МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт -
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(**СарФТИ НИЯУ МИФИ**)

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Высшей математики»

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФТФ, член корр. РАН, д.ф-м.н.

__________________ А.К. Чернышев

«___» ______________ **2022 г.**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

наименование дисциплины

Направление подготовки (специальность)	03.03.01 Прикладные математика и физика
Наименование образовательной программы	Фундаментальная и прикладная физика
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Программа одобрена на заседании кафедры

протокол № от 2022г.

Зав. кафедрой ВМ

к.ф.-м.н., доцент

_______________ В.П. Чернявский

«____» __________ 2022 г.

г. Саров, 2022 г.

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 20____/20_____ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м.н, доцент В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 20____/20_____ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м.н, доцент .П. Чернявский

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 20____/20_____ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м.н, доцент В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 20____/20_____ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м.н, доцент В.П. Чернявский

Семестр	В форме практической подготовки	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	КР/ КП	Форма(ы) контроля, экз./зач./ЗсО/	Интерактивные часы
1	64	5	180	64	64	0	16	-	36	57
2	64	5	180	64	64	0	16	-	36	57
3	64	6	216	64	64	0	52	-	36	57
4	64	6	216	64	64	0	52	-	36	57
ИТОГО	**256**	**22**	**792**	**256**	**256**	**0**	**136**	**-**	**144**	**228**

АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Математический анализ» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует получению фундаментального образования, формированию мировоззрения и развитию системного и логического мышления. Математический анализ служит решению задач обоснования математического и прикладного прогнозирования, которые, в свою очередь, используются при планировании и организации производства, при анализе технологических процессов, и для многих других целей. В последние годы методы математического анализа всё шире и шире проникают в различные области науки, техники и экономики, способствуя их прогрессу.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента, консультации.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме выполнения домашних и аудиторных работ, промежуточный контроль в форме выполнения домашних и аудиторных работ и рубежный (итоговый) контроль в форме экзамена (1-4 семестры). Самостоятельная работа студента проверяется на основе расчетно-графических работ (индивидуальных домашних заданий).

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ является базовой и одной из важнейших и необходимых составных частей математики. В то же время сама история появления и развития этой дисциплины ставит её на совершенно особое место в ряду математических наук. Зародившись, как наука, пытающаяся создать теорию движения тел, непрерывно развиваясь и прогрессируя благодаря усилиям большого числа ученых, к настоящему времени она нашла применение как во многих теоретических дисциплинах, так и в важнейших прикладных дисциплинах. Методы математического анализа широко применяются в различных отраслях естествознания и техники: в теории механизмов, машиноведении, в теоретической физике, геодезии, астрономии, и во многих других теоретических и прикладных науках.

Целью преподавания дисциплины «Математический анализ» является: обеспечение фундаментальной подготовки в одной из важнейших областей современной математики; ознакомление с основами классического и элементами современного анализа; обучение общим методам, пригодных для решения задач в других математических дисциплинах и в практике; ознакомление с историей развития математического анализа и с вкладом российских ученых. Поэтому данный курс включает в себя изложение основополагающих разделов математического анализа, различных методов аналитических решений, которые формируют у студентов определенное комбинаторное мышление, дают навыки применения изученных математических методов.

Задачи дисциплины - обучение студентов основным методам решения задач математического анализа и их применению при изучении последующих курсов высшей математики: «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Теория функций комплексного переменного», «Теория вероятностей и математическая статистика» и т.д., а также навыкам построения и решения практических задач на базе математического анализа.

Обучение дисциплине «Математический анализ» рассчитано на 4 первых семестра.

Цели освоения учебной дисциплины.

В результате изучения дисциплины студенты должны

иметь представление:

- о значении математического анализа, его месте в системе фундаментальных наук и роли в решении практических задач;
- об истории развития и современных направлениях в математическом анализе;
- о методологических вопросах математического анализа.

Общий курс «Математический анализ» содержит 256 лекционных и 256 семинарских часа и читается в течение первых четырех семестров.

В результате изучения дисциплины в первом семестре студенты должны

знать:

- Понятие последовательности и её основные свойства.
- Пределы последовательностей и функций (конечный и бесконечный).
- Основные теоремы о пределах последовательностей и функций.
- Непрерывность функций. Теоремы о непрерывных на отрезке функциях.
- Классификация точек разрыва.
- Производная, геометрический и физический смысл. Касательная и нормаль к кривой. Дифференциал.
- Основную таблицу производных..
- Производная сложной функции, обратной функции и функций, заданных в неявном виде и параметрически.
- Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.

- Правило Лопиталя.
- Формулы Тейлора и Маклорена в общем виде и применительно к основным элементарным функциям.
- Экстремумы, точки перегиба, асимптоты кривых, схема построение графиков..

уметь:

- Вычислять пределы последовательностей и функций.
- Классифицировать точки разрыва функций.
- Свободно вычислять производные элементарных функций, сложной функции, обратной функции и функций, заданных в неявном виде и параметрически.
- Применять правило Лопиталя вычисления пределов.
- Применять формулы Тейлора и Маклорена.
- Находить экстремумы функций, интервалы монотонности, точки перегиба, асимптоты.
- Строить графики функций.
- Ставить и решать практические задачи с помощью математического анализа.

В результате изучения дисциплины во втором семестре студенты должны

знать:

- Неопределённый интеграл, основные методы его вычисления.
- Вычисление неопределённого интеграла от рациональных функций, дробно-линейных и квадратичных иррациональностей, некоторых тригонометрических выражений.
- Определённый интеграл по Риману, запись и основные методы его вычисления.
- Критерий существования определённого интеграла по Риману.
- Формула Ньютона-Лейбница, условия её применимости.
- Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода, признаки сходимости. Понятие главного значения несобственного интеграла.
- Евклидовы пространства, неравенство Коши-Буняковского, неравенство «треугольника», расстояние между точками.
- Дифференцируемость функций нескольких переменных. Дифференциал. Дифференцируемость сложной функции.
- Производная по направлению, касательная плоскость, градиент.
- Теорема Эйлера об однородных функциях.
- Формула Тейлора для функций нескольких переменных.
- Локальные экстремумы функций нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Условный экстремум.
- Дифференцируемые отображения. Принцип сохранения области.

уметь:

- Использовать методы вычисления неопределённых и определённых интегралов.
- Применять признаки сходимости несобственных интегралов.
- Находить частные производные различных порядков.
- Находить производную по направлению, градиент, касательную плоскость.
- Вычислять дифференциалы первого и высших порядков.
- Искать экстремумы функций многих переменных.
- Применять метод Лагранжа неопределённых коэффициентом при нахождении условного экстремума.
- Использовать полученные знания для решения физических задач.

В результате изучения дисциплины в третьем семестре студенты должны

знать:

- Двойные и тройные интегралы, запись и вычисление.
- Криволинейные интегралы, запись и вычисление.
- Поверхностные интегралы, запись и вычисление.
- Элементы теории поля, виды физических полей и их классификацию
- Связь математической теории поля с набором реальных физических полей.
- Понятие интеграла, зависящего от параметра, его свойства. Собственные и несобственные интегралы
- Равномерная сходимость несобственных интегралов и их свойства. Вычисление интегралов.
- Формула Лейбница по дифференцированию интеграла, зависящего от параметра.
- Первая и вторая функции Эйлера – гамма и бета функции, их свойства и применение.

уметь:

- Свободно пользоваться языком математического анализа.
- Ставить и решать практические задачи с помощью математического анализа.
- Применять двойные и тройные интегралы для решения конкретных физических и технических задач.
- Применять криволинейные интегралы для решения конкретных физических и технических задач.
- Применять поверхностные интегралы для решения конкретных физических и технических задач.
- Работать с такими операторами как градиент, дивергенция, ротор, лапласиан, оператор Гамильтона.

- Использовать полученные знания для решения производственных физических задач.

В результате изучения дисциплины в четвертом семестре студенты должны

знать:

- Свойства числовых рядов, области их сходимостей, вычисление конечных сумм.
- Свойства функциональных рядов, области их сходимостей, вычисление конечных сумм.
- Свойства степенных рядов, области их сходимостей, вычисление конечных сумм.
- Применение рядов для практических и математических задач.
- Определение ряда Фурье, расчет его коэффициентов и применение.
- Интеграл Фурье, Фурье-преобразование.

уметь:

- Свободно пользоваться языком математического анализа.
- Ставить и решать практические задачи с помощью математического анализа.
- Использовать полученные знания для решения производственных физических задач.

Общие задачи можно сформулировать так:

- Формирование представления о месте и роли математики в современной науке, технике и производстве.
- Воспитание математической культуры.
- Развитие логического мышления и способности оперировать с абстрактными объ-ектами, овладение техникой математических рассуждений и доказательств.
- Формирование первичных навыков научного исследования и самостоятельной ра-боты.
- Освоение логических основ курса и подготовка к их использованию при изучении других математических, естественно-научных и специальных дисциплин, а так же в профессиональной деятельности.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Для успешного усвоения данной дисциплины необходимы математические **знания** и **умения** на уровне среднего образования, а именно:

- свободно оперировать с простыми дробями, целыми и дробными степенями, с формулами сокращенного умножения;
- свободно оперировать векторами;
- знать координатный метод на плоскости и в пространстве;
- оперировать понятиями многочлен и функция;
- знать основные элементарные функции.

Владеть навыками работы с вещественными числами, алгебраическими выражениями.

Дисциплина является предшествующей для таких дисциплин как « Дифференциальные уравнения», «Физика», «Теория вероятности и математическая статистика», «Теория функций комплексного переменного», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики».

3. ФОМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности	З-ОПК-1 Знать фундаментальные основы, полученные в области информационных технологий, естественных и гуманитарных наук, знать методы анализа информации. У-ОПК-1 Уметь использовать на практике углубленные фундаментальные знания, полученные в области естественных и гуманитарных наук. В-ОПК-1 Владеть навыками обобщения, синтеза и анализа фундаментальных знаний, полученные в области информационных технологий, естественных и гуманитарных наук, владеть научным мировоззрением

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Содержание разделов дисциплины:

1 семестр (3 модуля укладываются в 64 лекционных часа).

Раздел 1. Введение. Предел последовательности (модуль 1)

Лекция 1. Элементы теории множеств. Операции над множествами (пересечение, объединение, разность множеств). Некоторые понятия математической логики. Условие, заключение, отрицание. Кванторы, формальное построение отрицания с помощью кванторов.

Лекции 2. Действительные числа. Свойства действительных чисел. Рациональные и иррациональные числа. Счётные и несчётные множества. Счётность множества рациональных чисел.

Лекции 3. Несчётность множества иррациональных чисел. Отрезок, полуинтервал, интервал, окрестность точки. Внутренняя точка множества, открытые множества. Ограниченное множество.

Лекция 4. Понятие функции. Способы задания функции. Основные элементарные функции. Сложная функция. Элементарные функции. Последовательности. Арифметические действия с последовательностями.

Лекция 5. Сходящаяся последовательность. Предел последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности. Единственность предела сходящейся последовательности.

Лекция 6. Бесконечно малые и бесконечно больше последовательности, их связь. Неограниченная последовательность. Свойства бесконечно малых.

Лекция 7. Представление сходящейся последовательности в виде суммы своего предела и бесконечно малой последовательности. Основные теоремы о пределах последовательностей.

Лекция 8. Точная верхняя и ночная нижняя грани числового множества, их существование у непустого ограниченного множества. Сходимость монотонной ограниченной последовательности. Принцип вложенных отрезков.

Лекция 9. Подпоследовательности числовых последовательностей. Необходимое и достаточное условие сходимости всех подпоследовательностей данной последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

Лекция 10. Критерий Коши сходимости последовательности, фундаментальные последовательности. Верхний и нижний пределы последовательности. Необходимые и достаточные условия существования верхнего предела.

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность (модуль 2).

Лекции 11. Предел функции в точке (определения по Коши и Гейне). Эквивалентность двух определений предела функции. Предел функции на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Обобщенное определение предела.

Лекции 12. Основные теоремы о пределах. Замена переменной для пределов функций.

Лекция 13. Критерий Коши существования предела функции. Первый замечательный предел.

Лекция 14. Второй замечательный предел.

Лекция 15. Сравнение бесконечно малых (бесконечно малые одного порядка, разных порядков, эквивалентные бесконечно малые). Необходимое и достаточное условие эквивалентности бесконечно малых.

Лекция 16. Непрерывность функции в точке и на интервале. Локальные свойства непрерывных функций (Локальная ограниченность, сохранение знака, арифметические операции, непрерывность сложной функции). Непрерывность элементарных функций. Левый и правый односторонние пределы.

