

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт -
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Высшей математики»

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФТФ, член корр. РАН, д.ф-м.н.

_____ **А.К. Чернышев**

« ____ » _____ **2022 г.**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Аналитическая геометрия и линейная алгебра

наименование дисциплины

Направление подготовки (специальность)	<u>03.03.01 Прикладные математика и физика</u>
Наименование образовательной программы	<u>Квантовая электроника Электрофизика Фундаментальная математика и физика</u>
Квалификация (степень) выпускника	<u>бакалавр</u>
Форма обучения	<u>очная</u>

Программа одобрена на заседании кафедры _____ Зав. кафедрой ВМ,
к.ф-м.н., доцент
протокол № _____ от _____ 20 _____ г. _____ В.П. Чернявский
« ____ » _____ 2022 г.

г. Саров, 2022 г.

Программа переутверждена на 202___/202___ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202___/202___ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф.-м.н., доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202___/202___ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202___/202___ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф.-м.н., доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202___/202___ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202___/202___ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф.-м.н., доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202___/202___ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202___/202___ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф.-м.н., доцент

В.П. Чернявский

Семестр	В форме практической подготовки	Трудоёмкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	КР/ КП	Форма(ы) контроля, экс./зач./ЗсО/	Интерактивные часы
1	4	3	108	32	32	-	44	-	Зач	16
2	4	4	144	32	32	-	44	-	Э 36	16
ИТОГО	8	7	252	64	64	-	88	-	36	32

АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Алгебра и геометрия» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию системного и логического мышления.

«Аналитическая геометрия» знакомит с примерами применения координатного метода с использованием векторной алгебры, а также элементарными свойствами аффинных преобразований и формирует навыки решения геометрических задач в различных системах координат. Основная задача аналитической геометрии заключается в изучении геометрических фигур с помощью соотношений между координатами точек, из которых эти фигуры образованы. Любую фигуру можно рассматривать как множество точек, удовлетворяющих некоторому геометрическому условию. Это условие можно записать в виде алгебраического уравнения, связывающего координаты x и y каждой точки фигуры. Суть метода аналитической геометрии состоит в изучении свойств фигуры с помощью соответствующего уравнения, исследуемого средствами алгебры. Этот метод позволяет устанавливать геометрические факты систематичным образом, в отличие от традиционной «синтетической» геометрии, где приходилось изобретать методы доказательства для каждого отдельного случая.

Дисциплина «Аналитическая геометрия» является основной среди переходных курсов от школьной математики к высшей математике. Изучаемый в курсе материал систематически используется для наглядной иллюстрации и как источник обобщений в курсах «Линейная алгебра» и «Математический анализ». Дисциплина является базовой для изучения всех математических дисциплин. Знания и практические навыки, полученные по дисциплине «Аналитическая геометрия», используются обучаемыми студентами также при изучении общепрофессиональных дисциплин и при выполнении курсовых и домашних работ.

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к числу математических и общих естественно научных дисциплин. Она имеет разносторонние связи со многими другими математическими и специальными дисциплинами. Дисциплина основывается на знании числовых систем и функций, изученных в средней школе, а также в нескольких первых темах курса «Математический анализ». При изучении линейных пространств в линейной алгебре широко используются знания, умения и наглядные представления, полученные слушателями при изучении прямой и плоскости в аналитической геометрии.

В процессе обучения студенты должны усвоить методику построения алгебраических структур, внутреннюю логику, связывающую линейную алгебру и аналитическую геометрию, и приобрести навыки исследования и решения задач алгебры и аналитической геометрии.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью преподавания дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» является: ознакомления с историей развития алгебры и геометрии; обеспечение фундаментальной подготовки в одной из важнейших областей современной математики; ознакомление с основами классической и современной алгебры и геометрии, обучение основным алгебраическим и аналитическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике.

Задачи дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» – обучить студентов:

- ✓ основам работы с матрицами и детерминантами;
- ✓ основным методам решения систем линейных уравнений;
- ✓ основным методам векторной алгебры;
- ✓ основным понятиям, связанным с группами преобразований на плоскости и в пространстве;
- ✓ координатному методу исследования геометрических объектов;
- ✓ основам теории кривых и поверхностей второго порядка;
- ✓ важным понятиям, связанным с линейными пространствами и их подпространствами, евклидовыми пространствами, линейными операторами, с собственными векторами и собственными значениями.

В результате изучения дисциплины студенты должны иметь представление:

- ✓ о значении алгебры и геометрии, их месте в системе фундаментальных наук и их роли в решении практических задач;
- ✓ об истории развития и современных направлениях в алгебре и геометрии;
- ✓ о методологических вопросах алгебры и геометрии.

знать:

- ✓ возможности координатного метода для исследования геометрических и алгебраических объектов;
- ✓ основные задачи векторной алгебры;
- ✓ основные виды уравнений простейших геометрических объектов;
- ✓ основные понятия, связанные с аффинными преобразованиями плоскости и пространства; основные свойства важнейших алгебраических структур;
- ✓ основы решений систем линейных уравнений,
- ✓ основы теории матриц,
- ✓ основы теории определителей;

- ✓ основы работы с операторами и операторными преобразованиями.

уметь:

- ✓ исследовать простейшие геометрические объекты по их уравнениям в различных системах координат;
- ✓ описывать строение некоторых классов геометрических объектов;
- ✓ производить оценку качества полученных решений прикладных задач;
- ✓ оперировать матрицами и определителями;
- ✓ решать системы уравнений;
- ✓ преобразовывать координаты вектора при замене базиса;
- ✓ применять процесс ортогонализации Грама-Шмидта
- ✓ строить матрицу линейного оператора, находить собственные значения и собственные вектора линейного оператора.

иметь навыки:

- ✓ использования методов аналитической геометрии и векторной алгебры в смежных дисциплинах и физике;
- ✓ использования методов линейной алгебры в смежных дисциплинах и физике.

Общие задачи можно сформулировать так:

- ✓ формирование представления о месте и роли математики в современной науке, технике и производстве;
- ✓ воспитание математической культуры;
- ✓ развитие логического мышления и способности оперировать с абстрактными объектами, овладение техникой математических рассуждений и доказательств;
- ✓ формирование первичных навыков научного исследования и самостоятельной работы;
- ✓ освоение логических основ курса и подготовка к их использованию при изучении других математических, естественно - научных и специальных дисциплин, а так же в профессиональной деятельности.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Индекс дисциплины: Б1.О.08

Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» относится к обязательной части рабочего учебного плана по направлению 03.03.01 Прикладные математика и физика.

Для ее успешного усвоения необходимы математические знания и умения на уровне среднего образования, а именно:

- ✓ курс средней общеобразовательной школы «Алгебра и начала анализа»,
- ✓ курс средней общеобразовательной школы «Геометрия».

