

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Саровский физико-технический институт -

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Прикладной математики»

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФТФ, член корр. РАН, д.ф-м.н.

_____ **А.К. Чернышев**

«___» _____ **2023 г.**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дифференциальные уравнения

наименование дисциплины

Направление подготовки (специальность)	<u>01.03.02 Прикладная математика и информатика</u>
Наименование образовательной программы	<u>Высокопроизводительные вычисления и технологии параллельного программирования</u>
Квалификация (степень) выпускника	<u>бакалавр</u>
Форма обучения	<u>очная</u>

Программа одобрена на заседании кафедры

Зав. кафедрой ПМ, д.ф-м.н.

_____ **Р.М. Шагалиев**

протокол № от

20 г.

«___» _____ **2023 г.**

г. Саров, 2023 г.

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Семестр	В форме практической подготовки	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	КР/ КП	Форма(ы) контроля, экс./зач./ЗсО/	Интерактивные часы
3	32	4	144	32	32	-	44	-	Э 36	10
4	32	4	144	32	32	-	53	-	Э 27	10
ИТОГО	64	8	288	64	64	-	97	-	63	20

АННОТАЦИЯ

Теория дифференциальных уравнений рассматривает основные методы исследования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений: теоремы существования и единственности решений, методы интегрирования простейших уравнений, элементы качественной и аналитической теории, введение в групповой анализ и теорию первого интеграла. Дифференциальные уравнения возникают и используются в различных разделах математики и математического моделирования.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» является знакомство студентов с математическим аппаратом построения физико-технических моделей и обучение методам интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задачи дисциплины - дать основы:

- ✓ теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных первого порядка;
- ✓ владения методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных первого порядка;
- ✓ приёмов составления дифференциальных уравнений по условиям физической или геометрической задачи.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является дисциплиной профиля «Высокопроизводительные вычисления и технологии параллельного программирования» ОС НИЯУ МИФИ по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к базовой части профессионального цикла ООП.

Эта дисциплина относится к числу прикладных математических дисциплин и связана с приложениями методов дифференциальных уравнений к ряду важных разделов.

«Дифференциальные уравнения» дают студенту одно из мощных средств для анализа явлений и процессов различной природы математическими методами. Изучение данной дисциплины базируется на знаниях студентами общих курсов линейной алгебры, математического анализа (в частности – дифференциального и интегрального исчисления). Теоретический курс «Дифференциальные уравнения» целесообразно проводить после изучения таких дисциплин, как «Алгебра и геометрия», «Математический анализ». Для

усвоения материала по курсу «Дифференциальные уравнения» учащиеся должны в достаточной мере обладать знаниями, полученными при изучении школьного курса математики.

На знаниях, умениях и навыках, приобретенных в ходе изучения курса «Дифференциальные уравнения» базируются такие дисциплины профессионального цикла, как «Уравнения математической физики», «Численные методы», а также такие дисциплины, как «Основы математической теории переноса», «Численные методы газовой динамики» и др.

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Ожидается, что в результате освоения дисциплины студент приобретет следующие компетенции:

Общепрофессиональные компетенции (ОПК)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	З-ОПК-1 знать естественнонаучные методы познания окружающего мира, знать фундаментальный математический аппарат; У-ОПК-1 уметь применять естественнонаучные и математические методы исследования различных явлений, процессов и задач В-ОПК-1 владеть навыками исследования различных явлений и процессов с использованием естественнонаучного и математического подхода

Профессиональные компетенции (ПК)

в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
Тип задачи профессиональной деятельности: научно-исследовательский			
разработка и использование математических, информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно исследовательских, опытно	математическое моделирование и высокопроизводительные вычисления в задачах механики сплошной среды и физики высоких плотностей энергии; разработка прикладных программных	ПК-2 Способен понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт «40.011. Специалист по	З-ПК-2 знать современный математический аппарат, используемый при описании, решении и анализе различных прикладных задач У-ПК-2 использовать современный математический аппарат для построения

конструкторских работ	комплексов; разработка высокопроизводительных ЭВМ и программного обеспечения для них; компьютерное сопровождение и обработка результатов физических экспериментов	научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»	математических моделей и алгоритмов решения различных прикладных задач В-ПК-2 владеть навыками применения современного математического аппарата для построения математических моделей различных процессов, для обработки экспериментальных, статистических и теоретических данных, для разработки новых алгоритмов и методов исследования задач различных типов
-----------------------	--	--	--