Лекция 17. Непрерывность функции слева и справа. Условие непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва. Непрерывность функции на отрезке. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении ею своих точных граней на отрезке. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.

Лекция 18. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции. Множество точек разрыва монотонной функции. Критерий непрерывности монотонной функции. Достаточные условия существования и непрерывности обратной функции.

Раздел 3. Дифференциальное исчисление (модуль 3).

Лекции 19. Производная, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Односторонние производные, дифференцируемость функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью.

Лекции 20. Производная суммы, произведения и частного. Производная сложной функции.

Лекции 21. Производная обратной функции Производные основных элементарных функций.

Лекция 22. Производные функций, заданных неявно и в параметрическом виде. Дифференциал, его свойства и геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала.

Лекция 23 . Производные высших порядков. Формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность второго дифференциала.

Лекция 24. Производные различных порядков от неявных функций и функций, заданных в параметрическом виде. Локальный экстремум. Теорема Ферма.

Лекция 25. Теорема Ролля о нуле производной. Теорема Лагранжа о конечных приращениях. Теорема Коши о конечных приращениях.

Лекция 26. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Лекция 27. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано, Шлёмильха-Роша, Лагранжа, Коши.

Лекция 28. Формулы Маклорена для функций $e^x, \sin x, \cos x, shx, chx, \ln(1+x), (1+x)^\alpha$.

Лекция 29. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Связь между монотонностью и производной. Достаточные условия экстремума (исследование по первым и высшим производным).

Лекция 30. Выпуклость кривой, точки перегиба. Связь между знаком второй производной и направлением выпуклости. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия существования точек перегиба.

Лекция 31. Асимптоты графика функций. Необходимые и достаточные условия существования наклонных асимптот. Схема исследования функции.

Лекция 32. Дифференцирование векторных функций скалярного аргумента.

2 семестр (4 модуля укладываются в 64 лекционных часа).

Раздел 1. Неопределенный интеграл (модуль 1)

Лекция 1. Первообразная. Связь между первообразными одной и той же функции. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов. Замена переменных и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

Лекция 2. Краткие сведения о комплексных числах: алгебраическая, тригонометриче-ская и показательная формы записи комплексного числа. Формула Эйлера. Комплексно-сопря-женные числа, их свойства. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа.

Лекция 3.Многочлены. Основная теорема алгебры. Разложение действительного многочлена на линейные и квадратичные множители.

Лекции 4. Разложение правильной дроби на простейшие. Интегрирование простейших и правильных дробей.

Лекции 5. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей, подстановки Эйлера.

Лекция 6. Интегрирование дифференциальных биномов. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.

Раздел 2. Определенный интеграл. Несобственные интегралы (модуль 2)

Лекция 7. Разбиение отрезка, характеристика разбиения. Интегральные суммы. Определение интегрируемой функции и определённого интеграла по Риману. Ограниченность интегрируемой функции.

Лекция 8. Геометрический смысл и основные свойства определенного интеграла.

Лекция 9. Теорема о среднем. Производная определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и подстановкой в определённом интеграле.

Лекции 10. Суммы Дарбу, их свойства. Критерий интегрируемости ограниченной функции.

Лекции 11. Интегрируемость: а) монотонных ограниченных б) непрерывных в) кусочно-непрерывных функций. Приложения определённого интеграла к вычислению длины дуги и площади.

Лекция 12. Несобственные интегралы первого и второго рода. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

Лекция 13. Абсолютно и условно сходящиеся интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных (положительных) функций.

Лекция 14. Интегрирование по частям. Признак сходимости Дирихле. Замена переменной под знаком несобственного интеграла.

Лекции 15. Несобственные интегралы с несколькими особенностями. Главное значение несобственного интеграла.

Раздел 3. Функции нескольких переменных, их предел и непрерывность (модуль 3)

Лекции 16. Понятие метрического и координатного n-мерного пространства. Неравенство Коши - Буняковского и неравенство треугольника. Определение евклидова пространства. Расстояние в R^n.

Лекции 17. Сферические и кубические окрестности, их взаимозаменяемость. Внутренняя точка множества. Открытые и замкнутые множества. Связное множество, замкнутая область. Ограниченное множество. Понятие функции нескольких переменных.

Лекции 18. Сходимость последовательности точек в R^n. Теорема Больцано-Вейерштрасса в R^n. Предел функции в точке (по Гейне и Коши). Критерий Коши существования предела. Бесконечно большие функции. Предел функции на бесконечности.

Лекция 19. Повторные пределы. Основные теоремы о пределах функций. Непрерывность функции в точке, на множестве. Сумма, произведение и частное непрерывных функций. Устойчивость знака непрерывной функции, имеющей отличное от нуля значение.

Лекция 20. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на ограниченных замкнутых множествах (теоремы Вейерштрасса и Кантора). Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (модуль 4)

Лекция 21. Частное приращение функции нескольких переменных. Частные производные (первого порядка). Полное приращение. Дифференцируемые функции. Необходимые условия дифференцируемости функции. Достаточные условия дифференцируемости функции. Класс функций C^1. Дифференциал. Непрерывность дифференцируемых функций.

Лекция 22. Производная сложной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Производная по направлению.

Лекция 23. Понятие гладкой поверхности. Способы задания поверхности (параметрический, в явном и неявном виде). Касательная плоскость, нормаль к поверхности. Градиент. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных.

Лекция 24. Частные производные различных порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Классы функций C^n. Свойства дифференциала 1-го порядка. Инвариантность формы полного дифференциала первого порядка.

Лекция 25. Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность дифференциалов высших порядков. Формула Тейлора.

Лекция 26. Локальные экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Критические, стационарные точки. Достаточные условия экстремума функции класса C^2, критерий Сильвестра.

Лекция 27. Теоремы о неявной функции, определяемой уравнением:

1) $F(x, y) = 0$; 2) $F(x_1, x_2, ..., x_n y) = 0$.

Лекции 28. Неявные функции, заданные системой уравнений. Матрица Якоби, определитель Якоби.

Лекции 29. Зависимость функций. Необходимые, достаточные условия зависимости и независимости функций.

Лекция 30. Условный экстремум, множители Лагранжа.

Лекции 31. Понятие отображения. Взаимно однозначное отображение. Обратное отображение. Дифференцируемое отображение, его дифференциал и производная.

Лекции 32. Непрерывно-дифференцируемые отображения с отличным от нуля определителем Якоби. Принцип сохранения области.

3 семестр (3 модуля укладываются в 64 лекционных часа).

Раздел 1. Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы (модуль 1).

Лекция 1. Кривые, ограничивающие область на плоскости. Спрямляемые кривые. Определение интеграла по области. Предел ряда по элементарным площадям. Двойной интеграл. Определение двойного интеграла. Математический и физический смысл. Расстановка пределов. Смена приоритета осей. Существование двойного интеграла.

Лекция 2. Суммы Дарбу. Классы интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла. Теорема о среднем.

Лекция 3. Вычисление двойного интеграла. Переход от двойного к двукратному интегралу в декартовой системе координат. Примеры удобства смены приоритета осей. Замена переменных в двойном интеграле. Регулярные отображения. Свойства регулярных отображений. Якобиан преобразования в двумерном пространстве.

Лекция 4. Тройной интеграл. Мера Жордана. Понятие объема в n - мерном пространстве. Понятие тройного интеграла. Теорема о среднем.

Лекция 5. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле.

Лекция 6. Понятие кривой линии в двумерном и трехмерном пространстве. Гладкие кривые. Виды задания кривых: неявная функция, пересечение поверхностей, параметрическое задание. Понятие об криволинейном интеграле первого рода. Физический и геометрический смысл криволинейного интеграла первого рода.

Лекция 7. Свойства криволинейного интеграла первого рода. Вычисление криволинейного интеграла первого рода. Длина окружности, длина периметра эллипса. Вычисление криволинейного интеграла первого рода при параметрическом задании кривой.

Лекция 8. Понятие о криволинейном интеграле второго рода. Векторная функция. Скалярное произведение векторной функции на вектор-элемент длины. Примеры на понятии работы силы. Определение криволинейного интеграла второго рода, предел суммы элементарных скалярных произведений векторов. Существование криволинейного интеграла второго рода. Физический и геометрический смысл криволинейного интеграла второго рода.

Лекция 9. Расчет криволинейных интегралов второго рода в декартовой и полярной системах координат. Зависимость криволинейных интегралов второго рода от пути интегрирования. Физические примеры работы сил разного вида по различным кривым. Независимость криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Односвязные и двусвязные области.

Лекция 10. Понятие поверхности в трехмерном пространстве. Непрерывная и гладкая поверхность. Ориентация поверхности и ее векторное изображение. Непрерывное отображение плоской области на трехмерную искривлённую поверхность. Задание поверхности параметрическим образом. Примеры поверхностей: сфера, эллипсоид, гиперболоид. Скалярная функция, заданная на поверхности.

Лекция 11. Понятие о поверхностном интеграле первого рода. Физический и геометрический смысл поверхностного интеграла первого рода – площадь искривленной поверхности и масса искривленной поверхности произвольной линейной плотностью. Вычисление поверхностного интеграла первого рода. Площадь и масса сферической поверхности, и ее отдельных частей.

Лекция 12. Понятие о векторной и скалярной функциях и примеры из физики и техники. Задачи, связанные с такими полями. Понятие потока вектора через поверхность. Понятие о поверхностном интеграле второго рода. Постановка задачи, предел частичных сумм ряда скалярных произведений через произвольно ориентированные поверхности.

Лекция 13. Существование поверхностного интеграла второго рода и его свойства. Физические примеры Поток магнитного поля и электродвижущая сила индукции. Вычисление поверхностных интегралов второго рода. Поверхностный интеграла второго рода через замкнутую поверхность

Раздел 2. Элементы теории поля (модуль 2).

Лекция 14. Преобразования базисов и координат. Взаимные базисы координат. Ковариантные и контравариантные координаты векторов. Преобразования базиса и координат.

Лекция 15. Инварианты линейного оператора. Дивергенция и ротор линейного оператора.

Лекция 16. Понятия скалярного и векторного поля. Дифференцируемые скалярные поля. Градиент скалярного поля. Вычисление, геометрический и физический смысл. Производная скалярного поля по направлению.

Лекция 17. Дифференцируемые векторные поля. Дивергенция и ротор векторного поля. Производная векторного поля по направлению.

Лекция 18. Свойства дивергенции, физический смысл. Свойства ротора, физический смысл. Повторные операции теории поля. Оператор Гамильтона – набла и действия с ним.

Лекция 19. Криволинейные координаты. Цилиндрическая система координат. Сферическая система координат. Ортогональная криволинейная система координат.

Лекция 20. Выражение градиента и производной по направлению для скалярного поля в криволинейных координатах. Выражение дивергенции, ротора и производной по направлению для векторного поля в криволинейных координатах.

Лекция 21. Выражение оператора Лапласа в криволинейных ортогональных координатах. Выражение основных операций теории поля в цилиндрической и сферической системах координат.

Лекция 22. Инвариантная запись формулы Грина. Циркуляция векторного поля. Инвариантная запись формулы Стокса.

Лекция 23. Инвариантная запись формулы Остроградского-Гаусса. Поток векторного поля. Свойства дифференциальной формы.

Лекция 24. Потенциальное и соленоидальное векторные поля. Поверхностно-односвязная трехмерная область. Необходимые и достаточные условия соленоидальности векторного поля.

Раздел 3. Интегралы, зависящие от параметра (модуль 3).

Лекция 25. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость по параметру. Примеры возникновения таких интегралов, их свойства, и вычисление.

Лекция 26. Дифференцируемость интегралов, зависящих от параметра. Теорема Лейбница дифференцирования по пределам и по подынтегральной функции. Примеры и применение.

Лекция 27. Определение несобственного интеграла. Его расчет через пределы. Главное значение несобственного интеграла.

Лекция 28. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость несобственных интегралов на заданном множестве изменения параметра.

Лекция 29. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Признак Дина.

Лекция 30. Свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость.

Лекция 31. Эйлеровы интегралы первого и второго рода. Их свойства и вычисление. Рекуррентные соотношения.

Лекция 32. График гамма - функции. Расчет факториалов. Минимум гамма- функции. Формула Стирлинга. Бета-функция. Ее расчет через гамма-функцию.

4 семестр (5 модулей укладываются в 64 лекционных часа).