Владеть навыками работы с вещественными числами, алгебраическими выражениями.

Дисциплина является предшествующей для таких дисциплин как «Математический анализ», «Теория вероятности и математическая статистика», «Физика» и т.д.

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Ожидается, что в результате освоения дисциплины студент приобретет следующие компетенции:

Общепрофессиональные компетенции (ОПК)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	З-ОПК-1 знать естественнонаучные методы познания окружающего мира, знать фундаментальный математический аппарат; У-ОПК-1 уметь применять естественнонаучные и математические методы исследования различных явлений, процессов и задач В-ОПК-1 владеть навыками исследования различных явлений и процессов с использованием естественнонаучного и математического подхода

Профессиональные компетенции (ПК)

в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
Тип задачи профессиональной деятельности: научно-исследовательский			
разработка и использование математических, информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно-исследовательских, опытно-конструкторских	математическое моделирование и высокопроизводительные вычисления в задачах механики сплошной среды и физики высоких плотностей энергии; разработка прикладных программных комплексов;	ПК-2 Способен понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт «40.011. Специалист по научно-	З-ПК-2 знать современный математический аппарат, используемый при описании, решении и анализе различных прикладных задач У-ПК-2 использовать современный математический аппарат для построения математических моделей

работ	разработка высокопроизводительных ЭВМ и программного обеспечения для них; компьютерное сопровождение и обработка результатов физических экспериментов	исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»	и алгоритмов решения различных прикладных задач В-ПК-2 владеть навыками применения современного математического аппарата для построения математических моделей различных процессов, для обработки экспериментальных, статистических и теоретических данных, для разработки новых алгоритмов и методов исследования задач различных типов
-------	---	---	--

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ*

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					Максимальный балл (см. п. 5.3)
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	
			64	64		88		
Семестр 1								
Раздел 1.								
1.1.	Основы линейной алгебры	1-5	10	10		14	ДЗ, КР	10
1.2	Векторная алгебра	6-8	6	6		6	ДЗ	10
Рубежный контроль		8					КР	10
Раздел 2.								
2.1	Аналитическая геометрия	9-16	16	16		24	ДЗ	10
Рубежный контроль		16					КР	10
Промежуточная аттестация						Зачет	-	45
Посещаемость								5
Итого:			32	32		44		100
Семестр 2								
Раздел 3.								
3.1	Линейные пространства и подпространства. Евклидовы пространства	1-4	14	14		11	ДЗ, КР	15
3.2	Линейные и самосопряженные операторы	5-8	8	8		11	ДЗ	10
Рубежный контроль		8					СР	5
Раздел 4.								
4.1	Ортогональные матрицы и операторы	9-12	4	4		11	ДЗ, КР	10
4.2	Квадратичные формы	13-16	6	6		11	ДЗ	5
Рубежный контроль		16					СР	5
Промежуточная аттестация						Экзамен	36	45
Посещаемость								5
Итого:			32	32		44	36	100

*Сокращение наименований форм текущего, рубежного и промежуточного контроля:

ДЗ – домашнее задание

КР – контрольная работа, СР – самостоятельная работа

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1 семестр		
Раздел 1.		
1.1	Основы линейной алгебры	<p>Матрицы, основные понятия и виды матриц. Действия над матрицами – линейные: сложение (вычитание) матриц, умножение матрицы на скаляр; нелинейные: умножение матриц, транспонирование матриц, нахождение обратной матрицы. Свойства операций над матрицами. Эквивалентные матрицы, элементарные преобразования над матрицами. Матричный многочлен.</p> <p>Определитель матрицы, основные понятия и свойства определителя. Минор элемента матрицы и алгебраическое дополнение элементов матрицы. Теорема Лапласа, следствия. Методы нахождения определителя.</p> <p>Определение обратной матрицы для данной матрицей. Критерий обратимости матрицы. Теорема о единственности существования обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Методы нахождения обратной матрицы.</p> <p>Ранг матрицы. Свойства ранга матрицы. Методы вычисления ранга матрицы.</p> <p>Системы линейных уравнений и основные понятия. Критерий совместности: теорема Кронекера – Капели. Равносильные системы уравнений.</p> <p>Описание множества решений совместной системы уравнений. Метод Гаусса. Теорема Крамера. Матричный метод решения системы линейных уравнений.</p> <p>Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее свойства. Связь между решениями ассоциированных систем уравнений. Структура общего решения неоднородной системы.</p>
1.2	Векторная алгебра	<p>Векторы и линейные операции над ними. Коллинеарность и компланарность векторов. Проекция вектора на ось свойства проекций. Линейная зависимость систем векторов</p> <p>Описание базисов плоскости и пространства. Координаты векторов в базисе на плоскости и в пространстве. Действия над векторами, заданными своими координатами</p> <p>Направляющие косинусы вектора и их свойства. Критерии коллинеарности и компланарности векторов в координатах. Декартова система координат. Преобразование прямоугольных координат. Полярная система координат на плоскости. Связь декартовых координат с полярными</p> <p>Цилиндрическая и сферическая системы координат.</p> <p>Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства и геометрический смысл. Двойное векторное произведение векторов и его свойства.</p>

Раздел 2.		
2.1	Аналитическая геометрия	<p>Понятие линий и поверхностей. Прямая на плоскости. Различные формы записи уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола и парабола, их геометрические свойства, уравнения и построение. Приведение общего уравнения кривой к каноническому виду. Построение кривой.</p> <p>Плоскость в пространстве. Различные формы записи уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Прямая линия в пространстве. Различные уравнения прямой. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.</p> <p>Поверхности второго порядка, их канонические уравнения. Исследование поверхностей методом сечений. Построение поверхностей второго порядка.</p>
2 семестр		
Раздел 3		
3.1	Линейные пространства и подпространства. Евклидовы пространства	<p>Понятие и примеры линейных пространств. Аксиоматика линейного пространства. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и размерность пространства. Конечномерные линейные пространства. Связь между базисами линейного пространства. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису.</p> <p>Понятие и примеры подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Линейные оболочки и их размерность. Разложение пространства в прямую сумму подпространств. Прямое дополнение.</p> <p>Определения: евклидова пространства; длины вектора, угла между векторами. Неравенство Коши - Буняковского. Неравенство треугольника. Общий вид скалярного произведения в конечномерном пространстве. Ортонормированный базис. Матрица Грама. Процесс ортогонализации Грама – Шмидта. Ортогональное дополнение.</p>
3.2	Линейные самосопряженные операторы	<p>Определение и примеры линейного оператора. Изоморфизм линейных пространств. Образ и ядро линейного оператора. Матрица линейного оператора в данном базисе. Выражение координат вектора-образа через координаты вектора-прообраза. Связь между квадратными матрицами и линейными операторами. Действия с линейными операторами, их свойства. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому.</p> <p>Характеристический и минимальный многочлены. Собственные векторы и собственные значения линейного</p>

		оператора, их свойства. Линейные операторы простой структуры. Сопряженные и самосопряженные операторы в евклидовом пространстве. Самосопряженные операторы и их матрицы. Собственные вектора самосопряженного оператора.
Раздел 4.		
4.1	Ортогональные матрицы и операторы	Ортогональные матрицы и их свойства. Ортогональные операторы. Матрица перехода от одного ортонормированного базиса к другому. Приведение симметрической матрицы к диагональному виду.
4.2	Квадратичные формы	Квадратичная форма. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и Якоби. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.