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ*

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	Максимальный балл (см. п. 5.3)
			64	64	-	97		
Семестр 3								
Раздел 1. Основные понятия и определения								
1.1.	Тема 1. Дифференциальное уравнение.	1	2	2		5	УО	
1.2	Тема 2. Единственность решения.	2	2				ДЗ	
Раздел 2. Элементарные методы интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка								
2.1	Тема 1. Неполные уравнения.	3	2	2		5	УО	
2.2	Тема 2. Линейные уравнения	4-5	2	2		5	УО	
2.3	Тема 3. Уравнения в полных дифференциалах.	6-7	2	2			ДЗ	
2.4	Тема 4. Уравнения, не разрешенные относительно производной.	8	2	2		5	ИЗ	10
Рубежный контроль		8	КР					10
Раздел 3. Дифференциальные уравнения высших порядков								
3.1	Тема 1. Уравнения высших порядков	9	2	2		5	УО	
3.2	Тема 2. Линейные уравнения с переменными коэффициентами	10	2	2			УО	
3.3	Тема 3. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.	10	2	2		5	УО	
3.4	Тема 4. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка.	11	2	2			ДЗ	
3.5	Тема 5. Физическая интерпретация линейных дифференциальных уравнений второго порядка	11	2	2		5	ИЗ	10
Раздел 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений								
4.1	Тема 1. Системы общего вида.	12	2	2			УО	
4.2	Тема 2. Постановка задачи Коши.	12	2	2			УО	
4.3	Тема 3. Метод интегрируемых комбинаций.	13	2	2			УО	

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	Максимальный балл (см. п. 5.3)
4.4	Тема 4. Системы линейных уравнений.	14	2	2		5	УО	
4.5	Тема 5. Линейные неоднородные системы.	15	2	2			ДЗ	
4.6	Тема 6. Линейные системы с постоянными коэффициентами.	16		2		4	ИЗ	10
Рубежный контроль		16	КР					10
Промежуточная аттестация			Экзамен			36	45	
Посещаемость								5
Итого:			32	32	-	44	36	100
Семестр 4								
Раздел 5. Автономные системы. Элементы теории устойчивости								
5.1.	Тема 1. Нормальные автономные системы	1-2	2	2		5	УО	
5.2	Тема 2. Классификация особых точек.	2-3	2	2			УО	
5.3	Тема 3. Теория устойчивости.	3-4	2	2		5	УО	
5.4	Тема 4.Метод функций Ляпунова.	4-5	2	2			УО	
5.5	Тема 5. Линейное (первое) приближение.	5-6	2	2		5	ДЗ	
5.6	Тема 6. Некоторые обобщения	7-8	2	2		5	ИЗ	10
Рубежный контроль		8	КР					10
Раздел 6. Уравнения в частных производных первого порядка								
6.1	Тема 1. Классификация уравнений	9	2	2		5	УО	
6.2	Тема 2. Общее решение однородного линейного уравнения.	9	2	2			УО	
6.3	Тема 3. Постановка задачи Коши.	10		2		5	УО	
6.4	Тема 4. Геометрическая интерпретация уравнения	10	2	2			ДЗ	
6.5	Тема 5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши	11	2	2			ИЗ	10

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	Максимальный балл (см. п. 5.3)
			64	64	-	97		
Раздел 7. Общая теория. Доказательство основных теорем								
7.1	Тема 1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши	12	2			5	УО	
7.2	Тема 2. Лемма Гронуолла	12	2	2			УО	
7.3	Тема 3. Лемма о дифференциальных неравенствах.	13	2	2		5	УО	
7.4	Тема 4. Теорема о дифференцируемости решений	14	2	2			УО	
7.5	Тема 5. Теорема о дифференцируемости решения по параметрам.	15	2			5	УО	
7.6	Тема 6. Доказательство теорем Ляпунова	15		2		5	ДЗ	
7.7	Тема 7. Почти диагональные матрицы.	16	2	2		3	ИЗ	10
Рубежный контроль		16	КР					10
Промежуточная аттестация			Экзамен				27	45
Посещаемость								5
Итого:			32	32	-	53	27	100

