

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Саровский физико-технический институт -**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

**ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**Кафедра «Прикладной математики»**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Декан ФТФ, член корр. РАН, д.ф-м.н.**

\_\_\_\_\_ **А.К. Чернышев**

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ **2023 г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Методы оптимизации**

наименование дисциплины

Направление подготовки (специальность)	<u>01.03.02 Прикладная математика и информатика</u>
Наименование образовательной программы	<u>Высокопроизводительные вычисления и технологии параллельного программирования</u>
Квалификация (степень) выпускника	<u>бакалавр</u>
Форма обучения	<u>очная</u>

Программа одобрена на заседании кафедры

Зав. кафедрой ПМ, д.ф-м.н.

\_\_\_\_\_ **Р.М. Шагалиев**

протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_\_ г.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

г. Саров, 2023 г.

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф-м.н.

Р.М. Шагалиев

<b>Семестр</b>	<b>В форме практической подготовки</b>	<b>Трудоемкость, кред.</b>	<b>Общий объем курса, час.</b>	<b>Лекции, час.</b>	<b>Практич. занятия, час.</b>	<b>Лаборат. работы, час.</b>	<b>СРС, час.</b>	<b>КР/КП</b>	<b>Форма(ы) контроля, экз./зач./ЗсО/</b>	<b>Интерактивные часы</b>
<b>5</b>	16	2	72	16	16	-	40	-	Зач	10
<b>6</b>	16	2	72	16	16	-	40	-	ЗсО	10
<b>ИТОГО</b>	<b>32</b>	<b>4</b>	<b>144</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>-</b>	<b>80</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>20</b>

## **АННОТАЦИЯ**

Методы оптимизации применяются в широком спектре областей: планирование производственных процессов, логистика, инженерное проектирование, телекоммуникации, облачные технологии, биоинформатика, нанотехнологии и др. При существенно разнообразии применений, алгоритмы оптимизации построены на хорошо разработанной теории и канонических численных методах решения оптимизационных задач.

Курс «Методы оптимизации» ставит своей задачей ознакомление слушателя с современной теорией и методами оптимизации. Особенностью курса является широкий охват тем. В теоретической части курса рассматриваются различные задачи непрерывной и дискретной оптимизации с одним и несколькими критериями и ограничениями различного типа, изучаются локальные методы и методы глобальной оптимизации.

### **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Цель дисциплины «Методы оптимизации» - это: обучение построению математических моделей задач разнообразного спектра применения с последующим решением задачи оптимизации целевых функций этих моделей; привитие навыков современных видов математического мышления; привитие навыков использования методов оптимизации в прикладных исследованиях.

### **2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО**

Дисциплина «Методы оптимизации» входит в базовую часть (Б1.О.22) профессионального цикла ООП бакалавриата по специальности 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

При изучении дисциплины «Методы оптимизации» студенту потребуются знание общего курса высшей математики, он должен свободно владеть математическим аппаратом, необходимым для решения теоретических и практических задач.

Курс использует навыки, полученные студентами при изучении разделов математического анализа, линейной алгебры, дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных). Поэтому дисциплину «Методы оптимизации» целесообразно проводить после изучения таких дисциплин как «Алгебра», «Линейная алгебра», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики».

### 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Ожидается, что в результате освоения дисциплины студент приобретет следующие компетенции:

#### Общепрофессиональные компетенции (ОПК)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
<b>ОПК-1</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	3-ОПК-1 знать естественнонаучные методы познания окружающего мира, знать фундаментальный математический аппарат; У-ОПК-1 уметь применять естественнонаучные и математические методы исследования различных явлений, процессов и задач В-ОПК-1 владеть навыками исследования различных явлений и процессов с использованием естественнонаучного и математического подхода