Практические/семинарские занятия

1 семестр

№ недели	Тематика практических занятий	ПЗ (часов)	Аудиторные задания
1	Матрицы и действия над ними	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
2	Определители, методы вычисления определителей	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
3	Обратная матрица и методы её отыскания	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
4	СЛАУ. Методы решения СЛАУ	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
5	КР № 1. «Основы линейной алгебры»	2	Раздаточный материал
6	Вектора и операции над ними. Линейная зависимость и независимость векторов	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
7	Декартова и полярная системы координат. Преобразование систем координат.	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
8	Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
9	КР № 2 «Векторная алгебра»	2	Раздаточный материал
10	Прямая на плоскости	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
11	Плоскость	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
12	Прямая линия в пространстве	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы

13	Прямая и плоскость	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
14	КВП	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
15	ПВП	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
16	КР № 3 «Прямая и плоскость. КВП»	2	Раздаточный материал

2 семестр

№ недели	Тематика практических занятий	ПЗ (часов)	Аудиторные задания
1-2	Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства. Преобразование координат вектора при замене базиса.	4	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
3-4	Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств. Прямая сумма.	4	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
5-6	Евклидово пространство. Процесс ортогонализации	4	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
7	КР № 1. «Линейные и евклидовы пространства»	2	Раздаточный материал
8	Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Действия с линейными операторами.	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
9	Собственные значения и собственные вектора линейного оператора	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
10	Сопряженный и самосопряженный оператор	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
11	КР № 2 «Линейный, сопряженный оператор»	2	Раздаточный материал
12	Ортогональные матрицы и операторы	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
13	СР №1 «Ортогональные матрицы»	2	Раздаточный материал
14-15	Приведение квадратичной формы к каноническому виду	4	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
16	Итоговая контрольная работа	2	Раздаточный материал

4.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов

1. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Аналитическая геометрия. Учебник для вузов. М., МГТУ, 2004 г.
2. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Линейная алгебра. Учебник для вузов. М., МГТУ 2004 г.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. М: Айрис-Пресс, серия Высшее образование 2008 г.

Самостоятельная работа включает в себя:

- ✓ работу с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- ✓ выполнение домашних заданий;
- ✓ опережающую самостоятельную работу;
- ✓ изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- ✓ подготовку к семинарским занятиям;
- ✓ подготовку к контрольной работе и экзамену;
- ✓ выполнение расчетных работ;
- ✓ участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

5.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Раздел	Темы занятий	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
Семестр 1				
Раздел 1	Основы линейной алгебры	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ, КР 1-5
	Векторная алгебра	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ 6-8
Рубежный контроль		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	КР 8
Раздел 2	Аналитическая геометрия	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ 9-16
	Рубежный контроль		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2
Промежуточная аттестация		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	Зачет
Семестр 2				
Раздел 3	Линейные пространства и подпространства. Евклидовы пространства	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ, КР 1-4

	Линейные самосопряженные операторы	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ 5-8
Рубежный контроль		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	СР 8
Раздел 4	Ортогональные матрицы и операторы	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ, КР 9-12
	Квадратичные формы	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ 13-16
Рубежный контроль		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	СР 16
Промежуточная аттестация		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	Экзамен

5.2. Примерные контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Оценка успеваемости студентов осуществляется по результатам:

- самостоятельного выполнения домашних заданий;
- активной работы на лекциях и практических занятиях;
- решения задач на практических занятиях;
- выполнения контрольных работ;
- выполнения РР;
- сдачи зачета в первом семестре и сдачи экзамена во втором семестре.

- 1.
2. Формы контроля.
3. *Текущий контроль* в основном проводится в форме:
 - 1) опроса студентов на каждом практическом занятии;
 - 2) проверки домашних заданий.
- 4.
5. *Рубежный контроль* предполагает проверку:
 - 1) аудиторных контрольных и самостоятельных работ;
 - 2) расчетных работ.
- 6.
7. *Итоговый контроль* проводится в 1 и 2 семестрах на экзамене в форме ответа на экзаменационный билет.

5.2.1. Контрольно-оценочные материалы для проведения рубежного контроля

1 семестр

**Примерный вариант контрольной работы №1 по теме
«Основы линейной алгебры»**

1. Решить матричное уравнение (1 балл):

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров (1 балл):

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & -5 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Исследовать совместность и найти общее решение (1 балл):

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 6x_4 = 7, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -1. \end{cases}$$

4. Доказать, что СЛАУ совместна. Решить СЛАУ (2 балла):

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

**Примерный вариант контрольной работы №2 по теме
«Векторная алгебра».**

1. (0,5 балла) В параллелограмме $ABCD$: O – точка пересечения диагоналей. Найти x , если

1) $\overline{AB} = x \cdot \overline{CD}$; 2) $\overline{AC} = x \cdot \overline{AO}$; 3) $\overline{OB} = x \cdot \overline{BD}$; 4) $\overline{OC} = x \cdot \overline{CD}$.

2. (0,5 балла) Разложить вектор $\vec{c} = \{9; 4\}$ по векторам \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = (1; 2)$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$.

3. (1 балл) Найти вектор \vec{d} , зная, что $\vec{d} \perp \vec{a}$; $\vec{d} \perp \vec{b}$, где $\vec{a} = (2; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; -2; 3)$ и $\vec{d} \cdot (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = -6$.

4. (1 балл) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}$ и $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$,

где $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 1$, $(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{4}$.

5. (2 балла) Дана пирамида с вершинами $A_1(7; 2; 4)$, $A_2(7; -1; -2)$, $A_3(3; 3; 1)$, $A_4(-4; 2; 1)$.
Найти: а) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ; б) объем пирамиды; в) длину высоты, опущенной на грань $A_1A_2A_3$.

