические и кубические окрестности, их взаимозаменяемость. Внутренняя точка множества. Открытые и замкнутые множества. Связное множество, замкнутая область. Ограниченное множество. Сходимость последовательности точек в  $\mathbb{R}^n$ . Теорема Больцано-Вейерштрасса. Понятие функции нескольких переменных. Предел функции в точке (по Гейне и Коши). Критерий Коши существования предела. Бесконечно большие функции. Предел функции на бесконечности. Основные теоремы о пределах функций. Непрерывность функции в точке, на множестве. Сумма, произведение и частное непрерывных функций. Устойчивость знака непрерывной функции, имеющей отличное от нуля значение. Непрерывность сложной функции. Теоремы Коши и Вейерштрасса для непрерывных функций. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

Частное приращение функции нескольких переменных. Частные производные (первого порядка). Полное приращение. Дифференцируемые функции. Дифференциал. Условия дифференцируемости функции. Непрерывность дифференцируемых функций. Производная сложной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Производная по направлению. Касательная плоскость, нормаль к поверхности, градиент. Геометрический смысл дифференциала. Частные производные различных порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Классы функций  $C^n$ . Свойства дифференциала 1-го порядка. Инвариантность формы 1-го дифференциала относительно замены переменных. Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность дифференциалов высших порядков. Формула Тейлора. Локальные экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Стационарные точки. Достаточные условия экстремума функции класса  $C^2$ , критерий Сильвестра.

Теоремы о неявной функции, определяемой одним уравнением:

1)  $F(x, y) = 0$  2)  $F(x_1, x_2, \dots, x_n, y) = 0$ . Неявные функции, заданные системой уравнений. Матрица Якоби, определитель Якоби. Зависимость функций. Необходимые, достаточные условия зависимости и независимости функций. Условный экстремум, множители Лагранжа.

Отображения. Непрерывные, равномерно непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Непрерывно дифференцируемые отображения. Свойства якобианов отображений. Локальные гомеоморфные и диффеоморфные отображения. Принцип сохранения области.

## Образцы экзаменационных билетов.

### 1-й семестр

---

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Саровский физико-технический институт – филиал НИЯУ МИФИ  
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)  
Физико-технический факультет

УТВЕРЖДЕН:  
на заседании кафедры ВМ  
«25» декабря 2020 г., протокол №  
Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_ Чернявский В.П.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по курсу «Математический анализ», 1 семестр

1. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их связь.
2. Производная обратной функции

Подпись преподавателя \_\_\_\_\_

---

### 2-й семестр

---

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Саровский физико-технический институт – филиал НИЯУ МИФИ  
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)  
Физико-технический факультет

УТВЕРЖДЕН:  
на заседании кафедры ВМ  
«28» мая 2021 г., протокол №  
Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_ Чернявский В.П.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по курсу «Математический анализ», 2 семестр

1. Первообразная. Связь между первообразными одной и той же функции.  
Неопределенный интеграл, его свойства.
2. Непрерывность сложной функции многих переменных.

Подпись преподавателя \_\_\_\_\_

---

### 5.3. Шкалы оценки образовательных достижений

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка на экзамене выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69		E	
60-64	3 – «удовлетворительно»		Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

## **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Данные методические рекомендации направлены на реализацию самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Математический анализ». Самостоятельная работа студента является одним из основных методов приобретения и углубления знаний, познания общественной практики. Главной задачей самостоятельной работы является развитие общих и профессиональных компетенций, умений приобретать научные знания путем личных поисков, формирование активного интереса и вкуса к творческому самостоятельному подходу в учебной и практической работе.

Общая трудоемкость учебной нагрузки по дисциплине «Математический анализ» составляет 432 часа, из них объем самостоятельной работы по дисциплине – 104 часа и включает в себя:

- самостоятельное ознакомление с дополнительными материалами дисциплины, в том числе рекомендуемыми педагогом, направленное на более глубокое изучение тематических разделов, приобретение новых знаний и умений;
- конспектирование первоисточников (учебной литературы);
- работа в электронной библиотечной системе;
- изучение конспекта лекций при подготовке к практическим занятиям;
- самостоятельное выполнение во внеаудиторное время различного рода заданий, выданных преподавателем, при методическом руководстве последнего, но без его непосредственного участия;
- подготовку к промежуточной аттестации в форме итоговой оценки.

При осуществлении указанных видов самостоятельной работы студенты получают необходимые консультации педагога, в том числе с использованием Интернет-технологий.

Самостоятельная работа студентов, прежде всего, заключается в изучении литературы, дополняющей материал, излагаемый в лекционной части курса. Необходимо овладеть навыками библиографического поиска, в том числе в сетевых Интернет-ресурсах, научиться сопоставлять различные точки зрения и определять методы исследований. Предполагается, что, прослушав лекцию, студент должен ознакомиться с рекомендованной литературой из основного списка, затем обратиться к источникам, указанным в библиографических списках изученных книг, осуществит поиск и критическую оценку материала на сайтах Интернет, соберет необходимую информацию.