#### Профессиональные компетенции (ПК)

в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
Тип задачи профессиональной деятельности: <b>научно-исследовательский</b>			
разработка и использование математических, информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно исследовательских, опытно конструкторских работ	математическое моделирование и высокопроизводительные вычисления в задачах механики сплошной среды и физики высоких плотностей энергии; разработка прикладных программных комплексов; разработка высокопроизводительных ЭВМ и программного обеспечения для них; компьютерное сопровождение и обработка результатов физических экспериментов	<b>ПК-2</b> Способен понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат  <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт «40.011. Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»	3-ПК-2 знать современный математический аппарат, используемый при описании, решении и анализе различных прикладных задач У-ПК-2 использовать современный математический аппарат для построения математических моделей и алгоритмов решения различных прикладных задач В-ПК-2 владеть навыками применения современного математического аппарата для построения математических моделей различных процессов, для обработки

			экспериментальных, статистических и теоретических данных, для разработки новых алгоритмов и методов исследования задач различных типов
--	--	--	--

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ\*

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					Максимальный балл (см. п. 5.3)
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	
			32	32	-	80		
<b>Семестр 5</b>								
<b>Раздел 1. Условия экстремума функций</b>								
1.1.	Тема 1. Постановка задач оптимизации	1	2			5		
1.2	Тема 2. Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах безусловной минимизации	1	2				РЗ	
1.3	Тема 3. Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах с ограничениями в виде равенств	2	2			5	РЗ	
1.4	Тема 4. Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах с ограничениями в виде неравенств	2		2		5	РЗ	5
<b>Раздел 2. Численные методы оптимизации</b>								
2.1	Тема 1. Общая характеристика численных методов минимизации	3	2			5		
2.2	Тема 2. Одномерная минимизация	4		2			РЗ	
2.3	Тема 3. Одномерная минимизация	5		2			РЗ	
2.4	Тема 4. Методы минимизации многомодальных функций	6	2	2		5	РЗ	
2.5	Тема 5. Численные методы минимизации функции многих переменных	7-8		2			РЗ	5
<b>Рубежный контроль</b>		<b>8</b>					<b>РЗ</b>	<b>10</b>
<b>Раздел 3. Линейное программирование</b>								
3.1	Тема 1. Линейное программирование	9		2		5	РЗ	5
3.2	Тема 2. Нелинейное программирование	10		2			РЗ	5

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					Максимальный балл (см. п. 5.3)
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	
			32	32	-	80		
<b>Раздел 4. Общие положения вариационного исчисления</b>								
4.1	Тема 1. Введение в вариационное исчисление	11-12	2			5		
4.2	Тема 2. Вариация и ее свойства	13	2					
4.3	Тема 3. Уравнение Эйлера	14	2				РЗ	5
4.4	Тема 4. Обобщение простейших задач вариационного исчисления	15-16		2		5	РЗ	5
	<b>Рубежный контроль</b>	<b>16</b>					РЗ	<b>10</b>
	<b>Промежуточная аттестация</b>					<b>Зачет</b>	-	<b>45</b>
	<b>Посещаемость</b>							<b>5</b>
	<b>Итого:</b>		<b>16</b>	<b>16</b>	<b>-</b>	<b>40</b>	<b>-</b>	<b>100</b>
<b>Семестр 6</b>								
<b>Раздел 5. Вариационные задачи с подвижными границами</b>								
5.1.	Тема 1. Простейшая задача с подвижными границами	1	2	2		5	РЗ	
5.2	Тема 2. Задача Больца	2	2	2			РЗ	
5.3	Тема 3. Вариационные задачи в параметрической форме	2	2	2		5	РЗ	
5.4	Тема 4. Разрывные задачи	3	2				РЗ	5
5.5	Тема 5. Односторонние вариации	4	2				РЗ	5
<b>Раздел 6. Достаточные условия разрешимости вариационных задач</b>								
6.1	Тема 1. Поле экстремалей	5-6	2	2		5	РЗ	
6.2	Тема 2. Достаточные условия экстремума функционала	7-8		2		5	РЗ	5
	<b>Рубежный контроль</b>	<b>8</b>					РЗ	<b>10</b>
<b>Раздел 7. Условные вариационные задачи</b>								
7.1	Тема 1. Условный экстремум	9-10	2	2		5		