Примерный вариант контрольной работы №3 по теме

«Прямая и плоскость. КВП»

- (0,5 балла) Найти расстояние от точки $M_0(-12, 7, -1)$ до плоскости, проходящей через три точки $M_1(-3, 4, -7)$, $M_2(1, 5, -4)$, $M_3(-5, -2, 0)$.
- (0,5 балла) Найти угол между плоскостями $x - 3y + z - 1 = 0$, $x + z - 1 = 0$.
- (0,5 балла) Написать каноническое уравнение прямой, если $\begin{cases} x - 3y + 2z + 2 = 0 \\ x + 3y + z + 14 = 0 \end{cases}$
- (0,5 балла) Составить уравнений прямой, проходящей через точку $M(1, 0, -3)$ параллельно отрезку, соединяющему точки $A(3, 3, -2)$ и $B(-1, 3, 2)$.
- (0,5 балла) Установить взаимное расположение прямой и плоскости:

$$\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = t, \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$
 и $x - 6y + z - 10 = 0$; если пересекаются, то найти точку пересечения и угол, если параллельны, то расстояние между ними.
- (1 балл) Найти точку M' , симметричную точке M относительно плоскости, если $M(1, 0, 1)$, $4x + 6y + 4z - 25 = 0$.
- (1 балл) Установить тип КВП, записать все её свойства и построить:
 $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$
- (0,5 балла) Построить ПВП, ограниченную кривыми, $9x^2 - 16y^2 = 25$, $z = 3$, $z = 0$.

Все расчетные работы, кроме РР№1 (РР№1 раздаточный материал, спросить у преподавателя) находятся в учебном пособии: **Практикум и индивидуальные задания по алгебре и аналитической геометрии, изд-во Лань**. Расчетная работа № 2(стр.28), РР №3(стр.68, 91, 118).

РР будут проверены преподавателем, если аудиторные контрольные работа по ДМ студентом выполнены правильно на 60%.

Примерный вариант РР №1

- Для данного определителя Δ найти миноры и алгебраические дополнения элементов a_{i2}, a_{3j} . Вычислить определитель Δ : а) разложив его по элементам i -й строки; б) разложив его по элементам j -го столбца; в) получив предварительно нули в i -й строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 1.$$

- Даны две матрицы A и B . Найти а) AB ; б) BA ; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$2.1 \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса.

$$3.1 \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

4. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным способом); в) методом Гаусса.

$$4.1 \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

5. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$5.1 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases}$$

6. Построить фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы алгебраических уравнений.

$$6.1 \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \\ -x_1 - x_2 + 6x_3 - 11x_4 = 0 \\ 3x_1 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

5.2.1. Контрольно-оценочные материалы для проведения рубежного контроля

а) Список вопросов для подготовки к экзамену во 1 семестре

1. Матрицы, виды матриц и действия над ними.
2. Обратная матрица, её свойства и методы ее вычисления.
3. Определители, их свойства и методы его вычисления
4. Ранг матрицы. Свойства ранга матрицы. Способы определения ранга матрицы.
5. Система линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
6. Применение теории определителей к решению систем линейных уравнений. Правило Крамера. Матричный метод решения СЛАУ.
7. Критерий совместности СЛАУ. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.
8. Декартова система координат на плоскости. Полярная система координат. Цилиндрическая и сферическая системы координат. Преобразование систем координат: параллельный перенос и поворот.

9. Понятие вектора. Определения нулевого и единичного вектора, длины вектора, коллинеарности двух векторов, компланарности трех векторов, равенства двух векторов. Операции над векторами: сложение векторов, разность векторов, умножение вектора на число. Теорема о коллинеарных векторах.
10. Линейная зависимость векторов и линейная независимость векторов. Определения линейной комбинации векторов, линейной зависимости векторов, линейной независимости векторов. Свойства линейно - зависимой и линейно - независимой системы векторов.
11. Определения базиса, координаты вектора в данном базисе. Теорема о координатах суммы векторов и произведении вектора на число. Теорема о коллинеарных векторах в координатах. Ортогональный и ортонормированный базис. Длина вектора в координатах. Направляющие косинусы.
12. Понятие ортогональной проекции точки на прямую, на плоскости и в пространстве, ортогональной проекции вектора на прямую, ортогональной проекции вектора на ось, угла между векторами. Теорема о проекции вектора на ось. Свойства ортогональной проекции вектора на ось.
13. Скалярное произведение двух ненулевых векторов. Свойства скалярного произведения. Приложение скалярного произведения двух векторов.
14. Векторное произведение двух ненулевых векторов. Свойства векторного произведения. Приложение векторного произведения двух векторов.
15. Определение смешанного произведения трех векторов. Свойства смешанного произведения трех векторов. Приложение смешанного произведения трех векторов.
16. Различные способы задания прямой на плоскости и её уравнения: векторное уравнение прямой; параметрическое уравнение прямой; уравнение прямой по точке и направленному вектору; уравнение прямой по вектору нормали и точке; уравнение прямой, проходящей через две точки; уравнение прямой в отрезках; уравнение прямой с угловым коэффициентом; общее уравнение прямой, нормальное уравнение прямой. Исследование общего уравнения прямой.
17. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми на плоскости.
18. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола и парабола, их геометрические свойства, уравнения и построение. Приведение общего уравнения кривой к каноническому виду. Построение кривой.
19. Уравнения плоскости: векторное уравнение плоскости, параметрическое уравнение плоскости, уравнение плоскости по точке и двум неколлинеарным векторам, уравнение плоскости по трем точкам, уравнение плоскости в отрезках, уравнение плоскости по вектору нормали и точке, общее уравнение плоскости. Исследование общего уравнения плоскости.
20. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условие перпендикулярности. Взаимное расположение двух плоскостей.
21. Уравнение прямой в пространстве: векторное уравнение прямой в пространстве; параметрическое уравнение прямой; уравнение прямой, проходящей через точку и параллельной вектору; параметрическое и каноническое уравнение прямой, уравнение прямой по двум точкам; уравнение прямой, как пересечение двух плоскостей.
22. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Угол между двумя прямыми в пространстве. Расстояние между прямыми. Расстояние от прямой до плоскости.
23. Поверхности второго порядка.