Раздел 1. Числовые ряды (модуль 1).

Лекция 1. Определение ряда. Примеры. Частичная сумма ряда. Определение сходимости. Два вида расходимости: стремление предела к бесконечности и отсутствие предела. Примеры на вычисление пределов частичных сумм. Необходимость использования рядов в математике, физике и технике. Парадокс Зенона об атлете и черепахе.

Лекция 2. Доказательство теоремы: необходимый признак сходимости ряда. Примеры. Свойства сходящихся рядов: сумма и разность рядов, умножение на константу. Критерий Коши сходимости ряда. Сравнение рядов.

Лекция 3. Признак сходимости Даламбера. Признак сходимости Коши. Интегральный признак сходимости. Примеры. Расходимость гармонического ряда.

Лекция 4. Доказательство неравенств Гёльдера и Минковского. Формула Эйлера для частичной суммы гармонического ряда, константа Эйлера-Маскерони. Некоторые более сложные признаки сходимости числовых рядов Дирихле и Абеля.

Лекция 5. Теорема Лейбница о сходимости знакочередующегося ряда. Следствие из этой теоремы. Оценка остаточного члена. Примеры расчета знакопеременных рядов. Использование формул Лейбница в физике и технике.

Лекция 6. Условная и абсолютная сходимость рядов. Теоремы для знакопеременных рядов. Признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный для знакопеременных рядов.

Лекция 7. Теорема Римана для условно сходящихся рядов. Пример на изменение суммы ряда за счет перестановки слагаемых.

Раздел 2. Функциональные ряды (модуль 2).

Лекция 8. Определение функционального ряда. Элементарные и неэлементарные функции. Область сходимости функционального ряда. Область расходимости функционального ряда.

Лекция 9. Два вида сходимости: просто сходимость и равномерная сходимость. Определение равномерной сходимости функционального ряда. Примеры.

Лекция 10. Теорема Вейерштрасса о равномерной сходимости. Мажорируемые и мажорирующие ряды. Примеры. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.

Лекция 11. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость равномерно сходящихся функциональных рядов. Примеры на применение таких рядов.

Раздел 3. Степенные ряды (модуль 3).

Лекция 12. Определение степенного ряда. Примеры. Первая теорема Абеля. Радиус сходимости.

Лекция 13. Формула Коши-Адамара для нахождения радиуса сходимости степенного ряда. Формула Даламбера для нахождения радиуса сходимости степенного ряда. Нулевой радиус сходимости и бесконечный радиус сходимости. Примеры.

Лекция 14. Сходимость степенного ряда в точке радиуса сходимости. Вторая теорема Абеля.

Лекция 15. Равномерность сходимости степенных рядов. Нахождение сумм степенных рядов с помощью дифференцирования и интегрирования.

Лекция 16. Бесконечная дифференцируемость степенных рядов в области равномерной сходимости. Разложение функций в степенные ряды. Формула Тейлора. Расчет коэффициентов ряда Тейлора.

Лекция 17. Коэффициенты ряда Маклорена. Разложение тригонометрических функций в ряд Маклорена. Разложение показательных функций в ряд Маклорена.

Лекция 18. Разложение гиперболических синуса и косинуса в ряд Маклорена. Примеры расчета функций.

Раздел 4. Ряды Фурье (модуль 4).

Лекция 19. Определение ряда Фурье, постановка основных задач. Тригонометрический ряд.

Лекция 20. Вычисление коэффициентов ряда Фурье. Теорема Римана.

Лекция 21. Ряды Фурье для четных и для нечетных функций.

Лекция 22. Ряд Фурье для произвольного периода.

Лекция 23. Применение рядов Фурье в физике, музыке и технике.

Лекция 24. Остаток ряда Фурье. Интеграл Дирихле.

Лекция 25. Сходимость рядов Фурье в точке.

Лекция 26. Разложение в ряды Фурье основных функций.

Лекция 27. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье.

Лекция 28. Ряд Фурье в комплексной форме. Примеры

Раздел 5. Интеграл Фурье (модуль 5).

Лекция 29. Интеграл Фурье. Гармонический анализ. Примеры

Лекция 30. Различные виды записи формулы Фурье.

Лекция 31. Комплексная запись интеграла Фурье.

Лекция 32. Преобразование Фурье.

Общая трудоемкость дисциплины за 1 семестр составляет_5_кредитов ECTS, 180 часов.

№ п/п	Раздел учебной дисциплины (модуль)	Недели	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Текущий контроль успеваемости *(неделя, форма)*	Аттестация раздела *(неделя, форма)*	Максимальный балл за раздел *
			Лекции	Практ. занятия	СРС			
1 семестр								
1	Введение. Предел последовательности.	1-5	20	20	11	1 - 5 ДЗ[1], 1 - 5 ФО[2]	7КР 1.1[3]	12 баллов
2	Предел функции. Непрерывность.	6-9	16	16	9	6 - 9 ДЗ 6 - 9 ФО	9К[4]	13 баллов
3	Дифференциальное исчисление.	10-16	28	28	16	10 - 16 ДЗ, 10 - 16 ФО	10КР 1.2 13КР 1.3 15ИДЗ 1[5]	20 баллов
	Посещаемость							**5 баллов**

	ИТОГО	**16**	**64**	**64**	**36**			**180 час\ 50 баллов**
	Экзамен							0 - 50
	Итого за 1 семестр:							**100**

* *100 баллов за семестр, включая зачет или экзамен.*

[1]ДЗ – домашнее задание

[2]ФО – фронтальный опрос

[3]КР – контрольная работа

[4]К − коллоквиум

[5] ИДЗ – индивидуальное домашнее задание

Общая трудоемкость дисциплины за 2 семестр составляет_5_кредитов ECTS, **180 часов**.

№ п/п	Раздел учебной дисциплины (модуль)	Недели	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Текущий контроль успеваемости *(неделя, форма)*	Аттестация раздела *(неделя, форма)*	Максимальный балл за раздел *
			Лекции	Практ. занятия	СРС			
2 семестр								
1	Неопределённый интеграл.	1-3	12	20	11	1 - 3 ДЗ 1 - 3 ФО	3КР 2.1	12 баллов
2	Определённый интеграл. Несобственные интегралы.	4-8	20	16	9	4 - 8 ДЗ 4 – 8 ФО	9КР 2.2	12 баллов
3	Функции нескольких переменных, их предел и непрерывность.	9-10	8	2	2	9 - 10 ДЗ 9 - 10 ФО		3 балла
4	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	11-16	24	26	14	11 -16 ДЗ 11 -16 ФО	13ИДЗ 2 15КР 2.3	18 баллов
	Посещаемость							**5 баллов**
	ИТОГО	**16**	**64**	**64**	**36**			**180 час\ 50 баллов**
	Экзамен							0 - 50
	Итого за 2 семестр:							**100**

Общая трудоемкость дисциплины за 3 семестр составляет_6_кредитов ECTS, **216 часов**.

№ п/п	Раздел учебной дисциплины (модуль)	Недели	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Текущий контроль успеваемости *(неделя, форма)*	Аттестация раздела *(неделя, форма)*	Максимальный балл за раздел *
			Лекции	Практ. занятия	СРС			
3 семестр								
1	Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы	1-7	26	26	15	1 - 7 ДЗ 1 - 7 ФО	3КР 3.1, 5КР 3.2, 6ИДЗ 3.1	20 баллов
2	Элементы теории поля	7-12	22	22	12	7 - 12 ДЗ 7 - 12 ФО	7КР 3.3 11ИДЗ 3.2 12КР 3.4	15 баллов
3	Интегралы, зависящие от параметра.	13-16	16	16	9	13 - 16 ДЗ 13 - 16 ФО	15КР 3.5	10 баллов
	Посещаемость							**5 баллов**
	ИТОГО	**16**	**64**	**64**	**36**			**216 час\ 50 баллов**
	Экзамен							0 - 50
	Итого за 3 семестр:							**100**

* *100 баллов за семестр, включая зачет или экзамен.*

[1]ДЗ – домашнее задание

[2]ФО – фронтальный опрос

[3]КР – контрольная работа

[4]К – коллоквиум

Общая трудоемкость дисциплины за 4 семестр составляет_6_кредитов ECTS, 216 часов.

№ п/п	Раздел учебной дисциплины (модуль)	Недели	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Текущий контроль успеваемости *(неделя, форма)*	Аттестация раздела *(неделя, форма)*	Максимальный балл за раздел *
			Лекции	Практ. занятия	СРС			
4 семестр								
1	Числовые ряды.	1-4	14	14	8	1 - 4 ДЗ, 1 - 4 ФО	4КР 4.1, 3ИДЗ 4.1	10 баллов
2	Функциональные ряды.	4-6	8	14	6	4 - 6 ДЗ, 4 - 6 ФО	6КР 4.2	5 баллов
3	Степенные ряды. Ряд Тейлора.	7-10	14	16	8	6 - 9 ДЗ, 6 - 9 ФО	9ИДЗ 4.2	10 баллов
4	Ряд Фурье.	11-15	20	16	12	10 - 14 ДЗ, 10 - 14 ФО	14КР 4.3	15 баллов

5	Интеграл Фурье.	15-16	8	4	2	15 - 16 ДЗ, 15 - 16 ФО		5 баллов
	Посещаемость							**5 баллов**
	ИТОГО	**16**	**64**	**64**	**36**			**216 час\ 50 баллов**
	Экзамен							0 - 50
	Итого за 4 семестр:							**100**

** 100 баллов за семестр, включая зачет или экзамен.*

[1]ДЗ – домашнее задание

[2]ФО – фронтальный опрос

[3]КР – контрольная работа

[4]К – коллоквиум

[5] ИДЗ – индивидуальное домашнее задание

Календарно-тематический план практических занятий.

1-й семестр

№ занятия	Тематика практических занятий	ПЗ (час)	Аудиторные (А) и домашние (Д) задания **[5]**
1	Область определения и множество значений функции. Суперпозиция функций.	2	А [5]: 154(а,б), 166, 175, 178; 190, 193, 205(б,в), 206, 208, 209 Д [5]: 152, 153, 179, 182, 191, 192, 202, 204, 205(а,г), 207, 210
2	Суперпозиция функций. Обратная функция. Свойства функций	2	А: 211, 212, 213.1, 224, 225, 227, 228 $(arshx)$, 231(а,б,д), 233(б,г,е,з) Д: 213.2, 222, 223, 226, 229, 230, 231(в,г), 233(а,в,д)
3	Предел последовательности. Ограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Неопределенности $+\infty-\infty, \frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0\cdot\infty.$		А: 041,42(а,в),43(а),45(в,а); $+\infty+\infty, -\infty-\infty,$ $\infty\cdot\infty, a\cdot\infty (a\neq 0);$ неопр-сти $+\infty-\infty, \frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0\cdot\infty.$ Д: 042(б,г), 43(б,в), 44, 45(б); доказать: $\lim\limits_{n\to\infty} x_n\cdot y_n=\infty,$ если известно, что $\lim\limits_{n\to\infty} y_n=\infty$ и $\exists A>0, \exists n_0\in\mathbb{N}\ \forall n>n_0: |x_n|\geq A.$
4	Вычисление пределов последовательностей.	2	А: 47, $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-n}),$ 48, 49, 51, 56, 57, 58, 67(а) Д: 46, 52, 53, 54, 67(б), 129, 130
5	Вычисление пределов рациональных функций.	2	А: 411(а,б), 412, 416, 417, 419, 420, 422, 424(а), 425 Д: 411(в), 413, 415, 418, 423, 424(б), 428, 429
6	Эквивалентные бесконечно малые. Элементы о-символики. Вычисление пределов от иррациональных функций.	2	А: 435-443(2k-1), 444, 447, 449, 453 Д: 436-442(2k), 445, 446, 448, 450, 452