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					Максимальный балл (см. п. 5.3)	
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*		
			32	32	-	80			
7.2	Тема 2. Изопериметрическая задача	11-12		2		5	РЗ	5	
<b>Раздел 8. Задачи оптимального управления. Прямые методы минимизации функционалов</b>									
8.1	Тема 1. Элементы теории оптимального управления	13-14	2			5	РЗ	5	
8.2	Тема 2. Метод пробных функций	15-16		2		5	РЗ	5	
Рубежный контроль		16						РЗ	10
Промежуточная аттестация							ЗсО	-	45
Посещаемость									5
<b>Итого:</b>			<b>16</b>	<b>16</b>	<b>-</b>	<b>40</b>		<b>100</b>	

\*Сокращение наименований форм текущего, рубежного и промежуточного контроля:

РЗ – решение задач

ЗсО – зачет с оценкой

## 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

### Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
<b>5 семестр</b>		
<b>Раздел 1. Условия экстремума функций</b>		
1.1	Тема 1. Постановка задач оптимизации	Постановка задач оптимизации. Основные понятия. Классификация задач оптимизации.
1.2	Тема 2. Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах безусловной минимизации	Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах безусловной минимизации. Одномерные задачи. Многомерные задачи.
1.3	Тема 3. Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах с ограничениями в виде равенств	Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах с ограничениями в виде равенств. Двумерные задачи. Многомерные задачи.
1.4	Тема 4. Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах с ограничениями в виде неравенств	Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах с ограничениями в виде неравенств. Многомерные задачи. Выпуклые множества, свойства.
<b>Раздел 2. Численные методы оптимизации</b>		
2.1	Тема 1. Общая характеристика численных методов минимизации	Общая характеристика численных методов минимизации.
2.2	Тема 2. Одномерная минимизация	Одномерная минимизация. Прямые методы. Алгоритм пассивного поиска. Метод дихотомии. Метод Фибоначчи. Метод золотого сечения. Методы парабол.
2.3	Тема 3. Одномерная минимизация	Одномерная минимизация. Методы, использующие информацию о производных целевой функции. Метод средней точки. Метод хорд. Метод Ньютона и его модификации.
2.4	Тема 4. Методы минимизации многомодальных функций	Методы минимизации многомодальных функций. Метод перебора. Метод ломаных.
2.5	Тема 5. Численные методы минимизации функции многих переменных	Численные методы минимизации функции многих переменных. Рельеф функции. Выпуклые квадратичные функции. Общие принципы многомерной минимизации. Метод покоординатного спуска. Метод наискорейшего спуска. Метод Ньютона и его модификации. Метод сопряженных направлений.
<b>Раздел 3. Линейное программирование</b>		
3.1	Тема 1. Линейное программирование	Линейное программирование. Постановка задачи. Формы представления задач линейного программирования. Геометрическая интерпретация. Метод перебора вершин. Аналитическое решение задач линейного программирования. Симплекс-метод. Метод искусственного базиса.

3.2	Тема 2. Нелинейное программирование	Нелинейное программирование. Метод возможных направлений. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования. Метод условного градиента. Метод проекции градиента. Методы штрафных и барьерных функций.
<b>Раздел 4. Общие положения вариационного исчисления</b>		
4.1	Тема 1. Введение в вариационное исчисление	Введение в вариационное исчисление. Основные понятия и определения.
4.2	Тема 2. Вариация и ее свойства	Вариация и ее свойства. Понятие функционала, приращения, вариации функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Функционалы первого, второго и третьего типов.
4.3	Тема 3. Уравнение Эйлера	Уравнение Эйлера. Постановка простейшей задачи вариационного исчисления. Основная лемма вариационного исчисления. Интегралы уравнения Эйлера.
4.4	Тема 4. Обобщение простейших задач вариационного исчисления	Обобщение простейших задач вариационного исчисления. Функционалы, зависящие от нескольких функций. Функционалы, зависящие от высших производных. Функционалы, зависящие от нескольких переменных.
<b>6 семестр</b>		
<b>Раздел 5. Вариационные задачи с подвижными границами</b>		
5.1	Тема 1. Простейшая задача с подвижными границами	Простейшая задача с подвижными границами. Задача с подвижными границами для функционалов вида $v = \int_{[x_0, x_1]} F(x, y, z, y', z') dx$ . Задача с подвижными границами для функционалов вида $v = \int_{[x_0, x_1]} F(x, y, y', y'') dx$ .
5.2	Тема 2. Задача Больца	Задача Больца.
5.3	Тема 3. Вариационные задачи в параметрической форме	Вариационные задачи в параметрической форме. Параметрическое задание линий. Функционалы от линий. Необходимое условие. Условия трансверсальности.
5.4	Тема 4. Разрывные задачи	Разрывные задачи. Разрывные задачи первого рода (ломаные экстремали). Разрывные задачи второго рода (преломление и отражение экстремалей).
5.5	Тема 5. Односторонние вариации	Односторонние вариации.
<b>Раздел 6. Достаточные условия разрешимости вариационных задач</b>		
6.1	Тема 1. Поле экстремалей	Поле экстремалей. Основные понятия. Функция Вейерштрасса. Достаточное условие Якоби возможности включения экстремали в центральное поле. Достаточное условие Лежандра.
6.2	Тема 2. Достаточные условия экстремума функционала	Достаточные условия экстремума функционала. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия Вейерштрасса. Достаточные условия Лежандра. Фигуратриса. Достаточные условия Вейерштрасса и Лежандра.
<b>Раздел 7. Условные вариационные задачи</b>		

