

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Саровский физико-технический институт -**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

**ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ЭЛЕКТРОНИКИ**

**Кафедра «Высшей математики»**

Декан ФТФ, Член-кор. РАН, д.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_ А.К. Чернышев

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2022г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Основы теории вероятностей и стохастических процессов**

(наименование дисциплины)

Направление подготовки (специальность)	03.03.01 Прикладные математика и физика
Наименование образовательной программы	Электрофизика Квантовая электроника Фундаментальная математика и физика
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Программа одобрена  
на заседании кафедры  
протокол № 01 от 18.08.2021г.

Зав. кафедрой ВМ к.ф.-м.н., доцент  
\_\_\_\_\_ В.П.Чернявский  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2022г.

г. Саров, 2022 г.

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м. н, доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 20\_\_\_\_/20\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м.н, доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м.н, доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф-м.н, доцент

В.П. Чернявский

<b>Семестр</b>	<b>В форме практической подготовки</b>	<b>Трудоемкость, кред.</b>	<b>Общий объем курса, час.</b>	<b>Лекции, час.</b>	<b>Практич. занятия, час.</b>	<b>Лаборат. работы, час.</b>	<b>СРС, час.</b>	<b>КР/КП</b>	<b>Форма(ы) контроля, экз./зач./ЗсО/</b>
4	32	3	108	32	32	0	44	-	Зачет
<b>ИТОГО</b>	<b>32</b>	<b>3</b>	<b>108</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>0</b>	<b>44</b>	<b>-</b>	<b>Зачет</b>

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Вероятность и статистика» посвящена изучению основных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики. Области применения этой дисциплины: моделирование текстовых и веб-данных, моделирование сетевого трафика, вероятностный анализ алгоритмов и графиков, моделирование надежности компьютерного оборудования, имитационные алгоритмы, интеллектуальный анализ данных и распознавание речи.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.

Курс «Основы теории вероятностей и стохастических процессов» является общепрофессиональной дисциплиной по подготовке бакалавров по направлению 03.03.01 «Прикладные математика и физика».

Теория вероятностей и стохастических процессов является одной из важнейших и необходимых составных частей математики. Данный раздел посвящен изучению закономерностей в случайных явлениях. Практика показала, что, изучая в совокупности массы случайных явлений, можно обнаружить вполне определенные закономерности, изучение которых позволяет не только осуществить прогноз, но и влиять на ход явлений. Методы теории вероятностей широко применяются в различных отраслях естествознания и техники, служит для обоснования математической и прикладной статистики, используется при планировании и организации производства, при анализе технологических процессов. В последние годы методы теории вероятностей все глубже проникают в различные области науки, техники и экономики, способствуя их прогрессу.

Преподавание дисциплины «Основы теории вероятностей и стохастических процессов» имеет целью фундаментализацию образования студентов, формирование у них научного мировоззрения и системного мышления. Приобретенные в ходе изучения дисциплины знания и практические навыки используются обучаемыми при изучении основных понятий и методов математической статистики, прикладной математики, теории информации, математического моделирования, создания программного обеспечения ЭВМ.

**Общие задачи:**

- Формирование представления о месте и роли математики в современной науке, технике и производстве;
- Воспитание математической культуры;
- Развитие логического мышления и способности оперировать с абстрактными объектами, овладение техникой математических рассуждений и доказательств;
- Формирование первичных навыков научного исследования и самостоятельной работы;
- Освоение логических основ курса и подготовка к их использованию при изучении других математических, естественнонаучных и специальных дисциплин, а также в профессиональной деятельности.
- 

## **2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО**

Дисциплина «Основы теории вероятностей и стохастических процессов» является базовой дисциплиной математического и естественного цикла дисциплин по направлению 03.03.01 «Прикладная математика и физика». Дисциплина «Основы теории вероятностей и стохастических процессов» базируется на знаниях, полученных в курсах линейной алгебры, математического анализа и общей физики.

Приобретенные знания и практические навыки используются обучаемыми при изучении курсов электродинамики, квантовой физики, а также для грамотной обработки результатов экспериментов.

Задачи дисциплины: обучение студентов основным методам теории вероятностей, навыкам построения и исследования вероятностных моделей реальных процессов и явлений.