б) образец допуска к экзамену

<p>1. Решить СЛАУ методом Гаусса</p> $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$		5Б
<p>2. Перпендикулярны ли векторы $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{d} = 4\vec{b}$, если $\vec{a} = \{1; 3; -1\}, \vec{b} = \{3; -2; 3\}$.</p>		2Б
<p>3. Коллинеарны ли векторы \vec{c}_1 и \vec{c}_2, разложенные по векторам \vec{a} и \vec{b}? $\vec{a} = \{1; -2; 3\}, \vec{b} = \{3; 0; 1\}, \vec{c}_1 = 2\vec{a} + 4\vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{a} - \vec{b}$.</p>		2Б
<p>4. Показать, что векторы компланарны $\vec{a} = \{2; 3; -1\}, \vec{b} = \{1; -1; 3\}, \vec{c} = \{1; 9; -1\}$. Если нет, то найдите объем тетраэдра, построенного на этих векторах.</p>		2Б
<p>5. Написать уравнение прямой, проходящей через две точки $A(3; 1), B(5; -2)$. Определите её вектор-нормали, направляющий вектор. Отрезки, отсекаемые прямой от осей координат, угловой коэффициент, расстояние от начала координат до прямой. Постройте прямую.</p>		4Б
<p>6. Пусть вектора \vec{p}, \vec{q} таковы, что $\vec{p} = 2, \vec{q} = 3, \angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{3}$. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах: $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}, \vec{b} = 4\vec{p} - \vec{q}$.</p>		4Б
<p>7. Даны точки $A(1; -1), B(0; 3), C(-2; 1)$. Найти 1.1 Уравнения сторон $\triangle ABC$ 1.2 Уравнение медианы AD</p>		6Б

1.3 Уравнение высоты AH 1.4 Длину высоты AH		
8.Привести к каноническому виду и определить тип КВП $x^2 - 10x - 4y^2 - 11 = 0$ и её характеристики. Постройте её.		5Б

в) образец экзаменационного билета

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт – филиал НИЯУ МИФИ
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДЕН:

на заседании кафедры ВМ

«__» _____ 20__ г., протокол № __

И.о.заведующий кафедрой

_____ Чернявский В.П.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 0

1. Критерий совместности СЛАУ. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.
2. Собственные значения и собственные вектора ЛО. Правило нахождения собственных значений и собственных векторов ЛО.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(3;2;1)$ перпендикулярно к плоскости $2x + y - z + 1 = 0$ и найти точку пересечения прямой и плоскости и угол между ними.

Подпись преподавателя _____

2 семестр

Примерный вариант контрольной работы №1 по теме «Линейные пространства и подпространства. Евклидовы пространства»

1). Найти координаты вектора x в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3) :

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 3e_3, \\ e'_2 = \frac{3}{4}e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3, \quad x = (1, -4, 8). \end{cases}$$

2). Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

3). Найти размерности и базисы суммы и пересечений подпространств, если:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

4). Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис пространства, натянутого на следующие системы векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе:

$$\begin{aligned} a_1 &= (2, 3, -4, -6)^T, \\ a_2 &= (1, 8, -2, -16)^T, \\ a_3 &= (12, 5, -14, 5)^T, \\ a_4 &= (3, 11, 4, 7)^T; \end{aligned}$$

Примерный вариант контрольной работы №2 по теме «Линейные и самосопряженные операторы»

1). Найти матрицу в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, \quad e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, \quad e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3,$$

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2). Доказать, что преобразование $A(x) = (2x_1 + x_2, x_1 + 2x_2, -x_1 + x_2 + 3x_3)$ является линейным, записать матрицу ЛО и найти координаты образа \vec{x} через координаты прообраза $\vec{x} \{1, 2, 3\}$. Найти собственные значения и собственные вектора ЛО.

3). Для симметрической матрицы $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & \sqrt{2} \\ 1 & 5 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 3 \end{pmatrix}$ найти подобную ей диагональную

матрицу $A' = P^{-1} \cdot A \cdot P$ и соответствующую матрицу P .

Примерный вариант самостоятельной работы №1 по теме «Ортогональные матрицы и операторы»

Найти ортогональное преобразование, приводящее симметрическую матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix} \text{ к диагональному виду.}$$

Примерный вариант итоговой контрольной работы

1. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

2. Векторы базисов e, e' и вектор x даны координатами в некотором базисе e^0 : $[e_1] = (-3, 2, 3)^T$, $[e_2] = (-4, -3, 5)^T$, $[e_3] = (5, 1, -1)^T$, $[e'_1] = (2, 2, 1)^T$, $[e'_2] = (2, -1, 1)^T$, $[e'_3] = (-1, 2, -2)^T$, $[x] = (1, -2, 1)$. Найти матрицы перехода от базиса e^0 к базисам e, e' и от базиса e к базису e' , а так же координаты вектора x в базисах e и e' .

3. Доказать, что преобразование $A(x) = (3x_1 - x_2, 2x_2 - x_3, -x_2 + 2x_3)$ является линейным, записать матрицу ЛО и найти координаты образа \vec{x} через координаты прообраза $\vec{x} \{0, 2, 3\}$. Найти собственные значения и собственные вектора ЛО.

4. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + 3x_3^2$.

5. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом ортогональных преобразований

$$-3x_1^2 + 2x_1x_2 + 8x_1x_3 + 9x_2^2 + 4x_2x_3 + 3x_3^2.$$

5.2.2. Контрольно-оценочные материалы для проведения экзамена

а) Список вопросов для подготовки к экзамену во 2 семестре

2. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица и ее вычисление.
 1. Определители, методы его вычисления и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Определитель произведения матриц.
 2. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
 3. Система линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
 4. Применение теории определителей к решению систем линейных уравнений. Правило Крамера. Матричный метод решения СЛАУ.
 5. Критерий совместимости систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.
 6. Понятие системы координат на прямой. Координаты точки на прямой. Определение величины и длины отрезка. Деление отрезка в данном отношении.
 7. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Полярная система координат. Сферические и цилиндрические координаты. Расстояние между двумя точками. Площадь треугольника.
 8. Понятие вектора. Векторное пространство. Определения нулевого вектора, длины вектора, коллинеарности двух векторов, компланарности трех векторов, равенства векторов. Операции над векторами: сложение векторов, разность векторов, умножение вектора на число. Теорема о коллинеарных векторах.
 9. Координаты вектора в данном базисе. Определения базиса, максимального базиса, координаты вектора в данном базисе. Теорема о координатах суммы векторов и произведении вектора на число.
 10. Скалярное произведение векторов. Определения угла между двумя векторами, проекции вектора на ось. Теорема о проекции вектора на ось. Определения скалярного произведения евклидова пространства. Свойства скалярного произведения. Приложение скалярного произведения двух векторов.
 11. Векторное произведение. Определение векторного произведения двух векторов. Свойства векторного произведения. Приложение векторного произведения двух векторов.
 12. Смешанное произведение. Определение смешанного произведения трех векторов. Свойства смешанного произведения трех векторов. Теорема о компланарности трех векторов. Приложение смешанного произведения трех векторов.
 13. Различные способы задания прямой: векторное уравнение прямой; параметрическое уравнение прямой; уравнение прямой по точке и направленному вектору; уравнение прямой по вектору нормали и точке; уравнение прямой, проходящей через две точки; уравнение прямой в отрезках; уравнение прямой с