7	Вычисление пределов от иррациональных функций.	2	А: 454, 455.1, 456, 457, 459, 462, 465, 466 Д: 455.2, 458, 460, 461, 463, 464, 467
8	Первый замечательный предел	2	А: 468, 469, 470(1); 472, 474(а,в), 475, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x+\cos 3x-\sqrt{4-2x^2}}{x^2}$, 479 Д: 470(2),471,473,474(б),476, 477, 478, 480
9	Первый замечательный предел	2	А: 482-490(2k), 494, 496, 499, 501, 504, 505 Д: 483-497(2k), 500, 502, 504
10	Второй замечательный предел	2	А: 506(а,б,в), 507,509, 513-519(а) (2k-1), 521 Д: 508-518(2k), 519(б), 520,522
11	Второй замечательный предел. Задачи на комбинацию 1-го и 2-го замечательного пределов.	2	А: 524, 526, 528, 529-541(2k-1), 542 Д: 523, 525, 527, 530-540(2k-1), 544
12	Второй замечательный предел. Задачи на комбинацию 1-го и 2-го замечательного пределов.	2	А: 545(а,в), 547, 550, 552, 555, 556, 558, 561(а), 562, 566(а) Д: 545(б,г), 546, 554, 557, 559, 561(б), 563, 566(б)
13	Пределы с гиперболическими функциями. Предел функции на бесконечности.	2	А: 571, 576(а,б), 577(б), 578(в), 579(а), 581, 583; **мини КР** (раздаточный материал) Д: 574, 576(в), 577(а), 579(б), 580, 582, 584
14	Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы. Разрывы 1-го и 2-го рода.	2	А: 585, 593(б,а), 595(а), 596(а), 597(а); 676, 678(б) Д: 592(а,б), 595(б), 596(б), 597(б); 675, 677, 678(а)
15	Разрывы 1-го и 2-го рода. Классификация точек разрыва	2	А: 680, 682, 679, 688, 690, 691, 692, 697, 699 Д: 681, 687, 688, 689, 693, 696, 698,
16	Классификация точек разрыва. Примеры пределов функциональных последовательностей. Определение производной.	2	А: 700; 701, 718, 720, 722; 828(б,в,д) Д:, 714, 717, 721, 723; 828(а,г)
17	Определение производной. Табличное дифференцирование.	2	А: 834-862(2k) Д: 835-863(2k-1)
18	Табличное дифференцирование.	2	А: 864-888(2k) Д: 865-889(2k)
19	Табличное дифференцирование.	2	А: 914-926(2k); **мини КР** (раздат. материал) Д: 891, 893, 896, 898, 910; 913-931(2k-1)
20	Табличное дифференцирование. Логарифмическое дифференцирование.	2	А: 938, 940, 948-858(2k), 960(а,б), 961, 963 Д: 937,939,947-959(2k-1),960(в,г), 962, 964
21	Логарифмическое дифференцирование. Производная сложной функции. Геометрический смысл производной.	2	А: 965(2) , 973, 975, 984(а,б), 985(а,в), 986(1а, 1в; 2), 1060, 1062, 1064(а), 1072 Д: 965(1) , 974, 976, 984(в,г), 985(б,г), 986(1б, 1г), 1061, 1063, 1064(б), 1071
22	Односторонние производные. Дифференцирование функций, заданных параметрически и	2	А: 977(а,б), 978(а,в), 987, 988, 994; 1039-1045(2k-1), 1048, 1049, 1051, 1053 Д: 977(в), 978(б), 989, 995; 1040-1046(2k),

	функций, заданных в неявном виде.		1050, 1052
23	Дифференциал. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.	2	А: 1054(а,в); 1085, 1087, 1089, 1090(а,в,д), 1092, 1096(а,в,д), 1099,1100,1105(а,г), 1107 Д: 1054(б), 1083(а,б,в), 1086, 1089, 1090(б,г,е), 1096(б,г) , 1097,1101, 1102, 1103, 1105(б,в)
24	Вычисление высших производных для функций, заданных параметрически и функций, заданных в неявном виде.	2	А: 1141-1147(2k-1), 1150; 1156, 1158, 1160, 1162, 1164, 1189 Д: 1140-1148(2k), 1157, 1159, 1161, 1163
25	**Контрольная работа по дифференцированию**	2	Раздаточный материал
26	Вычисление высших производных. Формула Лейбница.	2	А: 1193,1195, 1198, 1200, 1202, 1204, 1206, 1208, 1209; 1319-1325(2k-1) Д: 1194,1199, 1201, 1203, 1205, 1207, 1210, 1211; 1318-1324(2k)
27	Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей.	2	А: 1327-1333(2k-1), 1336-54(2k) Д: 1326-1334(2k), 1337-1351(2k-1)
28	Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора.	2	А: 1356, 1358, 1360, 1363(а,в), 1365; 1378, 1382, 1386 Д: 1355, 1359, 1361, 1363(б,г), 1366; 1377, 1379, 1388
29	Формула Тейлора. Применение формулы Тейлора при вычислении пределов.	2	А: 1391, 1398, 1400, 1402, 1404, 1406(а,б,в), 1408 Д: 1390, 1399, 1401, 1402, 1403, 1405, 1406(г), 1409
30	Применение формулы Тейлора при вычислении пределов.	2	А**[4]**: 19.2(2), $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-\sqrt[3]{1+3x}}{\sqrt[4]{1+4x}-\sqrt[5]{1+5x}}$, 19.2(8), 19.9(1), 19.7(6), 19.4(5) Д**[4]**: 19.1(5, 6, 7) [4], 19.2(5), 19.3(2), 19.4(3), 19.5(1), 19.59(1)
31	Асимптоты. Построение графиков функций.	2	А: $y=\sqrt{x^2-x}-2x$, $y=e^{\frac{1}{x}}(x+6)$ (асимптоты); 1475, 1489, $y=\dfrac{\ln x}{x^3}$ Д: 1477, 1488, 1490, 1492, 1512
32	Построение графиков функций	2	А: 1517,1519, $y=e^{\frac{1}{x}}(x+6)$, 1523,1526, 1528 Д: 1513 $(arshx)$,1518,1520,1521,1527, 1529
ИТОГО:		64	

2-й семестр

№ занятия	Тематика практических занятий	ПЗ (час)	Аудиторные (А) и домашние (Д) задания **[5]**
1	Неопределенный интеграл. Табличное интегрирование.	2	А [5]: 1628, 1632-52(2k) Д [5]: 1629-53(2k-1)
2	Табличное интегрирование. Исполь-	2	А: 1655-73(2k-1) Д: 1656-72(2k)

	зование свойств дифференциала. Замена переменных.		
3	Табличное интегрирование. Использование свойств дифференциала. Сведение интегралов к табличным.		А: 1674-98(2k), $\int \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt[3]{\sin x + \cos x}} dx$, 1700(а,г) Д: 1675-99(2k-1), 1700(б,в)
4	Использование свойств дифференциала. Сведение интегралов к табличным. Замена переменных.	2	А: 1701-19(2k-1), 1721(б), 1723,1725 Д: 1702-26(2k)
5	Использование свойств дифференциала. Сведение интегралов к табличным. Замена переменных.	2	А: 1727, 1730, 1732,1741,1747, 1749, 1766, 1768; **мини КР** (раздаточный материал) Д: 1728, 1733, 1742, 1748, 1750, 1750, 1767, 1769
6	Интегрирование по частям для неопределенного интеграла.	2	А: 1791-1813(2k-1) Д: 1792-1814(2k)
7	Интегрирование по частям для неопределенного интеграла.	2	А: 1817-1835(2k-1) Д: 1816-1834(2k)
8	Интегрирование элементарных дробей и простейших иррациональностей. Интегрирование рациональных функций.	2	А: 1837, 1839, 1847, 1849, 1851, 1853(а), 1855, 1856; 1866, $\int \frac{x-2}{x(x-1)(x-3)} dx$ Д: 1838, 1840, 1843, 1848, 1852, 1853(б); 1867, 1871
9	Интегрирование рациональных функций.	2	А: 1869, 1873, 1874-1884(2k) Д: 1870, 1872, 1877- 1885(2k-1)
10	Использование различных приёмов при интегрировании рациональных функций.	2	А: 1903-1919(2k-1) Д: 1904-1920(2k)
11	Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей. Интегрирование дифференциальных биномов.	2	А: 1927, 1929, 1931, 1932, 1934; 1981, 1983, 1985 Д: 1926, 1928, 1930, 1933; 1982, 1984, 1986
12	Стандартные подстановки при интегрирование тригонометрических выражений.	2	А: 1991-2009(2k-1) Д: 1992-2010(2k)
13	“Линеаризация” подынтегральных тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка.	2	А: 2014, 2016, 2018; 2019, 2022, 2024; $\int \frac{dx}{3\sin x + 2\cos x + 3}$, 2028(а), 2030, 2029 Д: 2013, 2015, 2017; 2020, 2021, 2023; 2025, 2026, 2028(б)
14	Использование различных приёмов при интегрировании тригонометрических выражений.	2	А: 2033,2034,2037, 2039; 2043(а), 2044, 2047 Д: 2031,2035,2038; 2043(б), 2045, 2048, 2050
15	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменных в определенном интеграле.	2	А: 2206, 2208, 2210, 2212, 2218; 2245, $\int_0^{\ln 6} \sqrt{e^x + 3}\, dx$, 2272, 2273

			Д: 2207, 2209, 2211, 2216(а,б); 2248, 2249, 2268, 2269, 2271
16	Замена переменных и интегрирование по частям в определенном интеграле.	2	А: 2274; 2239; 2241, 2243, 2270; 2254, 2258(1), 2257(б), 2263 Д: 2240, 2242, 2244, 2278, 2279; 2255, 2257(а), 2258(2)
17	**Контрольная работа по интегрированию**	2	Раздаточный материал
18	Дифференцирование определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Вычисление площади с помощью определенного интеграла.	2	А: 2231, 2232(а,б), 2233(а,б), 2234, 2236; 2398, 2402, 2407, 2412 Д: 2232(в), 2233(в), 2235; 2397, 2399, 2401, 2404, 2411
19	Исследование сходимости несобственных интегралов.	2	А: 2359, 2361, 2363, 2364, 2367, 2369, 2370(б), 2372, 2379 Д: 2358, 2360, 2365, 2366, 2368, 2370(а), 2371, 2373, 2378
20	Главное значение несобственного интеграла. Вычисление несобственных интегралов.	2	А: 2390(б), $v.p.\int_{-\infty}^{+\infty} x^3\,dx$, 2394, 2335-2347(2k-1) Д: 2390(а,в), 2392, 2395; 2334-2346(2k)
21	Область определения функции нескольких переменных. Линии уровня, поверхности уровня. Вычисление частных производных первого и второго порядков. Равенство смешанных производных.	2	А: 3136, 3138, 3145, 3146, 3151, 3153, 3155, 3167; 3213-3223(2k-1) Д: 3137, 3139, 3140, 3143, 3144, 3152, 3154, 3158, 3166; 3214-3224(2k)
22	Формула Эйлера для однородных функций. Дифференциал функции нескольких переменных. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.	2	А: 3225, 3127, 3231(а,в); 3235-3243(2k-1), 3345(а,д), 3346, 3348 Д: 3226, 3228, 3231(б); 3236-3242(2k), 3247, 3249
23	Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.	2	А: 3283-95(2k-1), 3298, 3301 Д: 3284-96(2k), 3297, 3300
24	Производная по направлению, градиент. Проверка решений дифференциальных уравнений с частными производными.	2	А: 3341, 3341, 3346, 3348; 3318, 3322, 3323, 3325, 3326, 3331, 3333, 3335 Д: 3342, 3344, 3345, 3347; 3317, 3321, 3324, 3327, 3332, 3334, 3336, 3338
25	Дифференцирование неявно заданных функций нескольких переменных.	2	А: 3383, 3387, 3389, 3392, 3394, 3395, 3397, 3398(1,2б) Д: 3384, 33888, 3391, 3393, 3396, 3398(2а), 3399
26	Дифференцирование неявно заданных функций нескольких переменных. Матрица Якоби, определитель Якоби.	2	А: 3400, 3401, 3403, 3408(б), 3412, 3415(а), 3416 Д: 3402(а),3405,3408(б), 3411, 3414, 3415(б), 3417
27	Проверка решений дифференциальных уравнений с	2	А: 3419, 3421, 3423, 3425, 3427; 3450, 3455, 3458, 3460

	частными производными. Замена переменных в выражениях, содержащих частные производные функций нескольких переменных.		Д: 3418, 3422, 3424, 3426; 3451 3453, 3459, 3461
28	Замена переменных в выражениях, содержащих частные производные функций нескольких переменных.	2	А: 3463, 3464, 3466, 3470, 3474, 3476, 3479, 3480 Д: 3462, 3465, 3467, 3469, 3471, 3472, 3475, 3477, 3478
29	Замена переменных в выражениях, содержащих частные производные функций нескольких переменных. Переход к полярным координатам.	2	А: 3481, 3483, 3484, 3486, 3487, 3495; 3513, 3515 Д: 3482, 3485, 3488, 3489, 3494, 3500, 3514, 3516
30	Экстремум функции нескольких переменных.	2	А: 3621, 3643, 3628, 3623, 3635, 3644, 3651 Д: 3622, 3624, 3626, 3631, 3634, 3642, 3652
31	Условный экстремум.	2	А: 3654, 3657(б), $u=1-4x-8y,\ x^2-8y^2=8$; 3676, 3677, 3679 Д: 3655, 3659, $u=x-y+2z,\ x^2+y^2+2z^2=16$, $(u_{\min}=u(-2;2;-2)=-8, u_{\max}=u(2;-2;2)=8)$; 3662, 3675, 3678
32	**Контрольная работа по функциям нескольких переменных**	2	Раздаточный материал
ИТОГО:		64	