### 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

В результате освоения дисциплины у студента развиваются следующие компетенции:

Код и наименование общефессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
<p>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физикоматематических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности</p>	<p>З-ОПК-1 Знать фундаментальные основы, полученные в области информационных технологий, естественных и гуманитарных наук, знать методы анализа информации. У-ОПК-1 Уметь использовать на практике углубленные фундаментальные знания, полученные в области естественных и гуманитарных наук. В-ОПК-1 Владеть навыками обобщения, синтеза и анализа фундаментальных знаний, полученные в области информационных технологий, естественных и гуманитарных наук, владеть научным мировоззрением</p>

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					Текущий контроль (форма)*	Максимальный балл (см. п. 5.3)	
			Лекции	Практи занятия/семинары	Лаб. работы	СРС				
<b>Семестр 3</b>										
<b>1. Название раздела</b>										
1.1	Основные понятия теории вероятностей. Алгебра событий. Элементы комбинаторики. Урновые модели.	1-2	4	4			6	Фронт. опрос, Проверка дз	5	
1.2	Классическая вероятность. Сложение, умножение вероятностей. Геометрическая вероятность	3-4	4	4			6	контр. раб	5	
1.3	Одномерные и двумерные дискретные случайные величины. Классические дискретные распределения	5-6	4	4			6	контр. раб	5	
1.4	Одномерные и двумерные непрерывные случайные величины. Классические непрерывные распределения	7-8	4	4			6	Фронт. опрос, Проверка дз	5	
<b>Рубежный контроль</b>		<b>8</b>							<b>Тест</b>	<b>5</b>
<b>2. Название раздела</b>										
2.1	Числовые характеристики случайных величин	9-10	4	4			6	контр. раб	5	
2.2	Функции случайных величин	11-12	4	4			6	Проверка дз	5	
2.3	Предельные теоремы теории вероятностей	13-14	4	4			6	контр. раб	5	
2.4	Введение в мат. статистику	15-16	4	4			11	Фронт. опрос, Проверка дз	5	
<b>Рубежный контроль</b>		<b>16</b>							<b>Контр. и т.п.</b>	

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы				
			Лекции	Практические занятия/семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*
Промежуточная аттестация			Экзамен/ Зачет / ЗсО			36 / 0	0 - 50
Посещаемость							5
Итого:			32	32		53	100

#### 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

##### Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1	Основные понятия теории вероятностей. Алгебра событий. Элементы комбинаторики. Урновые модели.	Предмет теории вероятностей. Виды случайных событий. Алгебра случайных событий. Теоретико-множественная интерпретация операций над событиями. Полная группа событий. Классическое и статистическое определение вероятности. Основные свойства вероятности. Элементы комбинаторики. Урновые модели.
2	Классическая вероятность. Сложение, умножение вероятностей. Геометрическая вероятность.	Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Противоположные события. Условные вероятности. Независимые события. Теорема умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного события. Теорема сложения вероятностей для совместных событий. Формула полной вероятности и формула Байеса. Геометрическая вероятность.
3	Одномерные и двумерные дискретные случайные величины. Классические дискретные распределения.	Понятие одномерной случайной величины. Закон, ряд, многоугольник и функция распределения одномерной случайной величины. Биноминальное, геометрическое и пуассоновское распределение. Понятие двумерной случайной величины. Закон, ряд и



		функция распределения двумерной дискретной случайной величины. Операции над дискретными случайными величинами.
4	Одномерные и двумерные непрерывные случайные величины. Классические непрерывные распределения	Функция распределения и плотность распределения одномерной непрерывной случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Основные виды распределения непрерывных случайных величин: показательное, равномерное, нормальное. Нормальная кривая. Функция Лапласа. Вычисление вероятности попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Правило трех сигм. Функция распределения и плотность распределения двумерной непрерывной случайной величины, их взаимосвязь и свойства.
5	Числовые характеристики случайных величин	Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, начальные и центральные моменты, мода, медиана, квантиль, коэффициенты асимметрии и эксцесса. Ковариация и корреляция случайных величин. Ковариационная матрица. Свойства математического ожидания, дисперсии, ковариации и коэффициента корреляции. Числовые характеристики случайных величин, имеющих классические законы распределения. Коррелированность и зависимость случайных величин.
6	Функции случайных величин	Функции от случайных величин. Функция одного случайного аргумента, ее распределение и математическое ожидание. Функция двух случайных аргументов. Распределение суммы независимых слагаемых. Устойчивость нормального распределения относительно суммирования.

7	Предельные теоремы теории вероятностей.	Неравенство Чебышева и закон больших чисел. Теорема Маркова, теорема Чебышева, теорема Бернулли. Центральная предельная теорема Ляпунова.
8	Введение в математическую статистику	Выборка. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Точечные оценки параметров распределения. Статистическая проверка гипотез. Критерий Пирсона.