***Сокращение наименований форм текущего, рубежного и промежуточного контроля:**

УО – устный опрос

ДЗ – домашнее задание

ИЗ – индивидуальное задание

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
3 семестр		
Раздел 1. Основные понятия и определения		
1.1	Тема 1. Дифференциальное уравнение	Дифференциальное уравнение, порядок уравнения, разрешённые и не разрешённые относительно производной уравнения, примеры физических и геометрических задач, определение решения ОДУ. Динамическая и геометрическая интерпретация. Симметричная форма. Изоклины. Постановка задачи Коши. Теорема Пеано.
1.2	Тема 2. Единственность решения	Единственность решения. Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши. Общее решение, общий интеграл, частное и особое решения. Продолжение решений. Полное решение.
Раздел 2. Элементарные методы интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка		
2.1	Тема 1. Неполные уравнения	Неполные уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.
2.2	Тема 2. Линейные уравнения	Линейные уравнения. Уравнения Бернулли и Риккати.
2.3	Тема 3. Уравнения в полных дифференциалах	Уравнения в полных дифференциалах. Признак полного дифференциала. Интегрирующий множитель.
2.4	Тема 4. Уравнения, не разрешенные относительно производной	Уравнения, не разрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особые решения. Теорема об огибающей и особом решении. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро.
Раздел 3. Дифференциальные уравнения высших порядков		
3.1	Тема 1. Уравнения высших порядков	Уравнения высших порядков. Постановка задачи Коши. Общее и частное решения. Общий, промежуточный и первый интегралы. Уравнения, интегрируемые в квадратурах, и уравнения, допускающие понижение порядка.
3.2	Тема 2. Линейные уравнения с переменными коэффициентами	Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные однородные уравнения и свойства их решений. Линейно независимые функции. Определитель Вронского. Критерий линейной независимости решений. Формула Лиувилля-Остроградского. Фундаментальная система решений. Общее решение однородного уравнения. Понижение порядка. Восстановление уравнения по фундаментальной системе решений. Метод вариации произвольных постоянных. Структура общего решения линейных неоднородных уравнений. Принцип суперпозиции.
3.3	Тема 3. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Случаи различных и кратных корней характеристического уравнения. Неоднородные уравнения. Правая часть в форме квазимногочлена. Метод неопределённых коэффициентов. Нерезонансный и резонансный случаи. Линейные уравнения с вещественными коэффициентами. Уравнение Эйлера.
3.4	Тема 4. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка	Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка. Приведение уравнения к самосопряжённому виду. Разрешимость краевой задачи. Задачи на собственные значения. Функция Грина. Построение функции Грина (существование и единственность функции Грина). Второй способ построения функции Грина. Представление решения неоднородной краевой задачи через функцию Грина. Сведение краевой задачи, содержащей параметр, к интегральному уравнению. Решение краевых задач методом «стрельбы». Метод факторизации.
3.5	Тема 5. Физическая	Физическая интерпретация линейных дифференциальных уравнений