3-й семестр

№ недели	Тематика практических занятий	ПЗ (часов)	Аудиторные задания
1-2	Двойные интегралы	4	[5]: 3906-3907, 3918, 3921, 3922, 3924-39-31, 3948-3949, 3943-3946, 3951-3952, 3996, 3997 [7]: Гл. 2, §8: 75, 83, 85, 90-93, 96, 100-104, 106-108, 116, 123, 143
2-3	Тройные интегралы	2	[5]: 4076-4083, 4087, 4088, 4090, 4091 [7]: Гл. 2, §8: 132, 133, 139 144, 146, 147, 152
4-5	Криволинейные интегралы 1-го рода	2	[5]: 4227, 4237 [7]: Гл. 2, §10: 1, 10, 15,18
6	Криволинейные интегралы 2-го рода	3	[5]: 4252, 4255, 4281, 4252, 4283, 4298, 4300, 4303, 4306 [7]: Гл.2, §10: 19, 38, 42, 47, 52, 53
7	Поверхностные интегралы 1-го рода	1	[5]: 4342, 4345, 4350 [7]: Гл. 2, §11: 3, 10

8	Поверхностные интегралы 2-го рода	3	[5]: 4352, 4353, 4355, 4357, 4041 [7]: Гл. 2, §11: 26, 28, 30, 33, 38, 41, 42, 47, 49, 52, 55, 57, 61, 62, 66, 69, 72
9	Оператор Гамильтона	1	[7]: Гл.2, §12: 28, 41, 42, 49, 59
10	Скалярные поля	1	[7]: Гл.2, §12: 103, 106
11	Производная по направлению.	4	[5]: 4401-4405, 4416, 4418 [7]: Гл.2, §12:7, 8, 13, 14, 16, 19, 21
12-13	Векторные поля	4	[5]: 4453, 4449 [7]: Гл.2, §12: 45-47, 51, 60, 61, 69, 70, 90, 94, 99, 112, 113, 118, 123
14	Формула Лейбница, производная от интеграла, зависящего от параметра.	2	[5]: 3718, 3719, 37-30-3732, 3735
15	Несобственные интегралы, интеграла, зависящие от параметра	2	[5]: 3755, 3756-3764
16	Эйлеровы интегралы.	1	[5]: 3772, 3793, 3803, 3841-3866 (выборочно)
ИТОГО:		64 часа	

4-й семестр

1-5	Числовые ряды. Частичные суммы, сумма ряда. Необходимый признак сходимости.	4	[7]: Гл.4, §13: 1, 5, 6, 8, 9, 11, 12
1-5	Критерий Коши.	2	[6]: Гл.2, §8: 147, 149, 157 [7]: Гл.4, §13: 13, 14
1-5	Ряды с неотрицательными членами	4	[7]: Гл.4, §14: 3, 4, 8, 9, 10, 11, 14, 19, 21, 24, 27, 28, 29
1-5	Абсолютно и условно сходящиеся ряды	4	[7]: Гл.4, §15: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 13
6-7	Функциональные последовательности и ряды	2	[7]: Гл.5, §17: 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8
8	Сходимость функциональных рядов	4	[7]: Гл.5, §18: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
9-16	Равномерная сходимость функциональных рядов	6	[7]: Гл.5, §18: 7(1,3), 8(1,3,5), 9(3,4,6),10(1,2,5), 11(5), 12(2), 23(1,4), 14(1,3,5), 15(5), 18(1), 19(4), 29(2,6), 39
9-16	Свойства равномерно сходящихся	2	[7]:Гл.5, §19: 1, 2, 8, 12, 9, 37, 40, [7]: Гл.5, §21: 56, 57

	рядов		
9-16	Степенные ряды	6	[7]: Гл.5, §20:7, 8, 9, 11, 14, 15,25
9-16	Ряд Тейлора	6	[7]: Гл.4, §21: 1, 2, 4, 7, 14, 15,18, 21, 25, 29, 31, 33, 57(5,6), 58(1)
9-16	Применение рядов при решении дифференциальных уравнений	2	[7]: Гл.5, §21: 34, 36, 37, 40, 70, 76, 77
	Суммирование рядов	2	[5]: 2986, 2987, 3002, 3006, 3008, 3011, 301, 3013
9-16	Ряд Фурье в действительной форме	4	[5]: 2936, 2937, 2938, 2940. 2941, 2942, 2943, 2947, 2948, 2953
	Ряд Фурье для чётных и нечётных функций	2	[7]: Гл.5, §22: 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 32, 33, 38, 39
9-16	Разложение функций в ряды Фурье а) по косинусам б) по синусам.	4	[7]: Гл.5, §22:30, 31(1), 40, 41, 42, 43, 45, 47, 49,50, 52, 53, 54, 55
	Ряд Фурье для функций периода $2l$	4	[7]: Гл.5, §22: 3, 13, 14, 25, 27, 28, 29, 44, 46, 49, 51 [5]: 2948, 2949, 2951
9-16	Ряд Фурье в комплексной форме	2	[7]: Гл.5, §22: 57, 58, 59, 60(1), 61(1)
9-16	Интеграл Фурье, преобразование Фурье	4	[8]: Гл.3, §17: 1(1,3,4), 2(2,3,43(2,3)), 4(1), 5(1, 2), 6(1), 7(1,3)

ИТОГО:	64 часа

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Для успешного освоения модуля дисциплины применяются как предметно − ориентированные технологии обучения (технология постановки цели, технология полного усвоения, технология концентрированного обучения)**,** так и личностно − ориентированные технологии обучения (технология обучения учебного исследования, технология коллективной мыследеятельности, технология эвристического обучения) которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной образовательной программе.

Перечень методов обучения и форм организации обучения представлен в таблице.
Методы и формы организации обучения

ФОО / Методы	Лекции	Практ. занятия	СРС
Работа в команде		х	х
Домашние работы			х

Опережающая самостоятельная работа			х
Поисковый метод	х	х	х
Исследовательский метод	х	х	х
Индивидуальное обучение		х	
Интернет - тренажеры			х

6. ОРГАНИЗАЦИЯ И УЧЕБНО – МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

УМК дисциплины «Математический анализ» предусмотрена самостоятельная работа студентов в объеме 16 часов в первом семестре, 16 часов – во втором, 52 часов – в третьем, 52 часов – в четвёртом. Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает следующий **перечень форм и методов самостоятельной работы:**

1-й семестр

№	**Формы и методы СРС**	**Содержание СРС**	**Кол-во часов**	**Сроки контроля (№ недели)**
1	Выполнение домашних заданий	В течение семестра	4	еженедельно
2	Чтение конспекта лекций	В течение семестра	4	еженедельно
3	Подготовка к контрольным работам	см. п4	4	7, 10,13
4	Подготовка к коллоквиуму	см. п4	2	9
5	Выполнение ИДЗ	см. п4	2	15, 16
	ИТОГО:		**16**	

2-й семестр

№	**Формы и методы СРС**	**Содержание СРС**	**Кол-во часов**	**Сроки контроля (№ недели)**
1	Выполнение домашних заданий	В течение семестра	4	еженедельно
2	Чтение конспекта лекций	В течение семестра	4	еженедельно
3	Подготовка к контрольным работам	см. п4	4	3, 9,15

4	Выполнение ИДЗ	см. п4	4	13, 14
	ИТОГО:		**16**	

3-й семестр

№	**Формы и методы СРС**	**Содержание СРС**	**Кол-во часов**	**Сроки контроля (№ недели)**
1	Выполнение домашних заданий	В течение семестра	8	еженедельно
2	Чтение конспекта лекций	В течение семестра	8	еженедельно
3	Подготовка к контрольным работам	см. п4	8	3, 5,7, 12
4	Подготовка к коллоквиуму	см. п4	8	8
5	Выполнение ИДЗ	см. п4	8	6, 11
6	Подготовка к экзамену		12	
	ИТОГО:		**52**	

4-й семестр

№	**Формы и методы СРС**	**Содержание СРС**	**Кол-во часов**	**Сроки контроля (№ недели)**
1	Выполнение домашних заданий	В течение семестра	8	еженедельно
2	Чтение конспекта лекций	В течение семестра	8	еженедельно
3	Подготовка к контрольным работам	см. п4	8	4, 6,14
4	Подготовка к коллоквиуму	см. п4	8	
5	Выполнение ИДЗ	см. п4	8	3, 9
6	Подготовка к экзамену		12	
	ИТОГО:		**52**	

Замечание: преподаватель, ведущий практические занятия, обязан ознакомить студентов с характером каждого вида самостоятельной работы.

6.1. Общий объем самостоятельной работы студентов поданной дисциплине включает две составляющие: текущую СРС и творческую проектно-ориентированную СР (ТСР).

6.1.1 Текущая СРС направлена на углубление и закрепление знаний студентов, развитие практических умений и представляет собой:

- работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий
- опережающая самостоятельная работа;
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- подготовка к контрольной работе и коллоквиуму, к зачету, к экзамену

6.1.2 Творческая проектно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР), ориентирована на развитие интеллектуальных умений, комплекса общекультурных и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов и представляет собой*:*

- выполнение расчетно-графических работ;
- участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах;

6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине.

6.2.1. Темы индивидуальных заданий:

1. Производные и дифференциалы.
2. Правило Лопиталя.
3. Формула Тейлора.
4. Построение графиков функций.

6.2.2. Темы работ выносимые на самостоятельную проработку:

5. Множества, операции над множествами. Счетные и несчетные множества.
6. Верхний и нижний пределы последовательностей.
7. Критерий монотонности функции.
8. Локальная ограниченность непрерывных функций.
9. Асимптоты графика функции.

6.2.3. Образцы индивидуальных заданий

1-й семестр

ИДЗ 1

Вариант 1

Задание 1.

Найти производную $y^{(n)}(x)$ функции $y=\dfrac{1+x}{1-x}$.

Задание 2.

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\sqrt{1-x^2}}{\sin x - x}$.

Задание 3.

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt{1+x}-x)^{\frac{1}{x}}$.

Задание 4.

Построить график функции $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$.

2-й семестр

ИДЗ 2

Вариант 1

Задание 1.

Найти производную функции $u = x^3 - 2y^2 z$ в точке A(1, -1, 2) по направлению вектора, образующего равные острые углы с осями координат.

Задание 2.

Вычислить приближенно: $\sqrt{9,01 + (2,97)^3}$.

Задание 3.

Показать, что функция $z = \dfrac{y}{(x^2 - y^2)^5}$ удовлетворяет данному уравнению

$$z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}, \quad \frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}.$$

Задание 4.

Найти второй дифференциал функции $z = \ln(x^2 + y)$., считая аргументы *x* и *y* независимыми.

Задание 5.

Для заданной поверхности $z - x^2 - 2y^2 = 0$ написать уравнение касательной к ней плоскости, параллельной данной плоскости $4x + 8y - 2z = 1$.

3-й семестр

ИДЗ 3.1 ([9])

Вариант 1

Задание 1 ([9]: 1.1, с.107).

Изменить порядок интегрирования

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^{0} f(x, y)dx + \int_{-1}^{0} \int_{-\sqrt{-y}}^{0} f(x, y)dx.$$

Задание 2 ([9]: 2.1, с.109).

Вычислить

$$\iint\limits_D (12x^2y^2+16x^3y^3)\,dxdy,$$
$$D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}.$$

Задание 3 ([9]: 6.1, с.117).

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями

$$y=\frac{3}{x},\ y=4e^x,\ y=3,\ y=4.$$

Задание 4 ([9]: 11.1, с.122).

Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями

$$x^2+y^2=2y,\ \ z=\frac{5}{4}-x^2,\ \ z=0.$$

Задание 5 ([9]: 13.1, с.125).

Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями

$$z=\sqrt{9-x^2-y^2},\ \ \frac{9z}{2}=x^2+y^2.$$

Номер варианта k соответствует порядковому номеру k студента в списке группы.