### Практические/семинарские занятия

№ недели	Тематика практических занятий	ПЗ (часов)	Аудиторные задания
1	Элементы комбинаторики	2	(4) 2.1,2.3,3.6,2.11,2.19 (3) выборочно по теме
2	Алгебра событий. Урновые модели	2	(4) 4.1,4.3,4.4,4.8
3	Классическая вероятность. Сложение, умножение вероятностей.		(4) 5.1,5.10,5.18,6.3,6.5,6.9,7.1, 7.4,7.7
4	Схема Бернулли. Геометрическая вероятность	2	(4) 3.7,3.15,3.17,8.1,8.4,8.13,8.24, 9.1
5	Одномерные дискретные случайные величины.	2	(4) 10.1-10.6 (3) 167,170,174,175
6	Классические дискретные распределения.	2	(3) выборочно по теме
7	Двумерные дискретные случайные величины.	2	(4) 16.5 (3) 401,408,409,421,422
8	Одномерные непрерывные случайные величины.	2	(4) 12.1-12.5,12.8,12.11
9	Двумерные непрерывные случайные величины.	2	(4) 16.1,16.2,16.12,16.13,16.4, 16.19,17.2
10	Классические непрерывные распределения	2	(4) 14.1-14.3,14.9-14.11,14.13 (3) выборочно по теме
11	Числовые характеристики случайных величин	2	(4) 13.1,13.3,13.5,13.8,13.21, 13.22

12	Числовые характеристики случайных величин	2	(3) выборочно по теме
13	Функции случайных величин	2	(4) 20.2-20.8(четн)
14	Функции случайных величин	2	(4) 21.1,21.3,21.8,
15	Предельные теоремы теории вероятностей	2	(4) 23.1,24.1,24.6,24.8 (3) выборочно по теме
16	Введение в мат. статистику	2	(3)448,457,463,510,636
<b>ИТОГО:</b>			32

#### Выполнение домашних заданий

	<b>Тема ДЗ</b>	<b>Кол-во часов</b>	<b>Содержание ДЗ</b>
1	Элементы комбинаторики	3	(4) 2.10,2.14,2.20,2.27
2	Алгебра событий. Урновые модели	2	(3) выборочно по теме
3	Классическая вероятность. Сложение, умножение вероятностей.	2	(4) 4.5,4.6,4.11,4.15,4.20,6.6,6.7,6.15
4	Схема Бернулли. Геометрическая вероятность	4	(4) 5.2,5.5,5.23,3.16,3.23,6.6,6.7,6.13, 7.8,7.10
5	Одномерные дискретные случайные величины.	4	(4) 10.5,10.12,10.14,10.24
6	Классические дискретные распределения.	4	(3) выборочно по теме
7	Двумерные дискретные случайные величины.	4	(3) 401,408,409,421,422
8	Одномерные непрерывные случайные величины.	4	(4) 12.8,12.9,12.10 (3) 255,257,267,311,312
9	Двумерные непрерывные случайные величины.	4	(4) 16.10,16.11,16.18,17.4 (3) 410,412,413,415,435
10	Классические непрерывные распределения	4	(4) 14.4,14.6,14.7,14.8,14.5 (3) 330,331,332,336,338,341,342

11	Числовые характеристики случайных величин	2	(4) 13.2,13.4,13.6,13.9,13.23
12	Числовые характеристики случайных величин	2	(3) 191,193,214,218,223,227
13	Функции случайных величин	2	(4) 20.1-20.9(нечетн)
14	Функции случайных величин	4	(4) 21.1,21.3,21.2
15	Предельные теоремы теории вероятностей	4	(3) 121,126,129,146,149
16	Введение в мат. статистику	8	(3) 501,503,508,635
	Итого	53	

## **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

## 5.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Раздел	Темы занятий	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
<b>Семестр 3</b>				
<b>Раздел 1</b>	Основные понятия теории вероятностей. Алгебра событий. Элементы комбинаторики. Урновые модели.	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1,	Фронтальный опрос, проверка домашних заданий,
	Классическая вероятность. Сложение, умножение вероятностей. Геометрическая вероятность			контрольная работа
	Одномерные и двумерные дискретные случайные величины. Классические дискретные распределения			Фронтальный опрос, проверка домашних заданий
	Одномерные и двумерные непрерывные случайные величины. Классические непрерывные распределения			проверка домашних заданий
<b>Рубежный контроль</b>		ОПК-1,	З-ОПК-1,У-ОПК-1,В-ОПК-1,	Тест 8
<b>Раздел 2</b>	Числовые характеристики случайных величин	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1,	проверка домашних заданий
	Функции случайных величин			
	Предельные теоремы теории вероятностей.			
	Введение в математическую статистику			
<b>Рубежный контроль</b>		ОПК-1,	З-ОПК-1,У-ОПК-1,В-ОПК-1,	Тест 11
<b>Промежуточная аттестация</b>		ОПК-1,	З-ОПК-1,У-ОПК-1,В-ОПК-1,	<b>Экзамен</b>

Оценка успеваемости студентов осуществляется по результатам:

- самостоятельного выполнения домашних заданий,
- решения задач на практических занятиях,
- выполнения контрольных работ,
- сдачи зачета.