7.1	Тема 1. Условный экстремум	Условный экстремум.
7.2	Тема 2. Изопериметрическая задача	Изопериметрическая задача. Голономные (недифференциальные) связи. Неголономные (дифференциальные) связи.
<b>Раздел 8.</b>		
8.1	Тема 1. Элементы теории оптимального управления	Элементы теории оптимального управления. Постановка задачи. Принцип максимума Понтрягина. Схема применения принципа максимума.
8.2	Тема 2. Метод пробных функций	Метод пробных функций. Метод Ритца. Сеточный метод.

### Практические/семинарские занятия

Примеры задач для решения на практических занятиях (номера задач приводятся из источников, указанных в пункте 7).

Раздел 1. Условия экстремума функций.

1.1 Задачи 17.1-17.4, 17.6-17.11[1]

1.2 Задачи 2.1-2.7[2]

1.3. Задачи 2.8-2.14[2]

1.4. Задачи 2.15-2.20[2]

Раздел 2. Численные методы оптимизации.

2.1 Задачи 2-5[3, стр.35-36], 17.40-17.48, 17.54-17.62, 17.67-17.71[1]

2.2 Задачи 2 [3, стр. 55-56], 17.76-17.90[1]

2.3 Задачи 8 [3, стр. 56]

2.4 Задачи 2 [4, стр. 81-82], 17.117-17.120, 17.129-17.144[1]

Раздел 3. Линейное программирование.

3.1 Задачи 17.188-17.195, 17.207-17.212, 17.213-17.222[1]

3.2 Задачи 17.258-17.266, 17.281-17.298, 17.304-17.313, 17.323-17.339[1]

Раздел 4. Общие положения вариационного исчисления.

4.1 Задачи 17.375-17.383 [1]

4.2 Задачи 17.412-17.419, 17.400-17.411[1], 14-15[5, стр. 57-58]

Раздел 5. Вариационные задачи с подвижными границами.

5.1 Задачи 17.420-17.429[1], 172-176[6], 177-181[6]

- 5.2 Задачи 17.430-17.437[1]
- 5.3 Задачи 9.5.14-9.5.16[7], пример 1.5.2[8, стр. 33]
- 5.4 Задачи 185-189[6], 1-3[9, стр. 181]
- 5.5 Задачи 191-192[6]

Раздел 6. Достаточные условия разрешимости вариационных задач.

- 6.1 Задачи 118-139, 142-145[6]
- 6.2 Задачи 146-163[6]

Раздел 7. Условные вариационные задачи.

- 7.1 Задачи 9.8.1-9.8.3[7], 1-5[5, стр. 135-136], 17.430-17.445[1]

Раздел 8. Задачи оптимального управления.