№ варианта	№№ заданий [9]				
	1	2	3	4	5
k	1. k (с.107)	2. k (с.109)	6. k (с.117)	11. k (с.122)	13. k (с.125)

ИДЗ 3.2 ([9])

Вариант 1

Задание 1 ([9]: 4.1, с.136).

Найти поток векторного поля $\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ через часть поверхности $x^2+y^2=1$, вырезаемую плоскостями $x=0$ и $x=2$ (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

Задание 2 ([9]: 5.1, с.137).

Найти поток векторного поля $\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ через часть плоскости $x+y+z=1$, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

Задание 3 ([9]: 8.1, с.140).

Найти поток векторного поля $\vec{a} = (x+z)\vec{i} + (z+y)\vec{k}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя),

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ z = x,\ z = 0\ (z \ge 0). \end{cases}$$

Задание 4 ([9]: 9.1, с.141).

Найти поток векторного поля $\vec{a} = x^2\vec{i} + x\vec{j} + xz\vec{k}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя),

$$S: \begin{cases} z = x^2 + y^2,\ z = 1, \\ x = 0,\ y = 0\ (1-й\ октант). \end{cases}$$

Задание 5 ([9]: 11.1, с.145).

Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a} = y\vec{i} - x\vec{j} + z^2\vec{k}$ вдоль контура Г в направлении, соответствующем возрастанию параметра t,

$$\Gamma: \begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t,\ y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t \\ z = \sin t. \end{cases}$$

Номер варианта k соответствует порядковому номеру k студента в списке группы.

№ варианта	№№ заданий [9]				
	1	2	3	4	5
k	4. k (с.136)	5. k (с.137)	8. k (с.140)	9. k (с.141)	11. k (с.145)

4-й семестр

ИДЗ 4.1 ([9])

Вариант 1

Задание 1 ([9]: 2.1, с.94).

Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}.$$

Задание 2 ([9]: 4.1, с.95).

Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{2^n(n-1)!}.$$

Задание 3 ([9]: 5.1, с.96).

Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}.$$

Задание 4 ([9]: 6.1, с.97).

Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2(3n+1)}.$$

Задание 5 ([9]: 7.1, с.98).

Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

Номер варианта k соответствует порядковому номеру k студента в списке группы.

№ варианта	№№ заданий [9]				
	1	2	3	4	5
k	2. k (с.94)	4. k (с.95)	5. k (с.96)	6. k (с.97)	7. k (с.98)

ИДЗ 4.2 ([9])

Вариант 1

Задание 1 ([9]: 9.1, с.94).

Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{x^n+1}.$$

Задание 2 ([9]: 10.1, с.95).

Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n-2)^3}{2n+3}(x+3)^{2n}.$$

Задание 3 ([9]: 11.1, с.96).

Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n(x^2-6x+13)^n}.$$

Задание 4 ([9]: 12.1, с.97).

Найти сумму ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{x^{n-1}}{n(n-1)}.$$

Задание 5 ([9]: 14.1, с.98).

Разложить функцию

$$f(x)=\frac{9}{20-x-x^2}.$$

в ряд Тейлора по степеням x.

Номер варианта k соответствует порядковому номеру k студента в списке группы.

№ варианта	№№ заданий [9]				
	1	2	3	4	5
k	9. k (с.100)	10. k (с.100)	11. k (с.101)	12. k (с.102)	14. k (с.104)

6.3. Контроль самостоятельной работы .

Контроль СРС студентов проводится путем проверки работ, предложенных для выполнения в качестве домашних заданий согласно разделу 6.2. Одним из основных видов контроля СРС является выполнение и защита индивидуальных домашних заданий.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

№	Наименование раздела	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
Семестр 1				
1	Введение. Предел последовательности.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 1-5
	Рубежный контроль	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР 1.1, 7
2	Предел функции. Непрерывность.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 6-9
	Рубежный контроль	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	К, 9
3	Дифференциальное исчисление.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 10-16
	Рубежный контроль	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР 1.2, 10 КР 1.3, 13 ИДЗ 1, 15
	Итоговый контроль	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	**Экзамен**

* ФО – фронтальный опрос, КР – контрольная работа, К – коллоквиум, ИДЗ – индивидуальное домашнее задание

Семестр 2				
1	Неопределённый интеграл.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 1-3
	Рубежный контроль	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР 2.1, 3
2	Определённый интеграл. Несобственные интегралы.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 4-8
	Рубежный контроль	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР 2.2, 9
3	Функции нескольких переменных, их предел и непрерывность.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 9-10

4	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 11-16
Рубежный контроль		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ИДЗ 2, 13 КР 2.3, 15
Итоговый контроль		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	**Экзамен**
Семестр 3				
1	Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 1-7
Рубежный контроль		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР 3.1, 3 КР 3.2, 5 ИДЗ 3.1, 6
2	Элементы теории поля	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 7-12
Рубежный контроль		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР 3.3, 7 ИДЗ 3.2, 11 КР 3.4, 12
3	Интегралы, зависящие от параметра.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 13-16
Рубежный контроль		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР 3.5, 15
Итоговый контроль		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	**Экзамен**
Семестр 4				
1	Числовые ряды.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 1-4
Рубежный контроль		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР 4.1, 4 ИДЗ 4.1, 3
2	Функциональные ряды.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 4-6
Рубежный контроль		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР 4.2, 6
3	Степенные ряды. Ряд Тейлора.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 7-10

	Рубежный контроль	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ИДЗ 4.2, 9
4	Ряд Фурье.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 11-15
	Рубежный контроль	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР 4.3, 14
5	Интеграл Фурье.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	ФО, 15-16
	Итоговый контроль	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	**Экзамен**

7.2. Текущий контроль. Средствами оценки текущей успеваемости студентов по ходу освоения модуля дисциплины являются:

Перечень вопросов, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний на ознакомительном уровне.

1-й семестр

- Что такое числовая последовательность?
- Дайте определение расходящееся последовательности.
- Существует ли последовательность такая, что каждое значение из отрезка [0; 1] является членом этой последовательности с каким-то номером?
- Какая последовательность называется неограниченной?
- Верно ли, что если последовательность расходится, то она стремится к бесконечности? Является неограниченной?
- Обязательно ли сходящаяся последовательность является ограниченной? Обязательно ли ограниченная последовательность является сходящейся?
- Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
- В радианах или градусах выражается x в первом замечательном пределе $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$?
- Как понимать неопределённость 1^{∞} ?
- Дайте определение левого и правого пределов функции в точке.
- Какая связь между пределом функции и её левым и правым пределами?
- Что означает непрерывность функции в точке справа?
- Дайте определение разрыва первого рода.
- Когда разрыв первого рода называется устранимым и почему?
- Верно ли, что разрыв второго рода является бесконечным разрывом?

- Можно ли считать, что точная верхняя грань множества значений функции совпадает с максимальным значением функции?
- Сформулируйте теорему Вейерштрасса для непрерывных функций.
- Можно ли в условии теоремы Вейерштрасса заменить непрерывность функции на отрезке непрерывностью на интервале или даже полуинтервале?
- Можно ли в условии теоремы о промежуточных значениях функции заменить непрерывность функции на отрезке непрерывностью на интервале или даже полуинтервале?
- Сформулируйте условия применимости правила Лопиталя.
- Как продифференцировать функцию $f(x)^{g(x)}$?
- Как с помощью правила Лопиталя вычислять неопределённости $0\cdot\infty, 1^{\infty}, 0^{0}, \infty^{0}$?
- Дайте определение локального максимума функции.
- Сформулируйте теорему Ферма. Сформулируйте необходимое условие экстремума.
  В чём между ними заключается различие?
- Как использовать формулу Тейлора при нахождении предела $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$?
- Как находить вертикальные асимптоты?
- Как находить наклонные асимптоты?
- Верно ли, что если в стационарной точке экстремума нет, то в этой точке − перегиб?

2-й семестр

- Пусть $F_1(x)$ и $F_2(x)$ − некоторые первообразные функции $f(x)$. Как связаны между собой $F_1(x)$ и $F_2(x)$?
- Сколько различных значений имеет $\sqrt[4]{i}$?
- Дайте определение простейших дробей 1-го и 2-го рода.
- Можно ли разложить дробь $f(x)$ на простейшие дроби, если а) $f(x)=\dfrac{1}{(x^2-2x-3)^2}$ б) $f(x)=\dfrac{1}{(x^2-2x+3)^2}$?
- Может ли функция, интегрируемая по Риману на отрезке, быть на этом отрезке а) неограниченной б) разрывной?
- Может ли быть интегрируемой по Риману а) ограниченная б) неограниченная на отрезке функция?
- Сформулируйте предельный признак сходимости несобственного интеграла.
- Дайте определение главного значения несобственного интеграла (1-го и 2-го рода).
- Какой несобственный интеграл называется условно сходящимся?
- Дать определение сходимости последовательности точек в метрическом пространстве.
- Какое множество называется линейно-связным?
- Дайте определение замкнутой области.

- Верно ли, что из условия существования предела функции двух переменных в точке следует равенство повторных пределов?
- Сформулируйте теорему Кантора для непрерывной функции многих переменных.
- Сформулируйте теорему о равенстве смешанных производных.
- Дифференциал какого порядка функции многих переменных инвариантен относительно замены переменных?
- Скалярной или векторной величиной является производная скалярной функции в точке по направлению вектора?
- Какая формула связывает $\frac{\partial u}{\partial l}$ и $grad u$?
- Что такое нормаль к поверхности?
- В направлении какого вектора функция возрастает быстрее всего?
- Сформулируйте теорему о необходимых условиях локального экстремума дифференцируемой функции многих переменных.
- Сформулируйте теорему о достаточных условиях локального экстремума функции $f(x_1, x_2, ..., x_n) \in C^2$.

7.3. Рубежный контроль. Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при выполнении контрольных и индивидуальных заданий.

7.3.1. Образцы вариантов аудиторных контрольных работ за 1 семестр.

Контрольная работа № 1.1

Вариант 1

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{\sqrt[3]{x}-1}$
2. $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt[5]{32x^5+5}}{\sqrt[3]{x^3-3}}$
3. $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2+3x}+2x}$
4. $\lim\limits_{x\to +\infty} (\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x})$
5. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{10^{\sin x}-1}{3x}$
6. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{5^x-\sqrt{1+2x}}{x}$
7. $\lim\limits_{x\to 3} \frac{\sin x-\sin 3}{x-3}$
8. $\lim\limits_{x\to \pi/3} \frac{\sqrt{3}-tg\, x}{\cos(x+\pi/6)}$

9. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x+tg2x)^{1/(x+\sin x)}$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x\cdot 7^x+9}{x\cdot 8^x+9}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

Контрольная работа № 1.2

Вариант 1

Найти производные следующих функций:

1. $y=\dfrac{5^{-x}arctg\,\dfrac{1}{x}}{\arccos\left(x-\dfrac{x^7}{\sqrt{7}}\right)}.$

2. $y=\cos x\cdot arcsin^3\dfrac{1}{\sqrt{x}}.$

3. $y=\sqrt{tg\left(\ln\left(x-\dfrac{1}{2\sin x}+3\right)\right)}.$

4. $y=\dfrac{\sqrt{\ln x}}{ctg\,x}-\dfrac{arcctg\,2x}{\sqrt{\ln x}}.$

5. $y=arcctg\left(\sqrt{\lg\left(2-\dfrac{1}{(1-e^{-x^3})^2}\right)}\right).$

Контрольная работа № 1.3

Вариант 1

1. Для функции $f(x)=\sqrt{\cos x^2}$ $(-\sqrt{\pi}<x<\sqrt{\pi})$ найти левую и правую производные $f_-^{'}(x)$ и $f_+^{'}(x)$ для всех $x\in(-\sqrt{\pi},\sqrt{\pi})$.

2. $y=arcctg\,\dfrac{4x^4+3-\arccos\dfrac{1}{\sqrt{x}}}{3x^3-\sqrt{2}x^2+\sqrt[5]{x}}+\ln\dfrac{7x^5-3-xe^{-3x^3}}{\sqrt{5}x^2}$, $y'-?$

3. а) $\begin{cases} x=\cos\left(\sqrt{t}+\dfrac{1}{\sqrt{t}}\right) \\ y=ctg\left(t^4-\dfrac{1}{t^4}\right)\end{cases}$, $\quad y_x{}' - ?$

б) $e^{xy^2}+x^3-y^4=0$; $\quad y' - ?$

4. $y=(arctgx)^{ctg\,x}+(\cos x)^{\arccos x}$; $\quad y' - ?$

5. а) $y = tg(2 - \sqrt{\arcsin(1 + \ln x)}\ );\ \ dy - ?$

б) Вычислить приближенно $\sqrt[4]{253}$.