Существует несколько методов работы с литературой. Один из них – метод повторения: смысл прочитанного текста можно заучить наизусть. Простое повторение воздействует

на память механически и поверхностно. Полученные таким путем сведения легко забываются. Наиболее эффективный метод – метод осознанного запоминания: прочитанный текст нужно подвергнуть большей, чем простое заучивание, обработке. Чтобы основательно обработать информацию, важно произвести целый ряд мыслительных операций: прокомментировать новые данные; оценить их значение; поставить вопросы; сопоставить полученные сведения с ранее известными. Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения. Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект.

Организация учебной деятельности студента по видам учебных занятий представлена в таблице:

<b>Основные виды учебных занятий</b>	<b>Организация деятельности студента</b>
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; отмечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Обозначить вопросы, теоремы, понятия и термины, которые вызывают трудности в понимании. Попытаться разобраться с этими трудностями с помощью рекомендуемой литературы. Если самостоятельно не удаётся разобраться в материале, то необходимо обратиться с вопросом к преподавателю на практическом занятии или на текущей консультации.
Практическое занятие	Для успешной подготовки к практическому занятию студенту требуется предварительная проработка конспекта лекций и учебной литературы. Структура практического занятия включает в себя: вступительное слово преподавателя (тема, цель занятия), вопросы студентов, которые требуют дополнительных разъяснений, практическая часть (решение задач, обсуждение актуальных вопросов по теме занятия и т.п.); заключительное слово преподавателя (подведение итогов, выдача домашнего задания); рефлексия и самоанализ процесса и результата своей деятельности.
Контрольная работа	Контрольная работа выполняется студентом самостоятельно. Контрольная работа – одна из форм рубежного контроля в учебном процессе. Для успешного выполнения контрольной работы студент должен самостоятельно осуществить проработку соответствующих тем дисциплины. Выполнение контрольной работы осуществляется поэтапно: ознакомление с заданиями; письменное оформление работы; проверка вычислений. После получения проверенной контрольной работы, имеющей замечания, студент должен проанализировать свои ошибки, при необходимости обратившись за консультацией к преподавателю.
Тестирование	Для успешного выполнения теста студент должен самостоятельно осуществить проработку соответствующих тем дисциплины по конспектам лекций, основной и дополнительной литературе. Каждый студент отвечает на вопросы теста самостоятельно. После получения результатов тестирования, имеющего неправильные ответы, студент должен проанализировать свои ошибки, при необходимости обратившись за консультацией к преподавателю.

УМК дисциплины «Математический анализ» включает самостоятельную работу студентов в объеме 52 часа в первом семестре и 52 часа – во втором. Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает следующий

**Перечень форм и методов самостоятельной работы:**

**1-й семестр**

№	Формы и методы СРС	Содержание СРС	Кол-во часов	Сроки контроля (№ недели)
1	Выполнение домашних заданий	В течение семестра	22	еженедельно
2	Чтение конспекта лекций	В течение семестра	10	еженедельно
3	Подготовка к контрольным работам	см. п4	6	6, 10,13
4	Подготовка к коллоквиуму	см. п4	10	8
5	Выполнение ИДЗ	см. п4	4	15, 16
<b>ИТОГО:</b>			<b>52</b>	

**2-й семестр**

№	Формы и методы СРС	Содержание СРС	Кол-во часов	Сроки контроля (№ недели)
1	Выполнение домашних заданий	В течение семестра	22	еженедельно
2	Чтение конспекта лекций	В течение семестра	16	еженедельно
3	Подготовка к контрольным работам	см. п4	10	3, 9,15
4	Выполнение ИДЗ	см. п4	4	13, 14
<b>ИТОГО:</b>			<b>52</b>	

**Замечание:** преподаватель, ведущий практические занятия, обязан ознакомить студентов с характером каждого вида самостоятельной работы.

**6.1. Общий объем самостоятельной работы студентов поданной дисциплине включает две составляющие: текущую СРС и творческую проектно-ориентированную СР (ТСР).**

*6.1.1 Текущая СРС* направлена на углубление и закрепление знаний студентов, развитие практических умений и представляет собой:

- работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий
- опережающая самостоятельная работа;
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- подготовка к контрольной работе и коллоквиуму, к зачету, к экзамену

*6.1.2 Творческая проектно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР)*, ориентирована на развитие интеллектуальных умений, комплекса общекультурных и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов и представляет собой:

- выполнение расчетно-графических работ;
- участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах;

## **6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине.**

*6.2.1. Темы индивидуальных заданий:*

1. Производные и дифференциалы.
2. Правило Лопиталя.
3. Формула Тейлора.
4. Построение графиков функций.