### Формы контроля.

*Текущий контроль* в основном проводится в форме проверки домашних заданий и опроса студентов на каждом практическом занятии.

*Рубежный контроль* предполагает проверку контрольных работы №1,2,3,4

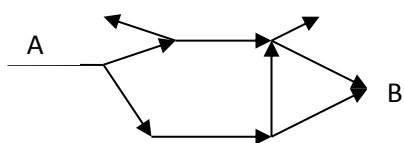
*Итоговый контроль* проводится на экзамене в письменной форме с последующим устным собеседованием.

**5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### Контрольная работа №1

#### Вариант 0

1. В двух урнах по 5 белых и 1-му синему шару. Из первой во вторую перекладывают 3 шара. Затем из второй урны вынимают 1 шар. Он оказался синим. Найти вероятность того, что переложили 3 белых шара.



2. Путник пытается попасть из А в В. Направление движения на перекрестках выбирается случайным образом. Найти вероятность того, что его цель будет достигнута.

3. События  $A$ ,  $B$ ,  $C$  независимы и реализуются с одинаковой вероятностью  $p$ . Найти  $P(\overline{(A+B+C)}/A)$ .

4. Три стрелка делают залп по мишени. Вероятность попадания в цель каждым стрелком одинакова и равна  $p$ . Найти вероятность того, что 3-ий стрелок попал в цель, если в цель попало 2-ва снаряда.

5. В группе студентов 15% имеют признак А, 25% - признак В и 10% имеют и признак А и признак В. Найти вероятность того, что у наудачу выбранного студента отсутствуют оба признака.

6. Числа  $x, y$  лежат в интервале  $(0,2)$  каждое. Найти вероятность того, что  $y(1-x) > 1$ .

7. На сборку попадают детали с трех автоматов. Известно, что первый автомат дает 0.1% брака, второй – 0.2%, третий – 0.3%. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 10, со второго 20 и с третьего – 30 деталей.

8. Точка случайным образом бросается внутрь треугольника с вершинами  $(0,0), (2,2), (2,-2)$ .

Найти вероятности событий  $y < -1.5, y \leq -1.5, y \geq 1.5, x/2 < -y$ .

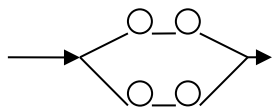
9. Подбрасывается игральный кубик. Произошло событие  $A=(1,2,3)$ , т.е. выпало 1,2 или 3 очка. Найти  $P(H/A)$ , где  $H=(2,3,4)$ .

## Контрольная работа №2

### Вариант 0.

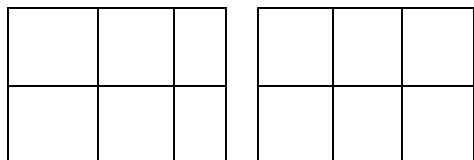
1. Учебник издан тиражом 100 000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, составляет 0.0001. Найти вероятность того, что тираж содержит ровно 5 бракованных книг. Сколько в среднем ожидается бракованных книг и с каким разбросом? Построить  $F(x)$ , где  $X$ - число бракованных книг.

2. В одном ящике находится 1 красный и 2 синих шара, а во втором ящике – 2 красных и 2 синих шара. Из первого во второй переложили 1 шар. За тем из второго вынимают 2 шара. Потом система возвращается в исходное состояние. Эта процедура повторяется 5 раз. Найти вероятность того, что 2 красных шара будут вынуты 4 раза. Сколько раз в среднем будут вынуты 2 красных шара и с каким разбросом?



3. Имеется несколько схем указанного вида. Элементы схемы одинаковы и независимы. Вероятность годности каждого  $1/3$ .

Найти вероятность того, что при поочередном рассмотрении таких схем, целиком рабочей окажется лишь 3-я по счету. Сколько схем будет работать в среднем и каково среднее отклонение этого числа?



(x)	/4	/4
-----	----	----

(y)	/4	/4
-----	----	----

4. Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и имеют указанное распределение. Для случайных величин  $Z=X+Y$  и  $W=X-Y$ : а) построить таблицу совместного распределения случайных величин  $Z$  и  $W$ ; б) Найти ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $Z$  и  $W$ ; в) Найти вероятность события  $Z^2 + W^2 < 10$

$y \backslash x$	-1	0	1
0		0,2	0,1
1	0,2	0	0,2

5. Для сл. величин  $x$  и  $y$  установить зависимость и коррелированность, найти коэффициент корреляции. Найти  $F(x)$ ,  $M(x)$ ,  $D(x)$ . Найти матожидание  $Z=4XY-2X+7$ . Составить ковариационную матрицу и вычислить коэффициент корреляции для  $V=2X+3Y-2$  и  $S=-X-Y$