Коллоквиум

Вариант 1

1. Докажите теорему о частном двух последовательностей.

Напишите определения (пп.2-4):

2. а) $\lim\limits_{n \to \infty} x_n = -\infty$

б) $\{x_n\}$ – неубывающая последовательность

3. а) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

б) $\lim\limits_{x \to x_0 - 0} f(x) = \infty$

4. а) M = inf X.

б) Сформулируйте теорему об устойчивости знака непрерывности функции.

5. Определите характер разрыва функции $f(x) = \dfrac{x^2}{arctg 3x}$ в точке $x = 0$.

7.3.2. Образцы вариантов аудиторных контрольных работ за 2 семестр.

Контрольная работа № 2.1

Вариант 1

Вычислить интегралы

1. $\displaystyle\int \frac{\sin^2(\ln\sqrt{x})dx}{x}$

2. $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{5 + 9x^2}}$

3. $\displaystyle\int \frac{x^3 dx}{(x+1)^{20}}$

4. $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{4 + e^{2x}}}$

5. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x^4 - 16}}\, dx$

6. $\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{x}} \cdot ctg\frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$

7. $\int \frac{\cos x\,dx}{\sqrt{17+\cos 2x}}$ 8. $\int \frac{x dx}{x-\sqrt{2}}$

Контрольная работа № 2.2

Вариант 1

Вычислить интегралы

1. $\int \frac{\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}+10}dx$

2. $\int \frac{\ln(1+x)}{x^2}dx$

3. $\int \frac{dx}{(x-1)^2(x^2+4)}$

4. $\int \frac{dx}{\sin x+3\cos x+4}$

5. $\int\limits_0^{16} \frac{dx}{1+\sqrt[4]{x}}$

Контрольная работа № 2.3

Вариант 1

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y=x^3,\ y=4x,\ x=-2,\ x=3.$$

2. Найти наибольшее значение $\frac{\partial f}{\partial l}$ в точке M(1;-1), если $f=x^2y^3+3x^4y^5$.

3. Пусть уравнением $F(x^2z^3, x^4+y^5-z^{-1})=0,$ где $F(u,v)$ − дифференцируемая функция, определяется дифференцируемая функция $z(x,y)$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.

4. Преобразовать выражение $A=x\frac{\partial u}{\partial y}+y\frac{\partial u}{\partial x}$, перейдя от переменных x, y к новым переменным r,φ:

$$x=e^r\sqrt{\cos\varphi},\ y=e^r\sqrt{\sin\varphi}.$$

5. Найти условные экстремумы функции $u=x^2-y^2$ относительно уравнения связи $2x-y-3=0.$

7.3.3. Образцы вариантов аудиторных контрольных работ за 3 семестр.

Контрольная работа № 3.1

Вариант 1

1. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(\mathrm{x,y})\,\mathrm{dxdy}$ в декартовой системе координат и в полярной системе координат по области *D*, ограниченной линиями

   $a)\quad a^2 \le x^2 + y^2 \le 4a^2, \quad |x| - y \ge 0, \quad x \le 0$

   $b)\quad y = 0, \quad y = 0, \quad x + y = 0, \quad x + y = 2a$

2. Записать повторный интеграл или сумму повторных интегралов в виде двойного и нарисовать множество интегрирования

   $a)\quad \int\limits_{-1}^{2} dx \int\limits_{x^2-1}^{3+2x-x^2} f(\mathrm{x,y})\,\mathrm{dy}$

   $b)\quad \int\limits_{0}^{1/2} dy \int\limits_{\sqrt{1-2y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(\mathrm{x,y})\,\mathrm{dx} + \int\limits_{1/2}^{1} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{1-y^2}} f(\mathrm{x,y})\,\mathrm{dx}$

3. Вычислить $\iint\limits_D f(\mathrm{x,y})\,\mathrm{dxdy}$ по области *D*, ограниченной линиями

   $a)\quad y = \sqrt[3]{|x|}, \quad y = 1, \quad f(\mathrm{x,y}) = (1 - \mathrm{y}^2)^{\alpha}$

   $b)\quad \rho = 2 - \cos\varphi, \quad \rho = 3\cos\varphi$

4. Записать интеграл $\iint\limits_D f(\mathrm{x,y})\,\mathrm{dxdy}$ в виде повторного, где *D* ограничена линиями $y = ax^2,\ y = bx^2,\ xy = p,\ xy = q,\ 0 < a < b,\ 0 < p < q$ с помощью замены переменных в двойном интеграле.

Контрольная работа № 3.2

Вариант 1

1. Расставить пределы интегрирования в $\iiint\limits_D f(\mathrm{x,y,z})\,\mathrm{dxdydz}$ по области *D*, ограниченной поверхностями. Сделать рисунок.

   $a)\quad x^2 + y^2 = R^2, \quad z = 0, \quad z = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\mathrm{z} \le \sqrt{x^2 + y^2})$

   $\mathrm{b})\quad x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \quad y^2 = x^2 + z^2 \quad (\mathrm{y} < 0)$

   $\mathrm{c})\quad x^2 + y^2 + z^2 = 2Rz, \quad y = x, \quad y = 0$

   $d)\quad z = 1 + x + y, \quad x + y = 1, \quad z = 0, \quad x = 0, \quad y = 0$

   $e)\quad x^2 + y^2 = 2y, \quad z = \frac{5}{4} - x^2, \quad z = 0$

   $f)\quad z = x^2 + y^2, \quad y = x^2, \quad y = 1, \quad z = 0$

2. Восстановить область интегрирования в $\iiint\limits_D f(\mathrm{x,y,z})\,\mathrm{dxdydz}$ по повторному интегралу и расставить пределы интегрирования в указанном порядке

a) $\int\limits_{-a}^{a} dx \int\limits_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} dy \int\limits_{0}^{n} f(\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z})\,\mathrm{dz}, \quad (\mathrm{z};\mathrm{y};\mathrm{x})$

b) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{1-x} dy \int\limits_{0}^{x+y} f(\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z})\,\mathrm{dz}, \quad (\mathrm{z};\mathrm{x};\mathrm{y})$

Контрольная работа № 3.3

Вариант 1

1. Вычислить $\int\limits_{\Gamma} \sqrt{x^2+y^2}\,dl, \quad \Gamma: \quad x^2+y^2=ax$
2. Вычислить $\int\limits_{\Gamma} xdy - ydx; \quad \Gamma - \textit{часть} \quad \textit{кривой} \quad y=x^3, \quad 1 \le x \le 2$, пробегаемая в направлении возрастания параметра x.
3. Вычислить $\oint\limits_{\Gamma} xy^2dx + xdy + (\mathrm{e}^x + \mathrm{xy} - 3\,\mathrm{y})\,\mathrm{dz}, \quad \Gamma: \quad \begin{cases} x^2+y^2=16 \\ x^2+y^2+z^2=25, \quad (z<0) \end{cases}$

   пробегаемый по часовой стрелке, если смотреть из начала координат.
4. Найти координаты центра масс ломаной $ABC: \quad A(1;0;0), \quad \mathrm{B}(0;0;1), \quad C(0;1;0), \quad \mu = const$
5. Найти работу упругой силы $\vec{F}$, направленной к началу координат, значение которой пропорционально расстоянию до начала координат, если точка описывает в направлении против хода часовой стрелки четверть эллипса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (\mathrm{x} \ge 0, \quad \mathrm{y} \ge 0)$
6. Найти $u(\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z})$ по заданному полному дифференциалу

   $du = (\mathrm{e}^{2y} - 5\,\mathrm{y}^3\mathrm{e}^x)\,\mathrm{dx} + (2\,\mathrm{xe}^{2y} - 15\,\mathrm{y}^2\mathrm{e}^x)\,\mathrm{dy}$
7. Найти момент инерции одного витка винтовой линии относительно оси Ox

   $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = a\sin t, \ 0 \le t \le 2\pi, \ \mu = 1. \\ z = ht/(2\pi) \end{cases}$

Контрольная работа № 3.4

Вариант 1

1. Найти производную поля $u = \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}$ в точке *M(x,y,z)* в направлении $\vec{l} = \vec{r}(\mathrm{M})$.
2. Найти силовые линии поля $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + 2z\vec{k}$
3. Определить тип поля $\vec{a} = \frac{\vec{r}}{r}$
4. a) Вычислить $div\ grad\ f(\mathrm{r})$

   b) Найти u(r), если $div(\mathrm{u(r)}\,\vec{\mathrm{r}}) = 0$

   c) Доказать, что $div[\nabla \mathrm{u}, \nabla \mathrm{v}] = 0$

5. Найти циркуляцию по положительно определенному контуру $L:\begin{cases}2x^2-y^2+z^2=a^2\\ x+y=0\end{cases}$

6. Найти поток поля $\vec{a}=\{\mathrm{x}^2\mathrm{y},-\mathrm{xy}^2,\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2\}$ через боковую поверхность цилиндра $x^2+y^2=R^2,\quad 0\le z\le H$

7. Бонус. Найти поток поля $\vec{a}=(0,\mathrm{yz}^2,0)$ через часть боковой поверхности конуса $x^2+z^2=y^2,\quad 0\le y\le H,\quad z\ge 0$

Контрольная работа № 3.5

Вариант 1

1. Исследовать на равномерную сходимость

$$a)\ F(y)=\int_1^{+\infty}\frac{\ln^y x}{x^3}dx,\ \ y\in[0,4]$$

$$b)\ F(y)=\int_0^{+\infty}\frac{\sin xy}{x}dx,\ \ y\in[\alpha,+\infty),\quad \alpha>0$$

$$c)\ F(y)=\int_0^{+\infty}ye^{-xy}dx,\ \ y\in[0,+\infty).$$

2. Исследовать на непрерывность $F(y)=\int\limits_0^{+\infty}\frac{\cos xy}{1+x^2}dx$ *на* $(0,+\infty)$.

3. Исследовать на дифференцируемость $F(y)=\int\limits_2^{+\infty}\frac{\sin x}{1+x^y}dx$ *на* $E=[3,4]$.

4. Вычислить $\int\limits_0^{+\infty}\frac{e^{-at}-e^{-t}}{t}dt,\ a\in(0,+\infty)$.

7.3.4. Образцы вариантов аудиторных контрольных работ за 4 семестр.

Контрольная работа № 4.1

Вариант 1

1. Исследовать на сходимость ряды

$$a)\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sqrt[3]{n}}{\ln^2(\mathrm{n}+1)}$$

$$b)\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^{n+\frac{1}{n}}}{n^n(1+\frac{1}{n^2})^n}$$

$$c)\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{arctg(\mathrm{n}^2+2\mathrm{n})}{3^n+n^2}$$

$$d)\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(3-2\cos^2\frac{\pi n}{3})\mathrm{e}^n}{n^2 2^n}$$

$e)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n\ln(\mathrm{n}^2+1)}{\sqrt{n^5+3n+2}}$

$f)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(2\mathrm{n}+1)!!}{3^n n!}$

$g)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}\ln^2 n}{2^n}$

$h)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n(1+\frac{1}{n})^n}{\sqrt[3]{n+1}}$

$i)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sin n}{\sqrt[5]{n}}$

2. Доказать сходимость ряда по критерию Коши $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\cos n}{2^n}$.
3. Сформулировать отрицание критерия Коши.

Контрольная работа № 4.2

Вариант 1

1. Исследовать на равномерную сходимость функциональную последовательность $f_n(x)=\sqrt{n}(\sqrt{x+\frac{1}{n+1}}-\sqrt{x})$ *на* $E=(0;+\infty)$.
2. Исследовать на равномерную сходимость функциональную последовательность $f_n(x)=\frac{5+4nx}{1+4x+5n}$ *на* $E=[0;1]$.
3. Исследовать на равномерную сходимость ряд

$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{arctg\ nx}{n^2+x^2}$

$b)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sin nx}{n+\ln n},\ E=[\frac{\pi}{3},\frac{3\pi}{2}]$

$c)\ \sum_{n=1}^{+\infty}e^{-n^6x^2}\sin nx$

$d)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2x+1}{3x+2n^2}\cdot\sin\frac{n^2}{4x+1},\ E=[1,+\infty).$

4. Исследовать на непрерывность функцию $f(x)=\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(x+2)^2(2+\cos^2 nx)}{\sqrt{n^3+x^4}}$ на множестве ее задания.
5. Найти $\lim_{x\to 0}\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3x^n+1}{2^n\sqrt{1+nx^2}},\ E=[-1,1]$.
6. Исследовать на дифференцируемость $f(x)=\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^2}arctg(n^2x^2),\ E=[q,+\infty),\ q\geq 1$.