- угловым коэффициентом; общее уравнение прямой, нормальное уравнение прямой. Исследование общего уравнения прямой.
14. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Взаимное расположение двух прямых.
 15. Уравнения плоскости: векторное уравнение плоскости, параметрическое уравнение плоскости, уравнение плоскости по точке и двум неколлинеарным векторам, уравнение плоскости по трем точкам, уравнение плоскости в отрезках, уравнение плоскости по вектору нормали и точке, общее уравнение плоскости. Исследование общего уравнения плоскости.
 16. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условие перпендикулярности. Взаимное расположение двух плоскостей.
 17. Уравнение прямой в пространстве: векторное уравнение прямой в пространстве; параметрическое уравнение прямой; уравнение прямой, проходящей через точку и параллельной вектору; параметрическое и каноническое уравнение прямой, уравнение прямой по двум точкам; уравнение прямой, как пересечение двух плоскостей.
 18. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Угол между двумя прямыми в пространстве. Расстояние между прямыми. Расстояние от прямой до плоскости.
 19. Окружность, эллипс, гипербола, парабола.
 20. Аксиоматика линейного пространства. Линейная зависимость элементов. Теоремы о линейной зависимости. Преобразование координат элемента пространства при переходе к новому базису. Размерность ЛП. Подпространства и линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств.
 21. Линейные операторы. Матрица линейного оператора в заданном базисе. Действия с линейными операторами, Свойства ЛО. Преобразование матрицы ЛО при переходе к другому базису. Образ и ядро ЛО.
 22. Собственные значения и собственные вектора ЛО. Характеристические уравнения. Критерий диагонализированности ЛО. Правило построения преобразующей матрицы, приводящей матрицу к диагональной форме.
 23. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского, Нормированное пространство. Ортонормированный базис, Ортогонализация по Шмидту. Матрица Грамма. Ортогональные матрицы. Переход от одного ортонормированного базиса к другому.
 24. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы и их свойства. Основные свойства собственных векторов и собственных значений самосопряженного оператора.
 25. Канонический вид квадратичные формы. Метод Лагранжа. Метод Якоби.
 26. Необходимое и достаточное условие знакоопределенности и знакопеременности квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

б) образец допуска к экзамену

задание	Решение	оценка
<p>1. Найти канонические уравнения проекции прямой</p> $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{5}$ <p>на плоскость</p> $2x - 3y + z - 1 = 0.$		

<p>3 балла</p>		
<p>2. В пространстве \mathbb{R}_3 даны два базиса с координатами базисных векторов в стандартном базисе $\vec{a}_1(111)^T, \vec{a}_2(211)^T, \vec{a}_3(113)^T$,</p> <p>$\vec{b}_1(011)^T, \vec{b}_2(101)^T, \vec{b}_3(102)^T$</p> <p>Найти матрицу перехода от базиса a к базису b; найти матрицу обратного перехода; найти координаты элемента a_1 в базисе b; найти координаты вектора x в базисе a, если известны его координаты $x(5,3,1)$ в базисе b,</p> <p>5 баллов</p>		
<p>3. Найти размерность суммы и пересечения ЛПП, заданных линейными оболочками</p> <p>$\vec{a}_1(1-11-1)^T, \vec{a}_2(-13-13)^T, \vec{a}_3(1-20-2)^T$,</p> <p>$\vec{b}_1(1-21-2)^T, \vec{b}_2(1111)^T, \vec{b}_3(3-13-1)^T$</p> <p>3 балла</p>		
<p>4. В евклидовом пространстве \mathbb{R}^3 даны вектора $\vec{a}_1(1;1;2), \vec{a}_2(1;-1;1), \vec{a}_3(1;1;1)$. Вычислите матрицу Грама этой системы и с помощью неё докажете, что они образуют базис в \mathbb{R}^3. Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{x} = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + 4\vec{a}_3$ и $\vec{y} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + 2\vec{a}_3$ двумя способами: через их координаты в стандартном базисе и в базисе $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ при помощи найденной матрицы Грама.</p> <p>2 балла</p>		
<p>5. Доказать, что преобразование $A(x) = (2x_1 + x_2, x_1 + 2x_2, -x_1 + x_2 + 3x_3)$ является линейным, записать матрицу ЛО и найти координаты образа \vec{x} через координаты прообраза $\vec{x} \{1, 2, 3\}$. Найти собственные значения и собственные вектора ЛО</p>		

3 балла		
6. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа и ортогональных преобразований $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + 3x_3^2.$ 2 балла		
ИТОГО 20баллов		

в) образец экзаменационного билета

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт – филиал НИЯУ МИФИ
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДЕН:

на заседании кафедры ВМ

«__» _____ 202_ г., протокол № __

Заведующий кафедрой

_____ Чернявский В.П.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 0
по курсу «Алгебра и геометрия»

4. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Полярная система координат. Сферические и цилиндрические координаты.
5. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Нормированное пространство. Ортонормированный базис. Ортогонализация по Шмидту. Матрица Грама.
6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(3;2;1)$ перпендикулярно к плоскости $2x + y - z + 1 = 0$ и найти точку пересечения прямой и плоскости и угол между ними.

Подпись преподавателя _____

Система оценивания экзамена			
№ задания	Критерии оценки	Результативность	Начисляемые баллы
Вопрос № 1	Полнота ответа, подразумевает формулировку определяемого понятия и всех свойств, связанных с ним, доказательство основных теорем и свойств	Менее 50%	0-4
		50%-60%	5-6
		60%-70%	7
		70%-80%	8
		80%-90%	9
		90%-100%	10
Вопрос № 2	Полнота ответа, подразумевает формулировку определяемого понятия и всех свойств, связанных с ним, доказательство основных теорем и свойств	Менее 50%	0-4
		50%-60%	5-6
		60%-70%	7
		70%-80%	8
		80%-90%	9
		90%-100%	10
Задача № 3	Полнота и аргументированность решения	Менее 50%	0-4
		50%-60%	5-6
		60%-70%	7
		70%-80%	8
		80%-90%	9
		90%-100%	10
Итого:			30 (max)

Оценка успеваемости студентов осуществляется по результатам:

- ✓ самостоятельного выполнения домашних заданий;
- ✓ активной работы на лекциях и практических занятиях;
- ✓ решения задач на практических занятиях;
- ✓ выполнения контрольных работ;
- ✓ выполнения РР;
- ✓ сдачи зачета в первом семестре и сдачи экзамена во втором семестре.

Формы контроля.

Текущий контроль в основном проводится в форме:

- 1) опроса студентов на каждом практическом занятии;
- 2) проверки домашних заданий.