### Контрольная работа №3

#### Вариант 0

- $f_x(x) = K \square e^{-2x}$ , ( $x > 0$ ), Найти:  $K$ ;  $D(x)$ ;  $F(x)$ , и построить ее график;  $f_y(y)$ , если  $y = e^x$ ; найти  $P(0 < y < 2)$ .
- Случайные величины  $X$  и  $Y$  имеют нормальное распределение  $N(1,1)$  и  $N(2,2)$  соответственно. а) Найти распределение случайной величины  $Z=5X-2Y+1$ , если  $X$  и  $Y$  независимы; б) Найти  $P(Z > 1)$ ,  $P(Z < 0)$ ; в) Построить ковариационную матрицу  $X$  и  $Z$ ; г) Найти распределение  $Z=5X-2Y+1$ , если  $\text{cov}(x, y) = -2$ ;
- Для 64 плиток шоколада средняя масса одной плитки равна 98 г. Известно среднее отклонение массы плитки, равное 4 г..
  - Найти вероятность того, что масса одной плитки лежит в интервале (96;100)
  - При каком количестве плиток отклонение массы плитки от известного среднего значения с вероятностью 0,9 составляет 1 г.
- $F(x) = A(x^3 + x)$ , ( $0 < x \leq 1$ ). Найти  $A$ ;  $D(x)$ ,  $m_e$ ,  $m_d$ .
- Для произвольной случайной величины  $X$  выбрать наиболее вероятное событие (А,В или С): А)  $2X-4 < -2$ ; В)  $3-X > 1$ ; С)  $4X+5 < 11$ .

### Контрольная работы №4

#### Вариант 0



1. Сколько раз нужно бросить игральную кость, чтобы с вероятностью не меньшей 0.95 утверждать, что частота выпадений пятерки менее  $1/3$  (считать применимой интегральную теорему Муавра-Лапласа).
2. Случайные величины  $X$  и  $Y$  имеют нормальное распределение  $N(3,1)$  и  $N(2,3)$  соответственно.
  - а) Найти распределение случайной величины  $Z=2X-Y+2$ , если  $X$  и  $Y$  независимы;
  - б) Построить ковариационную матрицу  $X$  и  $Z$ , если  $X$  и  $Y$  независимы.
  - в) Найти распределение  $Z=2X-Y+2$ , если  $\text{cov}(x, y) = -1$ , записать функцию плотности.
3. Из 100 овец средний настриг шерсти равен 4,5 кг, а среднее отклонение 0,9 кг. В предположении нормальности распределения
  - а) найти вероятность того, что настриг шерсти с одной овцы лежит в интервале (4,3;4,7);
  - б) при каком количестве овец среднее отклонение настрига от известного среднего значения с вероятностью 0,78 не превысит 0,25 кг.
4. Двумерная случайная величина распределена равномерно внутри треугольника с вершинами  $O(0,0)$ ,  $B(0,1)$ ,  $C(1,0)$ . Проверить, зависимы ли  $X_1, X_2$ . Найти функцию распределения  $F_y(y)$  композиции компонент случайного вектора  $Y = X_1 + X_2$ .

### Вариант экзаменационного билета №0

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 0

#### по курсу «Основы теории вероятностей и стохастических процессов»

1. Сформулировать и доказать теорему о границах коэффициента корреляции.
2. Вычисление вероятности попадания случайной величины  $X \sim N(a, \sigma)$  в интервал  $(\alpha, \beta)$  (вывод формулы).
3.  $f(x) = A(1 - x)$ ,  $0 < x < 1$ . Найти:  $A$ ,  $D(x)$ ,  $F(x)$  и построить ее график. Найти  $f_y(y)$ , если  $x = \cos y$ ,  $0 < y < \frac{\pi}{2}$ . Найти  $P\left(Y < \frac{\pi}{4}\right)$ .
4. Учебник издан тиражом 100 000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, составляет 0.0001. Найти вероятность того, что тираж содержит ровно 5 бракованных книг. Сколько в среднем ожидается бракованных книг и с каким разбросом?
5. Из 100 овец средний настриг шерсти равен 4,5 кг, а среднее отклонение 0,9 кг. В предположении нормальности распределения

а) найти вероятность того, что настриг шерсти с одной овцы лежит в интервале (4,3;4,7);

б) при каком количестве овец среднее отклонение настрига от известного среднего значения с вероятностью 0,78 не превысит 0,25 кг.

6. Двумерная случайная величина распределена равномерно внутри треугольника с вершинами  $O (0,0)$ ,  $B (1,1)$ ,  $C (1,0)$ . Проверить, зависимы ли  $X_1, X_2$ . Найти функцию распределения  $F_Y(y)$  композиции компонент случайного вектора  $Y = X_1 + X_2$ .