- 8.1 Задачи 9-12[10, стр.154-156]
- 8.2 Задачи 1-4 [9, стр. 236-237]

#### **4.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов**

1. Сборник задач по математике для втузов. В 4 частях. Ч. 3: Учебное пособие для втузов/ Под общ.ред. А.В. Ефимова и А.С. Поспелова. – 5-е изд. перераб. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2009. – 544 с.
2. Гончаров В.А. Методы оптимизации: учебное пособие/ В.А. Гончаров. – М.: Высшее образование, 2009. – 191 с.
3. Вариационное исчисление и методы оптимизации: Учебное пособие/ А.А. Соловьев. – Саратов: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2004. – 241 с.
4. Краснов М.Л., Макаренко Г.И., Киселев А.И. Вариационное исчисление. Задачи и упражнения. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1973. – 191 с.
5. Вариационное исчисление и методы оптимизации: Учебное пособие/ А.А. Соловьев. – Саратов: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2004. – 241 с.
- 6.

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

### 5.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Раздел	Темы занятий	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
<b>Семестр 5</b>				
Раздел 1	Тема 1. Постановка задач оптимизации	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 1
	Тема 2. Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах безусловной минимизации		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	
	Тема 3. Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах с ограничениями в виде равенств		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	
	Тема 4. Необходимые и достаточные условия экстремальности в задачах с ограничениями в виде неравенств		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	
Раздел 2	Тема 1. Общая характеристика численных методов минимизации	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 4
	Тема 2. Одномерная минимизация		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	
	Тема 3. Одномерная минимизация		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	
	Тема 4. Методы минимизации многомерных функций		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	
	Тема 5. Численные методы минимизации функции многих переменных		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	
<b>Рубежный контроль</b>		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 8
Раздел 3	Тема 1. Линейное программирование	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 9
	Тема 2. Нелинейное программирование		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 10
Раздел 4	Тема 1. Введение в вариационное исчисление	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 11-12
	Тема 2. Вариация и ее свойства		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 13

	Тема 3. Уравнение Эйлера		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 14
	Тема 4. Обобщение простейших задач вариационного исчисления		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 15-16
<b>Рубежный контроль</b>		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 16
<b>Промежуточная аттестация</b>		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	<b>Экзамен</b>
<b>Семестр 6</b>				
Раздел 5	Тема 1. Простейшая задача с подвижными границами	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 1
	Тема 2. Задача Больца		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 2
	Тема 3. Вариационные задачи в параметрической форме		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 2
	Тема 4. Разрывные задачи		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 3
	Тема 5. Односторонние вариации		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 4
Раздел 6	Тема 1. Поле экстремалей	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 5-6
	Тема 2. Достаточные условия экстремума функционала		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 7-8
<b>Рубежный контроль</b>		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 8
Раздел 7	Тема 1. Условный экстремум	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 9-10
	Тема 2. Изопериметрическая задача		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 11-12
Раздел 8	Тема 1. Элементы теории оптимального управления	ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 13-14
	Тема 2. Метод пробных функций		3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 15-16
<b>Рубежный контроль</b>		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	РЗ 16
<b>Промежуточная аттестация</b>		ОПК-1 ПК-2	3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2	<b>Экзамен</b>

**5.2. Примерные контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **5.2.1. Оценочные средства для текущего контроля**

#### **5.2.1.1. Примерные варианты задач (РЗ)\***

Раздел 1. Условия экстремума функций.

1.1 Задачи 17.1-17.4, 17.6-17.11[1]

1.2 Задачи 2.1-2.7[2]

1.3. Задачи 2.8-2.14[2]

1.4. Задачи 2.15-2.20[2]

Раздел 2. Численные методы оптимизации.

2.1 Задачи 2-5[3, стр.35-36], 17.40-17.48, 17.54-17.62, 17.67-17.71[1]

2.2 Задачи 2 [3, стр. 55-56], 17.76-17.90[1]

2.3 Задачи 8 [3, стр. 56]

2.4 Задачи 2 [4, стр. 81-82], 17.117-17.120, 17.129-17.144[1]

Раздел 3. Линейное программирование.

3.1 Задачи 17.188-17.195, 17.207-17.212, 17.213-17.222[1]

3.2 Задачи 17.258-17.266, 17.281-17.298, 17.304-17.313, 17.323-17.339[1]

Раздел 4. Общие положения вариационного исчисления.