	интерпретация линейных дифференциальных уравнений второго порядка	второго порядка (линейный осциллятор).
Раздел 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений		
4.1	Тема 1. Системы общего вида	Системы общего вида. Канонические, нормальные и автономные системы. Решение и интегральная кривая. Фазовое пространство и фазовая траектория. Сведение канонической системы к нормальной.
4.2	Тема 2. Постановка задачи Коши	Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее решение, первый и общий интегралы, частное решение.
4.3	Тема 3. Метод интегрируемых комбинаций	Метод интегрируемых комбинаций. Запись нормальной системы в симметрической форме. Свойство равных дробей. Метод исключения (сведение системы к уравнению высшего порядка).
4.4	Тема 4. Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Векторная и операторная запись. Теорема существования и единственности. Свойства решений линейных однородных систем. Линейно независимые вектор-функции. Критерий линейной независимости решений. Формула Якоби (Лиувилля-Остроградского). Базис пространства решений.
4.5	Тема 5. Линейные неоднородные системы	Линейные неоднородные системы. Метод вариации постоянных. Решение неоднородных систем в форме Коши. Структура решения линейной неоднородной системы. Принцип суперпозиции. Решение линейных систем методом исключения.
4.6	Тема 6. Линейные системы с постоянными коэффициентами	Линейные системы с постоянными коэффициентами. Решение линейных однородных систем (ЛОС) методом Эйлера (случаи простых и кратных собственных значений). Теорема Жордана. Решение ЛОС методом приведения к жордановой нормальной форме. Линейные системы с правой частью специального вида. Метод неопределённых коэффициентов.
4 семестр		
Раздел 5. Автономные системы. Элементы теории устойчивости		
5.1	Тема 1. Нормальные автономные системы	Нормальные автономные системы. Фазовое пространство, фазовые переменные и траектории. Положение равновесия, векторное поле, механический смысл автономной системы. Свойства автономных систем. Три типа фазовых траекторий.
5.2	Тема 2. Классификация особых точек.	Классификация особых точек. Особые точки линейной системы на плоскости. Случаи вещественных и комплексных собственных значений. Вырожденные случаи. Особые точки нелинейных систем. Предельные циклы. Фазовый портрет для математического маятника.
5.3	Тема 3. Теория устойчивости.	Теория устойчивости. Невозмущенное и возмущенное движение. Устойчивость и неустойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость, устойчивость в «большом» и в «целом». Дифференциальное уравнение возмущенного движения.
5.4	Тема 4. Метод функций Ляпунова.	Метод функций Ляпунова. Знакопостоянные и знакоопределённые функции. Производная в силу системы. Формулировка теорем Ляпунова об устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости.
5.5	Тема 5. Линейное (первое) приближение.	Линейное (первое) приближение. Формулировка теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости и неустойчивости по первому приближению. Критерий Рауса-Гурвица.
5.6	Тема 6. Некоторые обобщения	Некоторые обобщения: теорема Барбашина-Красовского об асимптотической устойчивости, теорема Четаева о неустойчивости. Примеры.
Раздел 6. Уравнения в частных производных первого порядка		
6.1	Тема 1. Классификация уравнений	Классификация уравнений: нелинейные, квазилинейные, полулинейные, линейные и однородные уравнения в частных производных первого порядка. Векторная форма записи. Характеристическая система. Симметрический вид

		характеристической системы. Характеристики. Первые интегралы автономной системы.
6.2	Тема 2. Общее решение однородного линейного уравнения.	Общее решение однородного линейного уравнения. Общее решение квазилинейного уравнения.
6.3	Тема 3. Постановка задачи Коши.	Постановка задачи Коши. Алгоритмы построения решения.
6.4	Тема 4. Геометрическая интерпретация уравнения	Геометрическая интерпретация уравнения в частных производных первого порядка с двумя независимыми переменными.
6.5	Тема 5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка. Метод характеристик.
Раздел 7. Общая теория. Доказательство основных теорем		
7.1	Тема 1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений (теорема Пикара). Эквивалентная система интегральных уравнений. Оценка интеграла. Условие Липшица. Последовательность Пикара-Линделёфа. Доказательство существования решения.
7.2	Тема 2. Лемма Гронуолла	Лемма Гронуолла. Доказательство теоремы единственности.
7.3	Тема 3. Лемма о дифференциальных неравенствах.	Лемма о дифференциальных неравенствах. Грубая оценка погрешности приближённых решений. Теорема о непрерывной зависимости решения от параметров. Непрерывная зависимость решения от начальных данных.
7.4	Тема 4. Теорема о дифференцируемости решений	Теорема о дифференцируемости решений. Уравнение с голоморфной правой частью. Мажорантный ряд. Теорема Коши о существовании и единственности голоморфного решения задачи Коши. Интегрирование уравнений с помощью степенных рядов. Обобщённый степенный ряд.
7.5	Тема 5. Теорема о дифференцируемости решения по параметрам.	Теорема о дифференцируемости решения по параметрам. Уравнение в вариациях. Дифференцируемость решения по начальным данным. Теорема Пуанкаре. Разложение решения по малому параметру.
7.6	Тема 6. Доказательство теорем Ляпунова	Доказательство теорем Ляпунова об устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости.
7.7	Тема 7. Почти диагональные матрицы.	Почти диагональные матрицы. Оценка нормы матрицы. Доказательство теорем Ляпунова об асимптотической устойчивости и неустойчивости по первому приближению.