Рубежный контроль предполагает проверку:

- 1) аудиторных контрольных и самостоятельных работ;
- 2) расчетных работ.

Итоговый контроль проводится экзамене в форме ответа на экзаменационный билет.

5.3. Шкалы оценки образовательных достижений

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 «удовлетворительно»	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. Учебник для вузов. Изд. Санкт-Петербург «Лань», 2009г.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. Учебник для вузов. Изд. Санкт-Петербург «Лань» 2010г.
3. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. М., ФМЛ 2009г.
4. Д.В. Беклемишев. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М., ФМЛ 2004г.
5. Л.А. Беклемишева Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре М., ФМЛ 2004г.
6. Под редакцией А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича. Сборник задач по математике, часть 1. Изд. Санкт-Петербург «Лань» 2011г.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Аналитическая геометрия. Учебник для вузов. М., МГТУ 2004 г
2. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Линейная алгебра. Учебник для вузов. М, МГТУ 2004 г.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. М: Айрис-Пресс, серия Высшее образование 2008г.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

1. Программа из офисного пакета Windows.

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

1. Электронная библиотека <http://list-of-lit.ru/algebra/lineynaya-algebra.htm>.
2. <https://elibrary.nstu.ru/catalog/subjects?id=9202&name=%D0%9B%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0>

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекционные занятия проводятся очно (дистанционно при необходимости) в специально оснащённых аудиториях (с компьютером, экраном, проектором, интерактивной доской и подключенным интернетом). Практические занятия проводятся в специально оснащённых аудиториях (с компьютером, экраном, проектором, интерактивной доской и подключенным интернетом).

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекционные занятия проводятся с использованием презентаций, включены элементы беседы и постановка проблемных вопросов. Во время чтения лекции возможен свободный выход в Интернет с целью использования актуального материала на открытых образовательных ресурсах. Практическая часть курса сопровождается проведением очных семинаров с целью освоения и закрепления теоретической части курса. Лекции и семинары дополнены проведением контрольных мероприятий и необходимым количеством самостоятельных домашних работ, имеющих ярко выраженный прикладной характер. Необходимые для глубокого изучения курсов материалы в электронной форме размещены в свободном доступе на сайте СарФТИ НИЯУ МИФИ.

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы обучения. Они включают в себя методы, стимулирующие познавательную деятельность обучающихся и вовлекающие каждого участника в мыслительную и поведенческую активность.

По дисциплине «Алгебра и геометрия» в рабочем учебном плане предусмотрены интерактивные часы для проведения практических занятий. Для реализации интерактивных форм обучения используются учебно-методические материалы, разработанные сотрудниками кафедры «Высшей математики».

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Примерным учебным планом на изучение дисциплины отводится 2 семестра. В конце 1 семестра предусмотрен зачет, в конце 2 семестра - экзамен. При этом половина учебного времени используется для аудиторных занятий. При изучении дисциплины следует провести самостоятельные, контрольные работы и выполнить расчетные работы.

Для лучшего усвоения материала студентами преподавателю рекомендуется в первую очередь ознакомить их с программой курса и кратким изложением материала курса, представленного в образовательной программе дисциплины. На лекционных занятиях преподаватель должен довести до студентов теоретический материал согласно тематике и содержанию лекционных занятий, представленных в рабочей программе.

При проведении практических занятий полученные теоретические знания необходимо закрепить решением задач по каждой отдельной теме. Задачи, решаемые на практических занятиях должны быть наполнены прикладным содержанием, чтобы показать возможность и целесообразность использования математического аппарата в прикладных исследованиях. На занятиях необходимо не только сообщать студентам те или иные знания по изучаемой дисциплине, но и развивать у студентов логическое и математическое мышление, расширять их кругозор. После изучения на лекциях каждой темы, закрепления и лучшего усвоения материала на практических занятиях рекомендуется провести опрос студентов по представленным вопросам для самопроверки.

Следует ознакомить студентов с графиком проведения консультаций. Для обеспечения оценки уровня подготовленности студентов следует использовать разнообразные формы контроля усвоения учебного материала.

Устные опросы позволяют выявить уровень усвоения теоретического материала, владения терминологией курса. Кроме того, доказано положительное влияние вербализации на процесс усвоения материала. Ведение подробных конспектов лекций способствует успешному овладению материалом, наличие записей облегчает в дальнейшем подготовку студентов к контрольным, зачету и экзамену. Конспект позволяет формировать и оценивать умения студентов по переработке информации. Проверка конспектов применяется для формирования у студентов ответственного отношения к учебному процессу, а также с целью обеспечения дальнейшей самостоятельной работы студентов.

Лекции являются одним из основных инструментов обучения студентов. Информационный потенциал лекции достаточно высок.

1. Это содержательность, то есть наличие в лекции проверенных сведений;
2. Информативность - степень новизны сведений, преподносимых лектором;
3. Дифференцированность информации:
 - ✓ фактическая, раскрывающая новые подходы, разработки, идеи научной мысли;
 - ✓ оценочная, показывающая, как и каким образом складываются или формируется в науке и практике тот или иной постулат, взгляд, положение;
 - ✓ рекомендательно-практическая информация;

- ✓ данные о конкретных приемах, методах, процедурах, технологиях.

В связи с вышеизложенным, важно научиться правильно конспектировать лекционный материал. Это не означает, что лекции нужно записывать слово в слово, следует записывать самое главное, то есть ключевые слова, положения и определения, делать сноски на нормативные акты. Собственно слово «конспект» происходит от латинского *conspectus* - обзор, краткое изложение содержания какого-либо сочинения. Кроме того, необходимо отметить, что ведение конспектов, иначе записей, связано с лучшим запоминанием материала как лекционного, так и читаемого. Следуя правилам: «читай и пиши», «слушай и пиши», можно успешно овладеть знаниями, не прибегая к дополнительным усилиям. Однако, конспектировать лекции необходимо таким образом, чтобы складывалось вполне определенное представление о той или иной проблеме, то есть ее постановке, последствиях и путях решения.

Также подлежит работать и с любой литературой. В процессе ознакомления с текстом стоит, да и необходимо обращаться к словарям; и справочникам, выписывая новые слова, термины, словосочетания, интересные мысли и прочее.

Использование новых информационных технологий в цикле лекций и практических занятий по дисциплине позволяют максимально эффективно задействовать и использовать информационный, интеллектуальный и временной потенциал, как студентов, так и преподавателей для реализации поставленных учебных задач. Прежде всего, это возможность провести в наглядной форме необходимый поворот основных теоретических вопросов, объяснить методику решения проблемных задач учебной ситуации и активизировать совместный творческий процесс в аудитории. В данном случае также обеспечивается обучающий эффект, поскольку информация на слайдах носит или обобщающий характер уже известного учебного материала, или является для студентов принципиально новой. Подобный подход позволит студентам логично и последовательно осваивать материал и успешно пройти промежуточную аттестацию в форме экзамена.