4.1 Задачи 17.375-17.383 [1]

4.2 Задачи 17.412-17.419, 17.400-17.411[1], 14-15[5, стр. 57-58]

Раздел 5. Вариационные задачи с подвижными границами.

5.1 Задачи 17.420-17.429[1], 172-176[6], 177-181[6]

5.2 Задачи 17.430-17.437[1]

5.3 Задачи 9.5.14-9.5.16[7], пример 1.5.2[8, стр. 33]

5.4 Задачи 185-189[6], 1-3[9, стр. 181]

5.5 Задачи 191-192[6]

Раздел 6. Достаточные условия разрешимости вариационных задач.

6.1 Задачи 118-139, 142-145[6]

6.2 Задачи 146-163[6]

Раздел 7. Условные вариационные задачи.

7.1 Задачи 9.8.1-9.8.3[7], 1-5[5, стр. 135-136], 17.430-17.445[1]

Раздел 8. Задачи оптимального управления.

8.1 Задачи 9-12[10, стр.154-156]

8.2 Задачи 1-4 [9, стр. 236-237]

\* - номера задач приводятся из источников, указанных в пункте 7.

## **5.2.2 Оценочные средства для рубежного контроля**

### **5.2.2.1 Примерные варианты задач (РЗ)\***

Раздел 1. Условия экстремума функций.

1.1 Задачи 17.1-17.4, 17.6-17.11[1]

1.2 Задачи 2.1-2.7[2]

1.3. Задачи 2.8-2.14[2]

1.4. Задачи 2.15-2.20[2]

Раздел 2. Численные методы оптимизации.

2.1 Задачи 2-5[3, стр.35-36], 17.40-17.48, 17.54-17.62, 17.67-17.71[1]

2.2 Задачи 2 [3, стр. 55-56], 17.76-17.90[1]

2.3 Задачи 8 [3, стр. 56]

2.4 Задачи 2 [4, стр. 81-82], 17.117-17.120, 17.129-17.144[1]

Раздел 3. Линейное программирование.

3.1 Задачи 17.188-17.195, 17.207-17.212, 17.213-17.222[1]

3.2 Задачи 17.258-17.266, 17.281-17.298, 17.304-17.313, 17.323-17.339[1]

Раздел 4. Общие положения вариационного исчисления.

4.1 Задачи 17.375-17.383 [1]

4.2 Задачи 17.412-17.419, 17.400-17.411[1], 14-15[5, стр. 57-58]

Раздел 5. Вариационные задачи с подвижными границами.

5.1 Задачи 17.420-17.429[1], 172-176[6], 177-181[6]

5.2 Задачи 17.430-17.437[1]

5.3 Задачи 9.5.14-9.5.16[7], пример 1.5.2[8, стр. 33]

5.4 Задачи 185-189[6], 1-3[9, стр. 181]

5.5 Задачи 191-192[6]

Раздел 6. Достаточные условия разрешимости вариационных задач.

6.1 Задачи 118-139, 142-145[6]

6.2 Задачи 146-163[6]

Раздел 7. Условные вариационные задачи.

7.1 Задачи 9.8.1-9.8.3[7], 1-5[5, стр. 135-136], 17.430-17.445[1]

Раздел 8. Задачи оптимального управления.

8.1 Задачи 9-12[10, стр.154-156]

8.2 Задачи 1-4 [9, стр. 236-237]

\* - номера задач приводятся из источников, указанных в пункте 7.

### **5.2.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации**

#### **5.2.3.1 Примерные варианты задач к зачету (ЗсО)\***

Раздел 1. Условия экстремума функций.

1.1 Задачи 17.1-17.4, 17.6-17.11[1]

1.2 Задачи 2.1-2.7[2]

1.3. Задачи 2.8-2.14[2]

1.4. Задачи 2.15-2.20[2]

Раздел 2. Численные методы оптимизации.

2.1 Задачи 2-5[3, стр.35-36], 17.40-17.48, 17.54-17.62, 17.67-17.71[1]

2.2 Задачи 2 [3, стр. 55-56], 17.76-17.90[1]

2.3 Задачи 8 [3, стр. 56]

2.4 Задачи 2 [4, стр. 81-82], 17.117-17.120, 17.129-17.144[1]

Раздел 3. Линейное программирование.