<b>Критерии оценки экзаменационной работы</b>			
<b>№ задания</b>	<b>Критерии оценки</b>	<b>Результативность</b>	<b>Начисляемые баллы</b>
<b>Задание 1</b>	Полнота, правильность и аргументированность ответа	50%-70%	2
		70%-90%	3
		90%-100%	4
	Владение теоретическим материалом по тематике задания (ответы на вопросы)	50%-70%	1
		70%-90%	2
		90%-100%	3
<b>Задание 2</b>	Полнота, правильность и аргументированность ответа	50%-70%	2
		70%-90%	3
		90%-100%	4
	Владение теоретическим материалом по тематике задания (ответы на вопросы)	50%-70%	1
		70%-90%	2
		90%-100%	3
<b>Задание 3</b>	Полнота, правильность и аргументированность решения	50%-60%	5
		60%-70%	6
		70%-80%	7
		80%-90%	8
		90%-100%	9
<b>Задание 4</b>	Полнота, правильность и аргументированность	50%-60%	5
		60%-70%	6
		70%-80%	7

	решения	80%-90%	8
		90%-100%	<b>9</b>
<b>Задание 5</b>	Полнота, правильность и аргументированность решения	50%-60%	5
		60%-70%	6
		70%-80%	7
		80%-90%	8
		90%-100%	<b>9</b>
<b>Задание 6</b>	Полнота, правильность и аргументированность решения	50%-60%	5
		60%-70%	6
		70%-80%	7
		80%-90%	8
		90%-100%	<b>9</b>
<b>Итого:</b>			<b>50 (max)</b>

**Экзаменационные вопросы для оценки качества освоения дисциплины**

1. Элементарные исходы случайного эксперимента.
2. События. Операции над событиями. Диаграммы Вена.
3. Достоверные и невозможные события.
4. Вероятности. Дискретное вероятностное пространство.
5. Независимые события. Основные формулы исчисления вероятностей.
6. Полная группа событий. Формула полной вероятности и формула Байеса.
7. Модель Колмогорова общего вероятностного пространства.
8. Классическое определение вероятности, как частный случай модели Колмогорова.
9. Общее определение вероятности и ее основные свойства (монотонность, счетная аддитивность, непрерывность).
10. Схема независимых испытаний Бернулли.
11. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
12. Случайная величина. Функция распределения случайной величины.
13. Дискретные и непрерывные случайные величины. Модели классических распределений непрерывной и дискретной случайных величин.
14. Плотность распределения непрерывной случайной величины.
15. Основные характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, моды, медиана, квантили, асимметрия и эксцесс.
16. Совместное распределение двух случайных величин.
17. Независимые случайные величины.

18. Свойства математического ожидания и дисперсии.
19. Условные распределения. Условное математическое ожидание.
20. Ковариация и корреляция двух случайных величин.
21. Дискретные распределения: биномиальное распределение, гипергеометрическое распределение, распределение Пуассона.
22. Непрерывные распределения: равномерное распределение, нормальное распределение, экспоненциальное распределение, логнормальное распределение, распределение Коши, Рэлея.
23. Случайные векторы. Вектор математического ожидания и ковариационная матрица.
24. Линейные преобразования случайного вектора.
25. Многомерное нормальное распределение.
26. Условие независимости компонент нормального вектора.
27. Линейные преобразования нормального случайного вектора.
28. Хи-квадрат распределение.
29. Распределение Стьюдента.
30. Распределение Фишера.
31. Закон больших чисел.
32. Центральная предельная теорема.

### 5.3. Шкалы оценки образовательных достижений

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ЕСТ	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
--------------	-------------------------------	------------	---

		S	
90-100	5 – <i>«отлично»</i>	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – <i>«хорошо»</i>	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 – <i>«удовлетворительно»</i>	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 – <i>«неудовлетворительно»</i>	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Основная литература**

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Высшая школа, 1999.
2. Сидняев Н.И. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Юрайт, 2015.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Высшая школа, 2008.
4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Под ред. А.А. Свешникова. 4-е изд., стер. - СПб.: Изд-во «Лань», 2008.
5. Ханин В.П. Учебно-методическое пособие для практических занятий по математической статистике. – Саратов: СарФТИ, 2005.
6. Ханин В.П. Лабораторный практикум по математической статистике: Учеб. пособие. – Саратов: СарФТИ, 2005.

### **6.2. Дополнительная литература**

7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и её инженерные приложения: Учеб. пособие для студ. вузов/ Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Издательский центр «Академия», 2003. - 464 с.
8. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. М: Айрис-Пресс, серия Высшее образование, 2008. – 288 с

### **6.3. Электронные учебные пособия**

9. Максимов Ю.Д. Математика. Выпуск 9. Теория вероятностей. Детализированный конспект. Справочник по одномерным непрерывным распределениям. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2002.
10. Теория вероятностей и математическая статистика: конспект лекций для студентов всех специальностей и форм обучения БГУИР./ А.И. Волковец, А.Б. Гуринович. – Мн.: БГУИР, 2003.
11. Сборник заданий к типовому расчету по математической статистике: учебно-методическое пособие/ Л.А. Секованова, Т.А. Андревкина, О.В. Назарова. – Кострома: Изд-во Костромского гос. технол. ун-та, 2010. – 40 с.