*6.2.2. Темы работ выносимые на самостоятельную проработку:*

5. Множества, операции над множествами. Счетные и несчетные множества.
6. Верхний и нижний пределы последовательностей.
7. Критерий монотонности функции.
8. Локальная ограниченность непрерывных функций.
9. Асимптоты графика функции.

*6.2.3. Образцы индивидуальных заданий*

## 1-й семестр

ИДЗ 1

### Вариант 1

Задание 1.

Найти производную  $y^{(n)}(x)$  функции  $y = \frac{1+x}{1-x}$ .

Задание 2.

Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{1-x^2}}{\sin x - x}$ .

Задание 3.

Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+x} - x)^{\frac{1}{x}}$ .

Задание 4.

Построить график функции  $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$ .

## 2-й семестр

ИДЗ 2

### Вариант 1

Задание 1.

Найти производную функции  $u = x^3 - 2y^2z$  в точке  $A(1, -1, 2)$  по направлению вектора, образующего равные острые углы с осями координат.

Задание 2.

Вычислить приближенно:  $\sqrt{9,01 + (2,97)^3}$ .

Задание 3.

Показать, что функция  $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$  удовлетворяет данному уравнению

$$z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}, \quad \frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}.$$

Задание 4.

Найти второй дифференциал функции  $z = \ln(x^2 + y)$ , считая аргументы  $x$  и  $y$  независимыми.

Задание 5.

Для заданной поверхности  $z - x^2 - 2y^2 = 0$  написать уравнение касательной к ней плоскости, параллельной данной плоскости  $4x + 8y - 2z = 1$ .



### **6.3. Контроль самостоятельной работы .**

Контроль СРС студентов проводится путем проверки работ, предложенных для выполнения в качестве домашних заданий согласно разделу 6.2. Одним из основных видов контроля СРС является выполнение и защита индивидуальных домашних заданий.

### **6.4. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы студентов**

1. Чернявский В.П. Применение формулы Тейлора к вычислению пределов. Учебн. пособие. – Саров: СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2019.
2. И.И. Ляшко, А.К. Боярчук, Я.Г. Гай, Г.П. Головач. Справочное пособие по высшей математике. Т.1.: Математический анализ в примерах и задачах: введение в анализ, производная, интеграл. – М.: Едиториал, УРСС, 2001.

## **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Лекционные занятия проводятся очно (дистанционно при необходимости) в специально оснащённых аудиториях (с компьютером, экраном, проектором, интерактивной доской и подключенным интернетом) Практические занятия проводятся в специально оснащённых аудиториях (с компьютером, экраном, проектором, интерактивной доской и подключенным интернетом).

## **8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Лекционные занятия проводятся с использованием презентаций, включены элементы беседы и постановка проблемных вопросов. Во время чтения лекции возможен свободный выход в Интернет с целью использования актуального материала на открытых образовательных ресурсах. Практическая часть курса сопровождается проведением очных семинаров с целью освоения и закрепления теоретической части курса. Лекции и семинары дополнены проведением контрольных мероприятий и необходимым количеством самостоятельных домашних работ, имеющих прикладной характер. Необходимые для более глубокого изучения курсов материалы в электронной форме размещены в свободном доступе на сайте СарФТИ НИЯУ МИФИ.

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы обучения. Они включают в себя методы, стимулирующие познавательную деятельность обучающихся и вовлекающие каждого участника в мыслительную и поведенческую активность

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.

### Основная литература

1. Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа, т. 1, М., Юрайт, 2019.
2. Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа, т. 2-3, М., Юрайт, 2020.
3. В.А. Ильин, Э.Г.Позняк. Основы математического анализа, том 2, М., Наука 2000.
4. А.М. Тер-Крикоров, М.И.Шабунин. Курс математического анализа. М., Наука 2001.
5. Б.П. Демидович. Задачи и упражнения по математическому анализу. М., Высшая Школа, 2013.
6. Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. Сборник задач по математическому анализу. т.1, М., Физматлит, 2003.
7. Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. Сборник задач по математическому анализу. т.2, М., Физматлит, 2003.
8. Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. Сборник задач по математическому анализу. т.3, М., Физматлит, 2003.

### Дополнительная литература

9. Л.А. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). М., Высшая школа, 1983.
10. И.И. Ляшко, А.К. Боярчук, Я.Г. Гай, Г.П. Головач. Справочное пособие по высшей математике. Т.2.: Математический анализ в примерах и задачах: ряды, функции векторного аргумента. – М.: Едиториал, УРСС, 2003.

### Интернет-ресурсы

11. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm>
12. <http://ru.wikipedia.org/wiki>

Программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с требованиями ОС НИЯУ МИФИ по направлению подготовки (бакалавр) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Авторы: Чернявский В.П., к.ф.м.-н., доцент ВМ

Программа одобрена на заседании кафедры ВМ

\_\_\_\_\_ протокол № 01 от 18.08.2021г.