Контрольная работа № 4.3

Вариант 1

Функцию $f(x)=\begin{cases} x, & x\in(1;3) \\ 3, & x\in(3;5) \end{cases}$

a) разложить в ряд Фурье (T = 4)

b) разложить в ряд Фурье по синусам кратных дуг

c) разложить в ряд Фурье с частотами $\omega_n=\dfrac{\pi n}{4}$ (кратными $\dfrac{\pi}{4}$).

7.4. Итоговый контроль. Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при сдаче экзамена.

7.4.1. Вопросы к экзамену.

1-й семестр

Элементы теории множеств. Операции над множествами. Кванторы, отрицания. Действительные числа. Счётные и несчётные множества. Счётность рациональных чисел. Несчётность всех действительных чисел. Отрезок, полуинтервал, интервал, окрестность точки. Внутренняя точка множества, открытые множества. Ограниченное множество. Понятие функции. Способы задания функции. Основные элементарные функции. Сложная функция. Элементарные функции.

Последовательности. Действия над последовательностями (арифметические). Сходящаяся последовательность. Предел последовательности. Ограниченные последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности. Единственность предела сходящейся последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их связь. Неограниченная последовательность. Свойства бесконечно малых. Представление сходящейся последовательности в виде суммы своего предела и бесконечно малой последовательности. Основные теоремы о пределах последовательностей. Точная верхняя и точная нижняя грани множества. Сходимость монотонной ограниченной последовательности. Принцип вложенных отрезков. Подпоследовательности числовых последовательностей. Необходимое и достаточное условие сходимости всех подпоследовательностей данной последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Фундаментальные последовательности, критерий Коши сходимости последовательности.

Предел функции в точке (определения по Коши и Гейне). Эквивалентность двух определений предела функции. Предел функции на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Обобщенное определение предела. Основные теоремы о пределах. Критерий Коши существования предела функции. Первый и второй замечательные пределы.

Непрерывность функции в точке и на интервале. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Левый и правый односторонние пределы. Условие непрерывности функции в точке. Непрерывность функции слева и справа. Классификация точек разрыва. Непрерывность функции на отрезке. Свойства непрерывных на отрезке функций. Сравнение бесконечно малых (бесконечно малые одного порядка, разных порядков, эквивалентные бесконечно малые). Необходимое и достаточное условие эквивалентности бесконечно малых.

Производная. Геометрический и физический смысл производной. Производные основных элементарных функций. Дифференцируемость функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью. Производная суммы, произведения и частного. Производная сложной функции. Производная обратной функции и функций, заданных в параметрическом виде.

Дифференциал и его свойства. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Неинвариантность второго дифференциала.

Теоремы о среднем значении (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя (в точке и на бесконечности). Формула Тейлора. Остаточный член в форме, Лагранжа, Коши и Пеано. Формулы Маклорена для функций $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x), (1+x)^\alpha$.

Локальный экстремум. Необходимое условие экстремума. Связь между монотонностью и производной. Достаточные условия экстремума. Выпуклость кривой, точки перегиба. Связь между знаком второй производной и направлением выпуклости. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия существования точек перегиба. Асимптоты графика функций. Необходимые и достаточные условия существования наклонных асимптот. Схема исследования функции. Дифференцирование векторных функций скалярного аргумента.

2-й семестр

Первообразная. Связь между первообразными одной и той же функции. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов. Замена переменных и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Краткие сведения о комплексных числах: алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Эйлера. Комплексно-сопряженные числа, их свойства. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа. Многочлены. Основная теорема алгебры. Разложение действительного многочлена на линейные и квадратичные множители. Разложение правильной дроби на простейшие. Интегрирование простейших и правильных дробей. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей, подстановки Эйлера. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.

Определенный интеграл (по Риману) как предел интегральных сумм. Геометрический смысл и основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Необходимое условие существования определенного интеграла. Производная определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона - Лейбница. Интегрирование по частям и подстановкой в определенном интеграле. Суммы Дарбу, их свойства. Необходимое и достаточное условие существования определенного интеграла. Интегрируемость: а) монотонных ограниченных б) непрерывных в) кусочно- непрерывных функций.

Несобственные интегралы первого и второго рода. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютно и условно сходящиеся интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных (положительных) функций. Признак сходимости Дирихле. Несобственные интегралы с несколькими особенностями. Главное значение несобственного интеграла.

Функции нескольких переменных, основные понятия: расстояние между точками в R^n; неравенство Коши-Буняковского, неравенство "треугольника"; сферические и кубические окрестности, их взаимозаменяемость. Внутренняя точка множества. Открытые и замкнутые множества. Связное множество, замкнутая область. Ограниченное множество. Сходимость последовательности точек в R^n. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Понятие функции нескольких переменных. Предел функции в точке (по Гейне и Коши). Критерий Коши существования предела. Бесконечно большие функции. Предел функции на бесконечности. Основные теоремы о пределах функций. Непрерывность функции в точке, на множестве. Сумма, произведение и частное непрерывных функций. Устойчивость знака непрерывной функции, имеющей отличное от нуля значение. Непрерывность сложной функции. Теоремы Коши и Вейерштрасса для непрерывных функций. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

Частное приращение функции нескольких переменных. Частные производные (первого порядка). Полное приращение. Дифференцируемые функции. Дифференциал. Условия дифференцируемости функции. Непрерывность дифференцируемых функций. Производная сложной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Производная по направлению. Касательная плоскость, нормаль к поверхности, градиент. Геометрический смысл дифференциала. Частные производные различных порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Классы функций C^n. Свойства дифференциала 1-го порядка. Инвариантность формы 1-го дифференциала относительно замены переменных. Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность дифференциалов высших порядков. Формула Тейлора. Локальные экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Стационарные точки. Достаточные условия экстремума функции класса C^2, критерий Сильвестра.

Теоремы о неявной функции, определяемой одним уравнением:
1) $F(x,y)=0$ 2) $F(x_1,x_2,...,x_n,y)=0.$ Неявные функции, заданные системой уравнений. Матрица Якоби, определитель Якоби. Зависимость функций. Необходимые, достаточные условия зависимости и независимости функций. Условный экстремум, множители Лагранжа.

Отображения. Непрерывные, равномерно непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Непрерывно дифференцируемые отображения. Свойства якобианов отображений. Локальные гомеоморфные и диффеоморфные отображения. Принцип сохранения области.

7.4.2. Образцы экзаменационных билетов.

1-й семестр

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт – филиал НИЯУ МИФИ
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)
Физико-технический факультет

УТВЕРЖДЕН:
на заседании кафедры ВМ
«25» декабря 2020 г., протокол №
Заведующий кафедрой
________________ Чернявский В.П.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по курсу «Математический анализ», 1 семестр

1. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их связь.

2. Производная обратной функции

Подпись преподавателя__________________

2-й семестр

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт – филиал НИЯУ МИФИ
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)
Физико-технический факультет

УТВЕРЖДЕН:
на заседании кафедры ВМ
«28» мая 2021 г., протокол №
Заведующий кафедрой
________________ Чернявский В.П.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по курсу «Математический анализ», 2 семестр

1. Первообразная. Связь между первообразными одной и той же функции. Неопределенный интеграл, его свойства.

2. Непрерывность сложной функции многих переменных.

Подпись преподавателя___________________

3-й семестр

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт – филиал НИЯУ МИФИ
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДЕН:
на заседании кафедры ВМ
«_28_» _мая_ 2021 г., протокол № __
Заведующий кафедрой
________________ Чернявский В.П.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1
по курсу «*Математический анализ*», направление ПМФ, семестр 3

1. Квадрируемая область. Допустимая граница области. Теорема о необходимости и достаточности квадрируемой области (с доказательством).
2. Ортогональный базис. Ортонормированный базис. Символ Кронекера. Взаимный базис и его векторы. Теорема о существовании и единственности (без доказательства). Ковариантные и контравариантные координаты. Соглашение о суммировании.

Подпись преподавателя___________________

4-й семестр

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт – филиал НИЯУ МИФИ
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДЕН:
на заседании кафедры ВМ
«28 » _мая_2021 г., протокол № __
Заведующий кафедрой
________________ Чернявский В.П.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1
по курсу «*Математический анализ*», направление ПМФ, семестр 4

1. Понятие числового ряда. Сходимость. Частичная сумма. Остаток. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши сходимости ряда.
2. Теорема об интегрировании равномерно сходящегося ряда.

Подпись преподавателя__________________

7.5. Уровень требований и критерии оценки

Система оценивания:

- ✓ активное участие на практическом занятии:
  0,1 – 0,3 балла – выход к доске;
  0,1– 0,3 балла – активная работа на месте;
- ✓ каждое правильно решенное задание из ИДЗ оценивается в 1 балл;
- ✓ каждое правильно решенное задание из домашней работы оценивается в 0,3 балла;
- ✓ защита ИДЗ оценивается по пятибалльной (школьной) системе;
- ✓ за контрольную работу максимально можно заработать 5 баллов.
- ✓ за отсутствие домашней работы снимается 0,5 балла.
- ✓ за отсутствие задачника снимается 0,2 балла.
- ✓ за опоздание снимается 0,2 балла.

Система оценивания при текущем и рубежном контроле учитывает: посещение занятий, степень активной работы на практическом занятии, количество и качество решенных заданий при проведении контрольных работ, коллоквиумов, при выполнении домашних семинарских и индивидуальных домашних заданий.

Система оценивания посещаемости учебных занятий

Общая посещаемость	Начисляемые баллы
100-90%	5
90-80%	4
80-70%	3
70-60%	2
60-50%	1
Менее 50%	0

Итоговая рейтинговая оценка (R) студента по дисциплине формируется на основе данных, полученных в процессе:

- текущего контроля успеваемости (S тек);
- рубежного контроля успеваемости (S руб);
- промежуточного (итогового) контроля успеваемости (S итог);

и определяется по формуле: **R= S тек + Sруб + Sпром.**

Усвоение каждой изучаемой студентом за семестр дисциплины максимально оценивается в 100 рейтинговых баллов.

Из них на текущий и рубежный контроль отводится 50 баллов, на промежуточный (итоговый) контроль (экзамен или зачет) – 50 баллов.

Пересчет итоговой оценки экзамена за семестр в баллах в академическую оценку осуществляется по следующей таблице перевода.

Таблица перевода			
Градация	**Сумма баллов по дисциплине**	**Числовой эквивалент (национальный эквивалент)**	**Буквенное обозначение (оценка ECTS)**
отлично	90-100	5 (отлично)	A
очень хорошо	85 – 89	4 (хорошо)	B
хорошо	75 – 84	4 (хорошо)	C
удовлетворительно	70-74	4 (хорошо)	D
удовлетворительно	65-69	3 (удовлетворительно)	D
посредственно	60-64	3 (удовлетворительно)	E
неудовлетворительно	ниже 60	2 (неудовлетворительно)	F

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.

Основная литература

1. Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа, т. 1, М., Юрайт, 2019.
2. Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа, т. 2-3, М., Юрайт, 2020.
3. В.А. Ильин, Э.Г.Позняк. Основы математического анализа, том 2, М., Наука 2000.

4. А.М. Тер-Крикоров, М.И.Шабунин. Курс математического анализа. М., Наука 2001.
5. Б.П. Демидович. Задачи и упражнения по математическому анализу. М., Высшая Школа, 2013.
6. Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. Сборник задач по математическому анализу. т.1, М., Физматлит, 2003.
7. Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. Сборник задач по математическому анализу. т.2, М., Физматлит, 2003.
8. Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. Сборник задач по математическому анализу. т.3, М., Физматлит, 2003.

Дополнительная литература

9. Л.А. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). М., Высшая школа, 1983.

Программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с требованиями ОС НИЯУ МИФИ по направлению подготовки (бакалавр) 03.03.01 «Прикладные математика и физика». Программа, рассчитанная на обучение в течение первых четырех семестров, составлена Чернявским В.П. (1 и 2 семестры) и Докукиной И.В. (3 и 4 семестры).

Авторы: Докукина И.В., к.ф.-м.н., доцент кафедры ВМ ____________________

Чернявский В.П., к.ф.м.-н., доцент кафедры ВМ ____________________

Программа одобрена на заседании кафедры ВМ протокол № 01 от 18.08.2021г.