### **6.4. Интернет-ресурсы**

12. Электронная библиотека по теории вероятностей - <http://zyurvas.narod.ru/bibtver.html>

13. <http://ru.wikipedia.org/wiki>

14. <http://www.exponenta.ru> Раздел Statistica.

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекционные занятия проводятся очно (дистанционно при необходимости) в специально оснащённых аудиториях (с компьютером, экраном, проектором, интерактивной доской и подключенным интернетом) Практические занятия проводятся в специально оснащённых аудиториях (с компьютером, экраном, проектором, интерактивной доской и подключенным интернетом).

## 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекционные занятия проводятся с использованием презентаций, включены элементы беседы и постановка проблемных вопросов. Во время чтения лекции возможен свободный выход в Интернет с целью использования актуального материала на открытых образовательных ресурсах. Практическая часть курса сопровождается проведением очных семинаров с целью освоения и закрепления теоретической части курса. Лекции и семинары дополнены проведением контрольных мероприятий и необходимым количеством самостоятельных домашних работ, имеющих ярко выраженный прикладной характер. Необходимые для глубокого изучения курсов материалы в электронной форме размещены в свободном доступе на сайте СарФТИ НИЯУ МИФИ.

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы обучения. Они включают в себя методы, стимулирующие познавательную деятельность обучающихся и вовлекающие каждого участника в мыслительную и поведенческую активность.

В следующей таблице представлено распределение занятий в активной и интерактивной формах:

Раздел дисциплины (тема)	Интерактивная форма	Кол-во часов	Методы и средства контроля
1	2	3	4

1.Различные определения вероятности случайного события.	Дискуссия по теме «Парадокс Шевалье де Мере»	2	Начисление дополнительных баллов самым активным студентам
2-4 Основные теоремы теории вероятностей.	Изучение темы и решение задач в малых группах. Обсуждение самых интересных задач в аудитории.	2	Начисление баллов самым активным студентам в конце семинара
2. Дискретные случайные величины	Проведение устного опроса в виде взаимопроверки студентов	2	Контрольные вопросы преподавателя студенческой аудитории; начисление баллов за активную работу на семинаре.
3. Непрерывные случайные величины	Лекция с запрограммированными ошибками	2	Начисление доп. баллов самым активным студентам.
8. Основы выборочного метода	Семинар, построенный в виде ответов на заранее подготовленные студентами вопросы. При этом целесообразно разделить слушателей на группы.	2	По окончании семинара необходимо провести взаимооценку групп и начислить баллы активным студентам.
8. Точечное оценивание параметров распределений	Интерактивная лекция (студент в роли преподавателя). Предлагается инициативному студенту изучить (проработать) материал с последующим изложением в	2	Коллективное обсуждение в аудитории студенческого выступления; начисление баллов за лекцию.



	аудитории. Рекомендуется сделать презентацию по теме доклада.		
8. Интервальное оценивание параметров распределения	Интерактивная лекция (студент в роли преподавателя). Предлагается инициативному студенту изучить (проработать) материал с последующим изложением в аудитории. Рекомендуется сделать презентацию по теме доклада.	2	Коллективное обсуждение в аудитории студенческого выступления; начисление баллов за лекцию.
<b>Итого:</b>		<b>14</b>	

## **9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Данные методические рекомендации направлены на реализацию самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Вероятность и статистика». Самостоятельная работа студента является одним из основных методов приобретения и углубления знаний, познания общественной практики. Главной задачей самостоятельной работы является развитие общих и профессиональных компетенций, умений приобретать научные знания путем личных поисков, формирование активного интереса и вкуса к творческому самостоятельному подходу в учебной и практической работе.

Общая трудоемкость учебной нагрузки по дисциплине «Вероятность и статистика» составляет 72 часа, из них объем самостоятельной работы по дисциплине – 53 часа и включает в себя:

- самостоятельное ознакомление с дополнительными материалами дисциплины, в том числе рекомендуемыми педагогом, направленное на более глубокое изучение тематических разделов, приобретение новых знаний и умений;

- конспектирование первоисточников (учебной литературы);
- работа в электронной библиотечной системе;
- изучение конспекта лекций при подготовке к практическим занятиям;
- самостоятельное выполнение во внеаудиторное время различного рода заданий, выданных преподавателем, при методическом руководстве последнего, но без его непосредственного участия;
- подготовку к промежуточной аттестации в форме итоговой оценки.