Практические/семинарские занятия

№	Примерные темы практических/семинарских занятий
1	Изоклины, дифференциальные уравнения семейства кривых.
2	Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним.
3	Линейные уравнения, уравнения Бернулли, Риккати, Дарбу. Геометрические и физические задачи.
4	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
5	Уравнения, не разрешенные относительно производной.
6	Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения.
7	Уравнения, допускающие понижение порядка.
8	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные уравнения. Принцип суперпозиции.
9	Метод вариации постоянных.
10	Уравнение Эйлера. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.
11	Краевые задачи. Задачи на собственные значения. Функция Грина. Неоднородные краевые задачи.
12	Однородные и неоднородные системы линейных уравнений с постоянными

	коэффициентами. Метод вариации постоянных.
13	Линейные системы уравнений с постоянными коэффициентами, не приведенные к нормальному виду.
14	Особые точки. Фазовая плоскость. Предельные циклы.
15	Исследование устойчивости по первому приближению. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Нелинейные системы.
16	Общее решение однородных и квазилинейных уравнений.
17	Задача Коши для однородных и квазилинейных уравнений.
18	Интегрирование уравнений с помощью степенных рядов. Обобщенный степенной ряд. Уравнение в вариациях.
19	Разложение решения по малому параметру. Оценка погрешности приближенных решений.

4.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов

1. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.; Наука, 1970.
2. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.; Наука, 1958.
3. Смирнов В.И. Курс высшей математики, т.2,4. М.; Наука, 1956.
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям, 1985.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

5.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Раздел	Темы занятий	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
Семестр 3				
Раздел 1	Тема 1. Дифференциальное уравнение	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 1
	Тема 2. Единственность решения		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ 2
Раздел 2	Тема 1. Неполные уравнения	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 3
	Тема 2. Линейные уравнения		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 4-5
	Тема 3. Уравнения в полных дифференциалах		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-21; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ 6-7

	Тема 4. Уравнения, не разрешенные относительно производной		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ИЗ 8
Рубежный контроль		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	КР 8
Раздел 3	Тема 1. Уравнения высших порядков	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 9
	Тема 2. Линейные уравнения с переменными коэффициентами		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 10
	Тема 3. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 10
	Тема 4. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ 11
	Тема 5. Физическая интерпретация линейных дифференциальных уравнений второго порядка		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ИЗ 11
Раздел 4	Тема 1. Системы общего вида	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 12
	Тема 2. Постановка задачи Коши		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 12
	Тема 3. Метод интегрируемых комбинаций		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 13
	Тема 4. Системы линейных уравнений		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 14
	Тема 5. Линейные неоднородные системы		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ 15
	Тема 6. Линейные системы с постоянными коэффициентами		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ИЗ 16
Рубежный контроль		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	КР 16
Промежуточная аттестация		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	Экзамен
Семестр 4				
Раздел 5	Тема 1. Нормальные автономные системы	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 1-2
	Тема 2. Классификация особых точек.		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 2-3
	Тема 3. Теория устойчивости.		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 3-4
	Тема 4. Метод функций Ляпунова.		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 4-5
	Тема 5. Линейное (первое) приближение.		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ 5-6
	Тема 6. Некоторые обобщения		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ИЗ 7-8
Рубежный контроль		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	КР 8
Раздел 6	Тема 1. Классификация уравнений	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 9
	Тема 2. Общее решение однородного линейного уравнения.		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 9
	Тема 3. Постановка задачи Коши.		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 10
	Тема 4. Геометрическая интерпретация уравнения		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ 10

	Тема 5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ИЗ 10
Раздел 7	Тема 1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 12
	Тема 2. Лемма Гронуолла		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 12
	Тема 3. Лемма о дифференциальных неравенствах.		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 13
	Тема 4. Теорема о дифференцируемости решений		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 14
	Тема 5. Теорема о дифференцируемости решения по параметрам.		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	УО 15
	Тема 6. Доказательство теорем Ляпунова		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ДЗ 15
	Тема 7. Почти диагональные матрицы.		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	ИЗ 16
Рубежный контроль		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	КР 16
Промежуточная аттестация		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	Экзамен

5.2. Примерные контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

5.2.1. Оценочные средства для текущего контроля

5.2.1.1. Примерные вопросы для устного опроса

1. Дифференциальные уравнения семейства кривых. Ортогональные траектории.
2. Элементарные методы интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка.
Дифференциальные уравнения:
 3. С разделяющимися переменными
 4. Однородные, приводящиеся к однородным
 5. Линейные, Бернулли, Риккати
 6. В полных дифференциалах, интегрирующий множитель
 7. Не разрешённые относительно производной.
 8. Дифференциальные уравнения высших порядков.
 9. Уравнения, допускающие понижение порядка
 10. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
 11. Линейные уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами
 12. Системы нелинейных уравнений.
 13. Особые точки. Фазовые траектории, негрубое положение равновесия.