При преподавании дисциплины методически целесообразно в каждом разделе дисциплины выделить наиболее важные моменты и акцентировать на них внимание обучаемых.

Предлагается:

- ✓ при чтении лекций по всем разделам программы иллюстрировать теоретический материал большим количеством примеров, что позволяет усилить наглядность изложения и продемонстрировать обучаемому приемы решения задач;
- ✓ при изучении первого и второго разделов программы добиться точного знания обучаемыми основных понятий линейной и векторной алгебры;

- ✓ на практических занятиях по 2 - 4 разделам постоянно обращать внимание обучаемых на смысл и роль координатного метода при изучении геометрических объектов, на использование векторной алгебры для получения соответствующих уравнений;
- ✓ сосредоточиться на умении студентов работать с матрицами и определителями;
- ✓ основное внимание уделить алгоритмам решения систем линейных уравнений различными методами;
- ✓ в процессе обучения студенты должны усвоить методику построения алгебраических структур, внутреннюю логику, связывающую линейную алгебру и аналитическую геометрию.

Методические рекомендации студентам по самостоятельной работе.

Самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью учебной работы и предназначена для достижения следующих целей:

- ✓ закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков;
- ✓ подготовка к предстоящим занятиям, зачету и экзамену;
- ✓ формирование культуры умственного труда и самостоятельности в поиске и приобретении новых знаний.

Преподавателям следует объяснить студентам необходимость самостоятельной работы для успешного освоения курса. Средствами обеспечения самостоятельной работы студентов являются учебники, сборники задач и учебные пособия, приведенные в списке основной и дополнительной литературы, а также методические рекомендации в электронной форме, используемые на практических занятиях.

Кроме того, студент может использовать Интернет-ресурсы. Одним из основных условий успешного овладения учебным материалом является посещение лекционных и практических занятий. Если по каким-то причинам занятие было пропущено, необходимо в кратчайшие сроки самостоятельно разобрать пропущенную тему (восстановить конспект лекции, разобрать задания практического занятия), иначе дальнейшее изучение дисциплины существенно осложнится. Важно выполнять все задания, предлагаемые преподавателем для домашней работы.

При изучении дисциплины целесообразно придерживаться следующей последовательности:

1. До посещения первой лекции:

- а) внимательно прочитать основные положения программы курса;
- б) подобрать необходимую литературу и ознакомиться с её содержанием.

2. После посещения лекции:

- а) углублено изучить основные положения темы программы по материалам лекции и рекомендуемым литературным источникам;
- б) дополнить конспект лекции краткими ответами на каждый контрольный вопрос к теме и при возможности выполнить задание для самостоятельной работы;
- в) составить список вопросов для выяснения во время аудиторных занятий;
- г) подготовиться к практическим занятиям.

Прорабатывая материал лекций, студент обязан отметить в конспекте утверждения, определения, выводы, смысл или обоснованность которых ему непонятны, и обратиться к рекомендуемой литературе за разъяснениями. Если рекомендуемая литература не содержит требуемых объяснений, необходимо обратиться к преподавателю с вопросом на практическом занятии или во время, выделенное для индивидуальных консультаций.

Если на практическом занятии задан вопрос, имеющий частное значение или слабо связанный с обсуждаемой темой, преподаватель имеет право назначить студенту индивидуальную консультацию в пределах времени, устанавливаемых действующим учебным планом. Для повышения эффективности самостоятельной работы студентов рекомендуется следующий порядок ее организации. Сначала изучаются теоретические вопросы по соответствующей теме с проработкой, как конспектов лекций, так и учебников. Особое внимание следует обратить на понимание основных понятий и определений, теорем, что необходимо для правильного понимания и решения задач. Затем нужно самостоятельно разобрать и решить рассмотренные в лекции или в тексте примеры, выясняя в деталях практическое значение выученного теоретического материала. После чего еще раз внимательно прочитать все вопросы теории, попутно решая соответствующие упражнения, приведенные в учебниках и сборниках задач.

Усвоение учебного материала должно происходить постепенно в течение семестра, а не одновременно за день до экзамена. Неправильная организация самостоятельной учебной работы может нанести существенный вред физическому и психическому здоровью. Помимо лекций студент должен систематически и полно готовиться к каждому практическому занятию. Предварительно требуется изучить материал соответствующих лекций и прочитать учебник. Необходимо запомнить формулировки теорем и необходимые определения математических понятий. Требуется подробно разобрать типовые примеры, решенные в лекциях и учебнике. Желательно, закрыв книгу и тетрадь, самостоятельно решить те же самые примеры. Затем следует выполнить все домашние и незаконченные аудиторные задания.

Задачи должны решаться аккуратно, с пояснениями и ссылками на соответствующие формулы и теоремы. Формулы следует выписывать с объяснениями соответствующих буквенных обозначений величин, входящих в них.

Практические занятия проводятся с целью углубленного освоения материала лекции, выработки навыков в решении практических задач и производстве расчетов. Главным содержанием практических занятий является активная работа каждого студента. Студент обязан в полном объеме использовать время самостоятельной работы, предусмотренное настоящей рабочей программой, для изучения соответствующих разделов (модулей) дисциплины, и своевременно обращаться к преподавателю в случае возникновения затруднений при выполнении самостоятельной работы.

Задания для самостоятельной работы студентов являются составной частью учебного процесса. Выполнение заданий способствует:

- ✓ закреплению и расширению полученных студентами знаний по изучаемым вопросам в рамках учебной дисциплины «Алгебра и геометрия»;
- ✓ развитию навыков обобщения и систематизации информации.

Важность самостоятельной работы студентов обусловлена повышением требований к уровню подготовки специалистов в современных условиях, а также необходимостью приобретения навыков самостоятельно находить информацию по вопросам алгебры и геометрии в различных источниках, её систематизировать; давать оценку конкретным практическим ситуациям; собирать, анализировать исходные данные, необходимые для расчета технических показателей, характеризующих деятельность предприятий; осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения поставленных технических задач.

Самостоятельная работа приобщает студентов к научному творчеству, поиску и решению актуальных современных проблем в сфере математики и линейной алгебры и аналитической геометрии, в частности. Задания для самостоятельной работы выполняются студентами во внеаудиторное время.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО НИЯУ МИФИ к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы по направлению подготовки 03.03.01 Прикладные математика и физика.

Программу составил: к.пед.н., доцент кафедры ВМ

М.И. Конькова

Рецензент: старший преподаватель кафедры ВМ

А.В. Лебедева