При осуществлении указанных видов самостоятельной работы студенты получают необходимые консультации педагога, в том числе с использованием Интернет-технологий.

Самостоятельная работа студентов, прежде всего, заключается в изучении литературы, дополняющей материал, излагаемый в лекционной части курса. Необходимо овладеть навыками библиографического поиска, в том числе в сетевых Интернет-ресурсах, научиться сопоставлять различные точки зрения и определять методы исследований. Предполагается, что, прослушав лекцию, студент должен ознакомиться с рекомендованной литературой из основного списка, затем обратиться к источникам, указанным в библиографических списках изученных книг, осуществит поиск и критическую оценку материала на сайтах Интернет, соберет необходимую информацию.

Существует несколько методов работы с литературой. Один из них – метод повторения: смысл прочитанного текста можно заучить наизусть. Простое повторение воздействует на память механически и поверхностно. Полученные таким путем сведения легко забываются. Наиболее эффективный метод – метод осознанного запоминания: прочитанный текст нужно подвергнуть большей, чем простое заучивание, обработке. Чтобы основательно обработать информацию, важно произвести целый ряд мыслительных операций: прокомментировать новые данные; оценить их значение; поставить вопросы; сопоставить полученные сведения с ранее известными. Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения. Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект.

<b>№</b>	<b>Формы и методы СРС</b>	<b>Содержание СРС</b>	<b>Кол-во часов</b>	<b>Формы контроля</b>
1	Выполнение домашних заданий	См. таблицу и ФОС	40	Выборочная проверка домашних работ
2	Изучение конспекта лекций и работа с литературой при подготовке к практическим занятиям	См. таблицу и ФОС	6	Фронтальный опрос
3	Подготовка к экзамену	Студентам выдается тренировочная зачётная работа и вопросы к зачёту	7	Экзамен
<b>ИТОГО:</b>			<b>53</b>	

Организация учебной деятельности студента по видам учебных занятий представлена в таблице:

<b>Основные виды учебных занятий</b>	<b>Организация деятельности студента</b>
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; отмечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Обозначить вопросы, теоремы, понятия и термины, которые вызывают трудности в понимании. Попытаться разобраться с этими трудностями с помощью рекомендуемой литературы. Если самостоятельно не удаётся разобраться в материале, то необходимо обратиться с вопросом к преподавателю на практическом занятии или

	на текущей консультации.
Практическое занятие	Для успешной подготовки к практическому занятию студенту требуется предварительная проработка конспекта лекций и учебной литературы. Структура практического занятия включает в себя: вступительное слово преподавателя (тема, цель занятия), вопросы студентов, которые требуют дополнительных разъяснений, практическая часть (решение задач, обсуждение актуальных вопросов по теме занятия и т.п.); заключительное слово преподавателя (подведение итогов, выдача домашнего задания); рефлексия и самоанализ процесса и результата своей деятельности.
Контрольная работа	Контрольная работа выполняется студентом самостоятельно. Контрольная работа – одна из форм рубежного контроля в учебном процессе. Для успешного выполнения контрольной работы студент должен самостоятельно осуществить проработку соответствующих тем дисциплины. Выполнение контрольной работы осуществляется поэтапно: ознакомление с заданиями; письменное оформление работы; проверка вычислений. После получения проверенной контрольной работы, имеющей замечания, студент должен проанализировать свои ошибки, при необходимости обратившись за консультацией к преподавателю.
Тестирование	Для успешного выполнения теста студент должен самостоятельно осуществить проработку соответствующих тем дисциплины по конспектам лекций, основной и дополнительной литературе. Каждый студент отвечает на вопросы теста самостоятельно. После получения результатов тестирования, имеющего неправильные ответы, студент должен проанализировать свои ошибки, при необходимости обратившись за консультацией к преподавателю.
Интерактивная лекция (студент в роли преподавателя)	Студенту или студентам, принимающим участие в интерактивной лекции, заранее озвучивается тема лекции, указываются проблемы и вопросы, на которые необходимо обратить особое внимание, даются ссылки на соответствующую литературу. Студенты готовят теоретический материал, примеры практического применения выкладок, отображают подготовленный материал в виде презентации. Студенты-докладчики представляют доклад-презентацию на занятии,

	отвечают на вопросы студентов-слушателей и преподавателя. Аудитория высказывает своё мнение по поводу услышанного доклада. Преподаватель комментирует выступление, участвует в обсуждении данного материала, производит оценку работы докладчиков.
--	---

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ОС НИЯУ МИФИ и учебным планом основной образовательной программы (программ).

Автор(ы):

Старший преподаватель кафедры ВМ

\_\_\_\_\_ А. В. Лебедева

Рецензент(ы):

к.пед.н., доцент кафедры ВМ

\_\_\_\_\_ Н.В. Прокофьева