14. Устойчивость по Ляпунову.
15. Линейные уравнения, уравнения Бернулли, Риккати, Дарбу. Геометрические и физические задачи.
16. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
17. Уравнение Эйлера. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.
18. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных.
19. Линейные системы уравнений с постоянными коэффициентами, не приведенные к нормальному виду.
20. Особые точки. Фазовая плоскость. Предельные циклы.
21. Исследование устойчивости по первому приближению. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова.
22. Нелинейные системы.
23. Интегрирование уравнений с помощью степенных рядов. Обобщённый степенной ряд. Уравнение в вариациях. Разложение решения по малому параметру. Оценка погрешности приближённых решений.

5.2.1.2. Примерные вопросы для домашнего задания

1. Дифференциальные уравнения семейства кривых. Ортогональные траектории.
2. Элементарные методы интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка.
Дифференциальные уравнения:
3. С разделяющимися переменными
4. Однородные, приводящиеся к однородным
5. Линейные, Бернулли, Риккати
6. В полных дифференциалах, интегрирующий множитель
7. Не разрешённые относительно производной.
8. Дифференциальные уравнения высших порядков.
9. Уравнения, допускающие понижение порядка
10. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
11. Линейные уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами
12. Системы дифференциальных уравнений
13. Системы линейных уравнений.
14. Системы нелинейных уравнений.
15. Особые точки. Фазовые траектории, негрубое положение равновесия.
16. Устойчивость по Ляпунову.

17. Дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка. Линейные однородные и квазилинейные уравнения.

5.2.1.3. Примерные вопросы для индивидуального задания

1. Изоклины, дифференциальные уравнения семейства кривых. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним.
2. Линейные уравнения, уравнения Бернулли, Риккати, Дарбу. Геометрические и физические задачи.
3. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
4. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения.
5. Уравнения, допускающие понижение порядка.
6. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные уравнения. Принцип суперпозиции. Метод вариации постоянных.
7. Уравнение Эйлера. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.
8. Краевые задачи. Задачи на собственные значения. Функция Грина. Неоднородные краевые задачи.
9. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных.
10. Линейные системы уравнений с постоянными коэффициентами, не приведенные к нормальному виду.
11. Особые точки. Фазовая плоскость. Предельные циклы.
12. Исследование устойчивости по первому приближению. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова.
13. Нелинейные системы.
14. Общее решение однородных и квазилинейных уравнений. Задача Коши для однородных и квазилинейных уравнений.
15. Интегрирование уравнений с помощью степенных рядов. Обобщенный степенной ряд. Уравнение в вариациях. Разложение решения по малому параметру. Оценка погрешности приближенных решений.

5.2.2. Оценочные средства для рубежного контроля

5.2.2.1 Примерные вопросы для контрольной работы

1. Однородные уравнения; линейные уравнения первого порядка; уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.

2. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
3. Функция Грина, неоднородные краевые задачи; задачи на собственные значения. Системы линейных уравнений.
4. Устойчивость по Ляпунову, нелинейные системы; уравнения в частных производных первого порядка. Уравнение в вариациях.

5.2.2.1. Примерные вопросы для экзамена

1. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним.
2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли и Риккати.
3. Уравнения в полных дифференциалах. Признак полного дифференциала. Интегрирующий множитель.
4. Диф. уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Задача Коши. Теорема об огибающей и особом решении. Метод введения параметра. Диф. уравнения Лагранжа и Клеро.
5. Дифференциальные уравнения высших порядков. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах, и уравнения, допускающие понижение порядка.
6. Линейные диф. уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Однородные линейные уравнения и их основные свойства.
7. Линейная независимость функций. Критерий линейной независимости решений линейного однородного диф. уравнения. Формула Лиувилля -Остроградского.
8. Фундаментальная система решений (ФСР) линейного диф. уравнения n -го порядка. Теорема существования ФСР. Общее решение линейного однородного уравнения.
9. Структура общего решения линейного неоднородного диф. уравнения n -го порядка. Метод вариации постоянных (метод Лагранжа).
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Решение уравнений методом Эйлера.
11. Решение неоднородных линейных диф. уравнений n -го порядка с постоянными коэффициентами методом неопределённых коэффициентов (правая часть - квазимногочлен).
12. Уравнение Эйлера.
13. Постановка краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Задачи на собственные значения.