3.1 Задачи 17.188-17.195, 17.207-17.212, 17.213-17.222[1]

3.2 Задачи 17.258-17.266, 17.281-17.298, 17.304-17.313, 17.323-17.339[1]

Раздел 4. Общие положения вариационного исчисления.

4.1 Задачи 17.375-17.383 [1]

4.2 Задачи 17.412-17.419, 17.400-17.411[1], 14-15[5, стр. 57-58]

Раздел 5. Вариационные задачи с подвижными границами.

5.1 Задачи 17.420-17.429[1], 172-176[6], 177-181[6]

5.2 Задачи 17.430-17.437[1]

5.3 Задачи 9.5.14-9.5.16[7], пример 1.5.2[8, стр. 33]

5.4 Задачи 185-189[6], 1-3[9, стр. 181]

5.5 Задачи 191-192[6]

Раздел 6. Достаточные условия разрешимости вариационных задач.

6.1 Задачи 118-139, 142-145[6]

6.2 Задачи 146-163[6]

Раздел 7. Условные вариационные задачи.

7.1 Задачи 9.8.1-9.8.3[7], 1-5[5, стр. 135-136], 17.430-17.445[1]

Раздел 8. Задачи оптимального управления.

8.1 Задачи 9-12[10, стр.154-156]

8.2 Задачи 1-4 [9, стр. 236-237]

\* - номера задач приводятся из источников, указанных в пункте 7.

### 5.3. Шкалы оценки образовательных достижений

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	

65-69			Оценка «удовлетворительно»
60-64	3 «удовлетворительно»	Е	выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
Ниже 60	2 «неудовлетворительно»	Ф	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Сборник задач по математике для втузов. В 4 частях. Ч. 3: Учебное пособие для втузов/ Под общ.ред. А.В. Ефимова и А.С. Пospelова. – 5-е изд. перераб. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2009. – 544 с.
2. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: Учеб. Пособие. – 3е изд., испр. – М.: Физматлит, 2008. – 256 с.
3. Гончаров В.А. Методы оптимизации: учебное пособие/ В.А. Гончаров. – М.: Высшее образование, 2009. – 191 с.
4. Вариационное исчисление и методы оптимизации: Учебное пособие/ А.А. Соловьев. – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2004. – 241 с.
5. Э.Л. Эльсгольц. Вариационное исчисление. – Изд. второе, исправл. – М.: Государственное издательство теоретико-технической литературы, 1958. – 164 с.
6. Краснов М.Л., Макаренко Г.И., Киселев А.И. Вариационное исчисление. Задачи и упражнения. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1973. – 191 с.
7. Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. – М.: Физматлит, 2003. – 432 с.

## **ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Цлаф Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения, М.: Наука, 1970.– 191 с.
2. Вариационное исчисление и методы оптимизации: Учебное пособие/ А.А. Соловьев. – Саратов: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2004. – 241 с.
3. Покорный Ю.В. Оптимальные задачи. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2008. – 160с.

## **ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:**

Специальное программное обеспечение не требуется.

## **LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:**

Не предусмотрены.

## **7 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Не предусмотрено.

## **8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

При чтении лекционного материала используется электронное сопровождение курса: справочно-иллюстративный материал воспроизводится и озвучивается в аудитории с использованием проектора и переносного компьютера в реальном времени.

На сайте кафедры также находится методический и справочный материал, необходимый для проведения практических работ по курсу.

По дисциплине «Методы оптимизации» в рабочем учебном плане предусмотрены интерактивные часы для проведения практических занятий.

## **9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

В процессе преподавания дисциплины методически целесообразно в каждом разделе курса выделить наиболее важные моменты и акцентировать на них внимание

обучаемых. Такие моменты отражены в изложенных выше пунктах, касающихся формируемых знаний студентов и их проверки.

При обучении по специальности 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» необходимо выделять те методы оптимизации и вариационного исчисления, которые напрямую применяются для построения решений задач математической физики.

Учебным планом на изучение дисциплины отводится два семестра. В конце первого семестра – зачет, второго семестра - предусмотрен зачет с оценкой.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО НИЯУ МИФИ к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

**Программу составил:**

**Рецензент:**