14. Функция Грина краевой задачи. Способы построения функции Грина.
15. Представление решения неоднородной краевой задачи через функцию Грина.
16. Системы диф. уравнений. Метод интегрируемых комбинаций. Запись нормальной системы в симметрической форме. Сведение системы диф. уравнений к уравнению n -го порядка (метод исключения).
17. Системы линейных уравнений. Теорема сущ. и единственности РЗК. Свойства решений линейных однородных систем. Линейно независимые вектор - функции. Критерий линейной независимости решений. Формула Якоби (Лиувилля - Остроградского). Базис пространства решений.
18. Линейные неоднородные системы. Метод вариации постоянных. Структура решения линейной неоднородной системы. Принцип суперпозиции. Решение линейных систем методом исключения.
19. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Решение линейных однородных систем методом Эйлера (случаи простых и кратных собственных значений).
20. Решение линейных однородных систем с постоянными коэффициентами методом приведения к жордановой нормальной форме.
21. Решение нормальной линейной неоднородной системы с постоянными коэффициентами и правой частью в виде вектора – квазимногочлена методом неопределённых коэффициентов.
22. Автономные системы и свойства их решений. Три вида траекторий автономных систем. Предельные циклы. Грубое и негрубое положения равновесия.
23. Особые точки типа узла и седла. Особые точки типа фокуса и центра.
24. Дикритический и вырожденный узлы. Случаи, когда один или оба корня характеристического уравнения равны нулю.
25. Формулировка теорем Ляпунова об устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости. Теорема Четаева.
26. Система дифференциальных уравнений первого приближения. Почти диагональные матрицы. Оценка для нормы матрицы.
27. Теорема Ляпунова об устойчивости (неустойчивости) по линейному приближению. Доказательство теоремы.
28. Классификация уравнений с частными производными первого порядка. Характеристики.
29. Общее решение линейного однородного уравнения с частными производными первого порядка. Общее решение квазилинейного уравнения.
30. Постановка задачи Коши для квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

31. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и эквивалентная система интегральных уравнений.
32. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы диф. уравнений (доказательство существования решения).
33. Лемма Гронуолла. Доказательство единственности решения задачи Коши.
34. Лемма о дифференциальных неравенствах. Оценка погрешности приближённых решений системы диф. уравнений.
35. Теорема о непрерывной зависимости решения от параметров. Непрерывная зависимость решения от начальных данных.
36. Теорема о дифференцируемости решения по параметрам. Система уравнений в вариациях.
37. Дифференцируемость решения по начальным данным. Система уравнений в вариациях.
38. Продолжение решений. Полное решение.
39. Теорема Пеано (достаточное условие существования решения задачи Коши).

5.3. Шкалы оценки образовательных достижений

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – <i>«отлично»</i>	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – <i>«хорошо»</i>	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает
75-84		C	

70-74		D	материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
65-69			Оценка «удовлетворительно»
60-64	3 «удовлетворительно»	E	выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
Ниже 60	2 «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.; Наука, 1970.
2. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.; Наука, 1958.
3. Смирнов В.И. Курс высшей математики, т.2,4. М.; Наука, 1956.
4. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.; Наука, 1985.
5. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969.
6. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: Едиториал УРСС, 2004.
7. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям, 1985г.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000

2. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. М.; Высшая школа, 1963.
3. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Высшая школа, 1991.
4. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению./ Под редакцией В.К. Романко. – М.: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2002.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется.

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

Не предусмотрены.

7 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Не предусмотрено.

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При чтении лекционного материала используется электронное сопровождение курса: справочно-иллюстративный материал воспроизводится и озвучивается в аудитории с использованием проектора и переносного компьютера в реальном времени.

На сайте кафедры также находится методический и справочный материал, необходимый для проведения практических работ по курсу.

По дисциплине «Дифференциальные уравнения» в рабочем учебном плане предусмотрены интерактивные часы для проведения практических занятий.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Примерным учебным планом на изучение дисциплины отводится два семестра. В конце первого и второго семестра предусмотрен экзамен.

При преподавании дисциплины методически целесообразно в каждом разделе курса выделить наиболее важные моменты и акцентировать на них внимание обучаемых. Такие моменты отражены в изложенных выше пунктах, касающихся формируемых знаний студентов и их проверки.

В процессе обучения по специальности 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» особенно необходимо выделять практические задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям, а также те методы решения дифференциальных уравнений, которые напрямую применяются при математическом моделировании физических процессов.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО НИЯУ МИФИ к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Программу составил:

Рецензент: