

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт -
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Прикладной математики»

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФТФ, член корр. РАН, д.ф-м.н.

_____ **А.К. Чернышев**

« ____ » _____ **2023 г.**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Уравнения математической физики

наименование дисциплины

Направление подготовки (специальность)	<u>01.03.02 Прикладная математика и информатика</u>
Наименование образовательной программы	<u>Высокопроизводительные вычисления и технологии параллельного программирования</u>
Квалификация (степень) выпускника	<u>бакалавр</u>
Форма обучения	<u>очная</u>

Программа одобрена на заседании кафедры

Зав. кафедрой ПМ, д.ф-м.н.

_____ **Р.М. Шагалиев**

протокол № от

20 г.

« ____ » _____ **2023 г.**

г. Саров, 2023 г.

Программа переутверждена на 202____/202____ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____ учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Семестр	В форме практической подготовки	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	КР/КП	Форма(ы) контроля, экз./зач./ЗсО/	Интерактивные часы
5	32	4	144	64	32	-	12	-	36 Э	16
6	32	5	180	64	32	-	48	-	36 Э	16
ИТОГО	64	9	324	128	64	-	60	-	72	32

АННОТАЦИЯ

В содержании дисциплины подробно освещаются постановка задач математической физики, изучаются основные методы решения краевых задач, обсуждаются современные проблемы математической физики и с задачи, приводящие к нелинейным уравнениям.

Рассматриваются: корректная постановка задач математической физики, классификация уравнений, методы решения краевых задач (в частности, метод Фурье), физическая интерпретация решений, наиболее распространённые нелинейные уравнения.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины «Уравнения математической физики» - познакомить слушателей: с уравнениями в частных производных, которые в будущем они будут применять в таких областях физики, как механика сплошных сред, квантовая механика, электродинамика и т.д.; с выводом уравнений и постановкой краевых условий на основе физических принципов описываемых процессов; с методами решения линейных уравнений математической физики (метод характеристик, метод Фурье, метод подобия, метод функций Грина, метод потенциалов и другие).

Материал курса в настоящее время является классическим у специалистов, что закладывает базу для дальнейших научных изысканий слушателей.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Место дисциплины в учебном плане: Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к базовой части (Б1.В.02) профессионального цикла ООП. Эта дисциплина относится к числу прикладных математических дисциплин и связана с приложениями методов дифференциальных уравнений к ряду важных разделов. «Уравнения математической физики» дают студенту одно из мощных средств для анализа явлений и процессов различной природы математическими методами.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях студентами общих курсов линейной алгебры, математического анализа, элементов теории функционального анализа. Теоретический курс «Уравнения математической физики» целесообразно проводить после изучения таких дисциплин, как «Алгебра и геометрия», «Математический анализ».

Для усвоения материала по курсу «Уравнения математической физики» учащиеся должны в достаточной мере обладать знаниями, полученными при изучении школьного курса математики.

На знаниях, умениях и навыках, приобретенных в ходе изучения курса «Уравнения математической физики» базируются такие дисциплины профессионального цикла, как «Механика сплошной среды», «Основы теории переноса», «Численные методы газовой динамики» и др.

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Ожидается, что в результате освоения дисциплины студент приобретет следующие компетенции:

Профессиональные компетенции (ПК)

в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
Тип задачи профессиональной деятельности: научно-исследовательский			
разработка и использование математических, информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно исследовательских, опытно конструкторских работ	математическое моделирование и высокопроизводительные вычисления в задачах механики сплошной среды и физики высоких плотностей энергии; разработка прикладных программных комплексов; разработка высокопроизводительных ЭВМ и программного обеспечения для них; компьютерное сопровождение и обработка результатов физических	ПК-1 Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать результаты научных исследований в области прикладной математики и информационных технологий Профессиональный стандарт «40.011. Специалист по научно исследовательским и опытно конструкторским разработкам»	З-ПК-1 знать основные методы научного познания, методы сбора и анализа информации; У-ПК-1 уметь анализировать информацию, строить логические схемы, интерпретировать результаты научных исследований, критически мыслить, сравнивать результаты различных исследований, формировать собственную позицию в рамках рассматриваемой задачи; В-ПК-1 владеть навыками работы с научной литературой и навыками интерпретации

<p>разработка и использование математических, информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно исследовательских, опытно конструкторских работ</p>	<p>экспериментов математическое моделирование и высокопроизводительные вычисления в задачах механики сплошной среды и физики высоких плотностей энергии; разработка прикладных программных комплексов; разработка высокопроизводительных ЭВМ и программного обеспечения для них; компьютерное сопровождение и обработка результатов физических экспериментов</p>	<p>ПК-2 Способен понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат</p> <p><i>Основание:</i> Профессиональный стандарт «40.011. Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам»</p>	<p>З-ПК-2 знать современный математический аппарат, используемый при описании, решении и анализе различных прикладных задач</p> <p>У-ПК-2 использовать современный математический аппарат для построения математических моделей и алгоритмов решения различных прикладных задач</p> <p>В-ПК-2 владеть навыками применения современного математического аппарата для построения математических моделей различных процессов, для обработки экспериментальных, статистических и теоретических данных, для разработки новых алгоритмов и методов исследования задач различных типов</p>
<p>Тип задачи профессиональной деятельности: производственно-технологический</p>			
<p>использование высокопроизводительных вычислений, компьютерных систем и сетей, электронных баз данных в научно исследовательских, опытно конструкторских, производственно-технологических работах</p>	<p>математическое моделирование и высокопроизводительные вычисления в задачах механики сплошной среды и физики высоких плотностей энергии; разработка прикладных программных комплексов; разработка высокопроизводительных ЭВМ и программного</p>	<p>ПК-5.1 Способен разрабатывать математические модели физических процессов и проводить оценку области их применимости</p> <p><i>Основание:</i> Профессиональный стандарт «25.048. Инженер исследователь по прочности летательных аппаратов в ракетно-космической</p>	<p>З-ПК-5.1 знать принципы построения математических моделей в различных разделах современной физики, основные законы и точно решаемые задачи в физике</p> <p>У-ПК-5.1 уметь выделять главные факторы; уметь определять область применимости математической модели</p> <p>В-ПК-5.1 владеть навыками оценки вклада параметров, слабо</p>

	обеспечения для них; компьютерное сопровождение и обработка результатов физических экспериментов	технике при силовом и температурном воздействиях»	влияющих на поведение моделируемых процессов; навыками валидации разработанных моделей
--	--	---	--

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ*

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					Текущий контроль (форма)*	Максимальный балл (см. п. 5.3)
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС			
			128	64	-	60			
Семестр 5									
Раздел 1. Уравнения гиперболического типа									
1.1.	Тема 1. Классификация уравнений с частными производными	1-2	8	4		2	УО	5	
1.2	Тема 2. Вывод уравнения колебаний струны	2-4	8	4			УО		
1.3	Тема 3. Полуограниченная и ограниченная струна	5-6	8	4		2	РЗ	5	
1.4	Тема 4. Задача Коши	7-8	8	4		2	ДЗ	5	
Рубежный контроль		8					КР	10	
Раздел 2. Уравнения параболического типа									
2.1	Тема 1. Вывод уравнения линейной теплопроводности	9-10	8	4		2	УО	5	
2.2	Тема 2. Функция источника	11-12	8	4			УО	5	
2.3	Тема 3. Метод подобия	13-14	8	4		2	РЗ		
2.4	Тема 4. Представление функции рядом и интегралом Фурье	15-16	8	4		2	ДЗ	5	
Рубежный контроль		16					КР	10	
Промежуточная аттестация						Экзамен	36	45	
Посещаемость								5	
Итого:			64	32	-	12	36	100	
Семестр 6									
Раздел 3. Специальные функции									
3.1.	Тема 1. Уравнения спец. функций	1	6	2		4	УО	5	
3.2	Тема 2. Интегральные представления функций Бесселя	2	6			4	УО		
3.3	Тема 3. Сферические функции	3	6			4	УО	5	
3.4	Тема 4. Разложение по сферическим функциям	4	6	2		4	УО		

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы						
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	Максимальный балл (см. п. 5.3)	
			128	64	-	60			
Раздел 4. Интегральные преобразования									
4.1	Тема 1. Условия, обеспечивающие возможность интегрального преобразования	5	6	2		4	УО	5	
4.2	Тема 2. Интегральные преобразования уравнений параболического типа	6	6	2		4	РЗ		
4.3	Тема 3. Интегральные преобразования с конечными и бесконечными пределами	7-8	6	2		4	ДЗ	5	
Рубежный контроль		8						КР	10
Раздел 5. Уравнения эллиптического типа									
5.1	Тема 1. Уравнение Лапласа	9-10	4	2		4	УО		
5.2	Тема 2. Преобразование Кельвина	11-12	6			4	УО		
5.3	Тема 3. Решение задачи Дирихле	13		2		4	УО	5	
5.4	Тема 4. Функция Грина и ее свойства	14	6			4	РЗ		
5.5	Тема 5. Объемный потенциал	15-16	6	2		4	ДЗ	5	
Рубежный контроль		16						КР	10
Промежуточная аттестация						Экзамен	36	45	
Посещаемость									5
Итого:			64	32	-	48	36	100	

*Сокращение наименований форм текущего, рубежного и промежуточного контроля:

УО – устный опрос

РЗ – решение задач

ДЗ – домашнее задание

КР – контрольная работа

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
5 семестр		
Раздел 1. Уравнения гиперболического типа		
1.1	Тема 1. Классификация уравнений с частными производными	Классификация уравнений с частными производными 2-го порядка с 2-мя переменными
1.2	Тема 2. Вывод уравнения колебаний струны	Вывод уравнения колебаний струны. Поперечные колебания мембраны. Теорема единственности. Формула Даламбера
1.3	Тема 3. Полуограниченная и ограниченная струна	Полуограниченная и ограниченная струна. Интегральное уравнение колебаний. Метод Фурье. Вынужденные колебания струны.
1.4	Тема 4. Задача Коши	Задача Коши для гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными. Задача Гурса. Метод Римана. Распространение волн в пространстве. Формула Пуассона
Раздел 2. Уравнения параболического типа		
2.1	Тема 1. Вывод уравнения линейной теплопроводности	Вывод уравнения линейной теплопроводности. Постановка краевых задач. Метод Фурье
2.2	Тема 2. Функция источника	Функция источника. Неоднородное уравнение теплопроводности. Теплопроводность в неограниченном стержне. Неоднородное уравнение теплопроводности с неоднородными краевыми условиями в конечном и бесконечном стержне
2.3	Тема 3. Метод подобия	Метод подобия. Распространение температурной волны. Задачи Стефана. Определение δ -функции. δ -образные последовательности
2.4	Тема 4. Представление функции рядом и интегралом Фурье	Представление δ -функции рядом и интегралом Фурье. Построение функции источника с помощью δ -функции. Функция источника в неограниченном пространстве. Метод Фурье. Вывод уравнений гидродинамики и акустики. Задача Коши и теорема единственности для звуковых волн
6 семестр		
Раздел 3. Специальные функции		
3.1	Тема 1. Уравнения спец. функций	Уравнения спец. функций. Цилиндрические функции. Степенные ряды. Функции Бесселя первого рода. Рекуррентные формулы функций Бесселя. Цилиндрические функции 2-го и 3-го рода
3.2	Тема 2. Интегральные представления функций Бесселя	Интегральные представления функций Бесселя. Интеграл Фурье-Бесселя. Ортогональность функций Бесселя и их корни. Разложение в ряд по функциям Бесселя. Гармонические полиномы
3.3	Тема 3. Сферические функции	Сферические функции. Полиномы Лежандра.

		Уравнение, ортогональность, норма и корни полиномов Лежандра. Ограниченность полиномов Лежандра. Присоединенные функции Лежандра
3.4	Тема 4. Разложение по сферическим функциям	Разложение по сферическим функциям. Полиномы Чебышева-Эрмита. Полиномы Чебышева-Лагерра
Раздел 4. Интегральные преобразования		
4.1	Тема 1. Условия, обеспечивающие возможность интегрального преобразования	Условия, обеспечивающие возможность интегрального преобразования
4.2	Тема 2. Интегральные преобразования уравнений параболического типа	Интегральные преобразования уравнений параболического типа
4.3	Тема 3. Интегральные преобразования с конечными и бесконечными пределами	Интегральные преобразования с конечными и бесконечными пределами. Преобразование Френеля
Раздел 5. Уравнения эллиптического типа		
5.1	Тема 1. Уравнение Лапласа	Уравнение Лапласа в криволинейной системе координат. Фундаментальное решение уравнения Лапласа
5.2	Тема 2. Преобразование Кельвина	Преобразование Кельвина. Формула Грина. Гармонические функции
5.3	Тема 3. Решение задачи Дирихле	Решение задачи Дирихле для круга и сферы. Интеграл Пуассона
5.4	Тема 4. Функция Грина и ее свойства	Функция Грина и ее свойства. Функция Грина для круга, сферы и полупространства
5.5	Тема 5. Объемный потенциал	Объемный потенциал. Потенциал простого слоя. Потенциал двойного слоя. Применение потенциалов к решению краевых задач

Практические/семинарские занятия

№	Примерные темы практических/семинарских занятий
1.	Приведение уравнений к каноническому виду.
2.	Постановка краевых задач для уравнений гиперболического типа.
3.	Метод Даламбера. Решение задачи Коши. Решение задачи для полуограниченной прямой. Решение задачи для конечного отрезка. Решение неоднородных задач. Решение задач с точечными неоднородностями. Решение задачи Гурса.
4.	Метод Фурье. Однородное и неоднородное уравнение. Неоднородные граничные условия. Неоднородная среда. Точечные неоднородности. Многомерный случай.
5.	Постановка простейших краевых задач для уравнения теплопроводности.
6.	Метод Фурье.
7.	Метод подобия.

8.	Метод функций Грина.
9.	Функции Бесселя. Задачи для круга, для кольца. Однородное и неоднородное уравнения. Однородные и неоднородные граничные условия. Неоднородности в уравнении, в граничных условиях типа $f(r) \begin{cases} \sin \omega t \\ \cos \omega t \end{cases}$. Задачи для цилиндра.
10.	Сферические функции. Задачи для шара. Использование рекуррентных соотношений.
11.	Метод Фурье для уравнений эллиптического типа. Стационарные задачи о распространении тепла в шаре, цилиндре, в полубесконечном цилиндре. Различные типы неоднородностей в уравнении и граничных условиях.
12.	Метод функций Грина. Метод инверсии. Построение функции Грина для прямоугольных областей, для круга, для шара, для колец и сферических слоев. Вычисление нормальных производных для различных областей. Решение задач с помощью функций Грина.
13.	Метод потенциалов. Сведение задачи для эллиптического уравнения к интегральному уравнению.

4.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов

1. А.Н. Тихонов и А.А. Самарский. Уравнения математической физики. М., 1953
2. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции
3. Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. Уравнения в частных производных математической физики. Высшая школа. М., 1970.
4. В.С. Владимиров. Уравнения математической физики..
5. С.К. Годунов. Уравнения математической физики. М., Наука. 1971.
6. Б.М. Будаков, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. Сборник задач по математической физики. М., Наука. 1980.
7. Ю.Ф. Кирьянов Уравнения математической физики. Учебно-методическое пособие. г.Саров, ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2003
8. В.И. Смирнов. Курс высшей математики. т.П, т.Ш, ч.2. М., 1957.
9. Р. Курант. Уравнения с частными производными. М., Мир. 1964.
10. С.К. Годунов, Е.В. Золотарев. Сборник задач по уравнениям математической физики. Новосибирск, Наука. 1974.
11. А.В. Бицадзе, Д.Ф. Калинин. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., Наука. 1977.
- 12.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

5.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Раздел	Темы занятий	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
Семестр 5				
Раздел 1	Тема 1. Классификация уравнений с частными производными	ПК-1 ПК-2 ПК-5.1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 1-2
	Тема 2. Вывод уравнения колебаний струны		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 2-4
	Тема 3. Полуограниченная и ограниченная струна		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	РЗ 5-6
	Тема 4. Задача Коши		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	ДЗ 7-8
Рубежный контроль		ПК-1 ПК-2 ПК-5.1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	КР 8
Раздел 2	Тема 1. Вывод уравнения линейной теплопроводности	ПК-1 ПК-2 ПК-5.1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 9-10
	Тема 2. Функция источника		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 11-12
	Тема 3. Метод подобия		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	РЗ 13-14
	Тема 4. Представление функции рядом и интегралом Фурье		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	ДЗ 15-16
Рубежный контроль		ПК-1 ПК-2 ПК-5.1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	КР 16
Промежуточная аттестация		ПК-1 ПК-2 ПК-5.1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	Экзамен

Семестр 6				
Раздел 3	Тема 1. Уравнения спец. функций	ПК-1 ПК-2 ПК-5.1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 1
	Тема 2. Интегральные представления функций Бесселя		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 2
	Тема 3. Сферические функции		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 3
	Тема 4. Разложение по сферическим функциям		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 4
Раздел 4	Тема 1. Условия, обеспечивающие возможность интегрального преобразования	ПК-1 ПК-2 ПК-5.1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 5
	Тема 2. Интегральные преобразования уравнений параболического типа		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	РЗ 6
	Тема 3. Интегральные преобразования с конечными и бесконечными пределами		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	ДЗ 7-8
Рубежный контроль		ПК-1 ПК-2 ПК-5.1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	КР 8
Раздел 5	Тема 1. Уравнение Лапласа	ПК-1 ПК-2 ПК-5.1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 9-10
	Тема 2. Преобразование Кельвина		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 11-12
	Тема 3. Решение задачи Дирихле		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	УО 13
	Тема 4. Функция Грина и ее свойства		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	РЗ 14
	Тема 5. Объемный потенциал		3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	ДЗ 15-16
Рубежный контроль		ПК-1 ПК-2 ПК-5.1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	КР 16
Промежуточная аттестация		ПК-1 ПК-2 ПК-5.1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ПК-2; У-ПК-2; В-ПК-2 3-ПК-5.1; У-ПК-5.1; П-ПК-5.1	Экзамен

5.2. Примерные контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

5.2.1. Оценочные средства для текущего контроля

5.2.1.1. Примерные вопросы для устного опроса (УО)

1. Классификация уравнений второго порядка в частных производных с двумя независимыми переменными. Канонические формы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
2. Простейшие задачи, приводящиеся к уравнениям гиперболического типа. Малые колебания струны. Продольные колебания стержней и струн. Энергия колебания струны. Электрические колебания в проводах. Поперечные колебания мембраны. Уравнения гидродинамики и акустики.
3. Постановка краевых задач для уравнений гиперболического типа. Корректность поставленной задачи. Теорема единственности, существования и устойчивости решения.
4. Метод распространяющихся волн. Формула Даламбера. Физическая интерпретация метода. Неоднородное уравнение колебаний. Полуограниченная прямая и метод продолжений. Интегральное уравнение колебаний. Распространение разрывов вдоль характеристик.
5. Метод разделения переменных для гиперболических уравнений. Интерпретация решения. Стоячие волны. Неоднородное уравнение. Задача Коши. Сосредоточенная сила. Общая схема метода Фурье.
6. Метод последовательных приближений. Задача Гурса.
7. Функция Римана. Физическая интерпретация.
8. Задачи гиперболического типа. Колебания нагруженной струны. Колебания стержней. Электромагнитные колебания. Физические аналогии.
9. Колебания в пространстве. Формула Пуассона. Физическая интерпретация.
10. Простейшие задачи, приводящиеся к уравнениям параболического типа. Уравнение теплопроводности и диффузии. Принцип максимума. Теорема единственности.
11. Метод разделения переменных для параболических уравнений. Функция источника. Краевые задачи с разрывными начальными условиями. Неоднородное уравнение.
12. Уравнение теплопроводности на бесконечной и полуограниченной прямой. Задача без начальных данных. Метод подобия.
13. Дельта-функция. Определение, представление и применение дельта-функции.
14. Распространение тепла в пространстве. Задачи для неограниченного пространства, в ограниченной области, для областей с подвижными границами. Тепловые потенциалы.

15. Простейшие задачи, сводящиеся к уравнению Лапласа. Стационарное поле. Потенциальное течение жидкости. Представление в криволинейной системе координат.
16. Гармонические функции. Формулы Грина. Общие свойства гармонических функций.
17. Применение метода разделения переменных для решения простейших краевых задач. Интеграл Пуассона.
18. Функция источника для уравнения Лапласа, её основные свойства. Функция источника для круга и полупространства. Функция влияния точечных источников.
19. Теория потенциала. Объемный потенциал. Плоский потенциал. Их свойства, особенности и применение.
20. Цилиндрические функции. Функции Бесселя, Ханкеля и Неймана. Рекуррентные соотношения и свойства функций. Интегральное представление.
21. Сферические функции. Полиномы Лежандра (рекуррентные формулы, ортогональность, нули, норма, уравнение). Присоединенные функции Лежандра. Гармонические полиномы. Применение сферических функций.
22. Полиномы Чебышева-Эрмита и Чебышева-Лагерра. Уравнения. Норма. Ортогональность. Рекуррентные соотношения. Применение.
23. Интегральные преобразования. Условия применения. Преобразование Френеля. Преобразование параболического уравнения.

5.2.1.2. Примерные варианты задач (РЗ)

Вариант 1.

1. Методом Фурье решить задачу для однородного полубесконечного цилиндра:

$$\Delta u + Q = 0, \quad \text{где} \quad \Delta u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad 0 \leq r < r_0, \quad z > 0$$

$$|u(r, z)| < \infty$$

$$u_r(r_0, z) + u(r_0, z) = 0, \quad z > 0$$

$$u(r, 0) = T$$

$$u(r, \infty) = 0, \quad 0 < r < r_0$$

Вариант 2.

Методом функций Грина найти решение задачи для полукруга:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < |z| < 1, \operatorname{Im} z > 0;$$

$$u|_{r=1} = 0,$$

$$u|_{\varphi=0} = 1,$$

$$u|_{\varphi=\pi} = 1,$$

где $r = |z|$, $\varphi = \arg z$, $0 \leq \varphi < 2\pi$.

5.2.1.3. Примерные вопросы для домашнего задания (ДЗ)

(номера приводятся из задачника б в основном списке литературы)

Задание 1. Классификация уравнений второго порядка, приведение к каноническому виду.

1) В каждой области, где сохраняется тип уравнения, привести к каноническому виду уравнение:

$$xu_{xx} - yu_{yy} = 0.$$

2) Привести к каноническому виду и проделать дальнейшие упрощения уравнения:

$$u_{xx} - 4u_{xy} + 5u_{yy} - 3u_x + u_y + u = 0.$$

2. Постановка краевых задач для уравнения колебаний:

1) гл.2 : 14, 18, 21, 32, 34, 63, 79

3. Метод распространяющихся волн :

1) гл.2 : 55, 63, 67, 69, 79, 89

2) решить смешанную задачу для полубесконечной струны $x > 0$:

$$u_{tt} = u_{xx} + (t^2 - 2)e^{-x}, \quad t > 0, x > 0;$$

$$u(x,0) = x^2 + x + 2,$$

$$u_t(x,0) = -2x + 3, \quad x \geq 0;$$

$$u_x - u|_{x=0} = 2t^2 + t + 12$$

Задание 2.

1. Метод разделения переменных без применения специальных функций:

1) гл.2 : 112, 127, 136, 168:

2) гл.5 : 11

3) решить задачу:

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < l;$$

$$u(x,0) = 1; \quad 0 \leq x \leq l;$$

$$u(0,t) - u_x(0,t) = t,$$

$$u(l,t) + u_x(l,t) = 0, \quad t \geq 0.$$

2. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности:

1) гл.3 : 8, 5, 17

Задание 3.

1. Метод разделения переменных с применением специальных функций :

1) гл.5 : 30, 37, 29, 49, 52, 53

2) решить задачу:

$$u_{tt} = a^2 \Delta u + \frac{p_0}{\rho} \cos \omega t, \quad t > 0, \quad 0 \leq r < r_0, \quad \Delta u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right)$$

$$u(r,0) = 0,$$

$$u_t(r,0) = 0, \quad 0 \leq r < r_0;$$

$$u(r_0, t) = 0, \quad t > 0.$$

3) решить методом Фурье задачу для неоднородного цилиндра :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \cdot \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\}, \quad t > 0, \quad 0 < r < r_2, \quad 0 < z < l, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$a = \begin{cases} a_1, & 0 < r < r_1 \\ a_2, & r_1 < r < r_2 \end{cases}, \quad a_i^2 = \frac{k_i}{c_i \rho_i};$$

$$u(r, \varphi, z, 0) = f(r, \varphi, z); \quad 0 \leq r \leq r_2, \quad 0 \leq z \leq l, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi;$$

$$u(r_2, \varphi, z, t) = 0, \quad u(r, \varphi, 0, t) = 0, \quad u(r, \varphi, l, t) = 0;$$

$$\left. \begin{aligned} u(r_1 - 0, \varphi, z, t) &= u(r_1 + 0, \varphi, z, t) \\ k_1 u_r(r_1 - 0, \varphi, z, t) &= k_2 u_r(r_1 + 0, \varphi, z, t) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &t > 0 \\ &0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ &0 < z < l \end{aligned} .$$

4) Метод разделения переменных для уравнений эллиптического типа:

а) гл.4 : 67, 102

б) решить задачу для полубесконечного кругового цилиндра $0 < r < r_0, z > 0$:

$$\Delta u + e^{-z} = 0, \quad 0 \leq r < r_0, \quad z > 0 \quad \left(\Delta u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right);$$

$$|u(0, z)| < \infty, \quad z \geq 0 ;$$

$$u(r_0, z) = e^{-2z} ;$$

$$u(r, 0) = 1 ;$$

$$u(r, \infty) = 0 .$$

Задание 4.

1. Метод функций Грина:

1) гл.4: 45, 55.б

2) решить задачу для первого квадранта $x > 0, y > 0$:

$$\Delta u = 0, \quad x > 0, y > 0;$$

$$u(0, y) = 1,$$

$$u(x, 0) = 2.$$

2. Потенциалы:

1) гл.4: 149.а, 154, 157.а, 159.а, 160

3. Метод интегральных преобразований:

1) гл.2: 176, 178, 188

2) пользуясь интегральным преобразованием Лапласа решить задачу:

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad x > 0,$$

$$u(x, +0) = 0,$$

$$u(+0, t) = \delta(t),$$

$$u(\infty - 0, t) = 0$$

3) пользуясь интегральным преобразованием Лапласа решить задачу:

$$9u_{xx} + 4u_{yy} = 36e^{2x} \sin 3y, \quad t > 0, \quad x > 0,$$

$$u(0, y) = 0, \quad u(x, 0) = 0,$$

$$u_x(0, y) = \sin 3y, \quad u_y(x, 0) = 3xe^{2x}.$$

5.2.2 Оценочные средства для рубежного контроля

5.2.2.1 Примерные варианты контрольной работы (КР)

Контрольная работа 1

1. Определить тип уравнения и найти преобразование, приводящее уравнение к каноническому виду. Записать общий вид уравнения в новых координатах :

$$u_{xx} + 4u_{yy} + 14u_x + 3u_y = 0$$

2. Сформулировать задачу о малых поперечных колебаниях $u(x, t)$ струны длины l с линейной плотностью $\rho = \rho(x)$ и натяжением T при произвольных начальных отклонении и скорости, когда к концу $x = 0$ прикреплена сосредоточенная масса m_0 и на этот конец, начиная с момента $t = 0$, действует поперечная сила $F(x, t)$, а конец $x = l$ свободен.

3. Решить методом Даламбера задачу для полупрямой $x > 0$:

$$9u_{tt} = u_{xx} - 7, \quad t > 0, x > 0;$$

$$u(x, 0) = 1,$$

$$u_t(x, 0) = e^x, \quad x > 0;$$

$$u_x(0, t) + 7u(0, t) = t - \text{Sint}, \quad t > 0.$$

Решение искать в виде: $u(x, t) = f(-t + \frac{x}{a}) + g(t + \frac{x}{a})$.

Контрольная работа 2

1. Решить методом Фурье задачу :

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad t > 0, 0 < x < l;$$

$$\left. \begin{array}{l} u(x, 0) = \varphi(x) \\ u_t(x, 0) = \psi(x) \end{array} \right\} 0 < x < l; \quad \left. \begin{array}{l} u_x(0, t) = 0 \\ u(l, t) + u_x(l, t) = 0 \end{array} \right\} t > 0.$$

2. Привести задачу :

$$u_t = u_{xx}, \quad t > 0, 0 < x < l;$$

$$\left. \begin{array}{l} u(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 < x < l; \\ u(0, t) - u_x(0, t) = t \\ u(l, t) + u_x(l, t) = \text{Cos } t \end{array} \right\} t > 0$$

с неоднородными граничными условиями к задаче с однородными граничными условиями.

5.2.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

5.2.3.1 Примерные вопросы к экзамену

- 1 Классификация уравнений второго порядка в частных производных с двумя независимыми переменными. Канонические формы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
- 2 Простейшие задачи, приводящиеся к уравнениям гиперболического типа. Малые колебания струны. Продольные колебания стержней и струн. Энергия колебания струны. Электрические колебания в проводах. Поперечные колебания мембраны. Уравнения гидродинамики и акустики.
- 3 Постановка краевых задач для уравнений гиперболического типа. Корректность поставленной задачи. Теорема единственности, существования и устойчивости решения.
- 4 Метод распространяющихся волн. Формула Даламбера. Физическая интерпретация метода. Неоднородное уравнение колебаний. Полуограниченная прямая и метод продолжений. Интегральное уравнение колебаний. Распространение разрывов вдоль характеристик.
- 5 Метод разделения переменных для гиперболических уравнений. Интерпретация решения. Стоячие волны. Неоднородное уравнение. Задача Коши. Сосредоточенная сила. Общая схема метода Фурье.
- 6 Метод последовательных приближений. Задача Гурса.
- 7 Функция Римана. Физическая интерпретация.
- 8 Задачи гиперболического типа. Колебания нагруженной струны. Колебания стержней. Электромагнитные колебания. Физические аналогии.
- 9 Колебания в пространстве. Формула Пуассона. Физическая интерпретация.
- 10 Простейшие задачи, приводящиеся к уравнениям параболического типа. Уравнение теплопроводности и диффузии. Принцип максимума. Теорема единственности.
- 11 Метод разделения переменных для параболических уравнений. Функция источника. Краевые задачи с разрывными начальными условиями. Неоднородное уравнение.
- 12 Уравнение теплопроводности на бесконечной и полуограниченной прямой. Задача без начальных данных. Метод подобия.
- 13 Дельта-функция. Определение, представление и применение дельта-функции.
- 14 Распространение тепла в пространстве. Задачи для неограниченного пространства, в ограниченной области, для областей с подвижными границами. Тепловые потенциалы.
- 15 Простейшие задачи, сводящиеся к уравнению Лапласа. Стационарное поле. Потенциальное течение жидкости. Представление в криволинейной системе координат.
- 16 Гармонические функции. Формулы Грина. Общие свойства гармонических функций.

- 17 Применение метода разделения переменных для решения простейших краевых задач. Интеграл Пуассона.
- 18 Функция источника для уравнения Лапласа, её основные свойства. Функция источника для круга и полупространства. Функция влияния точечных источников.
- 19 Теория потенциала. Объемный потенциал. Плоский потенциал. Их свойства, особенности и применение.
- 20 Цилиндрические функции. Функции Бесселя, Ханкеля и Неймана. Рекуррентные соотношения и свойства функций. Интегральное представление.
- 21 Сферические функции. Полиномы Лежандра (рекуррентные формулы, ортогональность, нули, норма, уравнение). Присоединенные функции Лежандра. Гармонические полиномы. Применение сферических функций.
- 22 Полиномы Чебышева-Эрмита и Чебышева-Лагерра. Уравнения. Норма. Ортогональность. Рекуррентные соотношения. Применение.
- 23 Интегральные преобразования. Условия применения. Преобразование Френеля. Преобразование параболического уравнения.

5.3. Шкалы оценки образовательных достижений

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой,

			использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	В	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		С	
70-74		Д	
65-69	3 – «удовлетворительно»	Е	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 «неудовлетворительно»	Ф	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А.Н. Тихонов и А.А. Самарский. Уравнения математической физики. М., 1953
2. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции
3. Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. Уравнения в частных производных математической физики. Высшая школа. М., 1970.
4. В.С. Владимиров. Уравнения математической физики..
5. С.К. Годунов. Уравнения математической физики. М., Наука. 1971.
6. Б.М. Будак, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. Сборник задач по математической физики. М., Наука. 1980.
7. Ю.Ф. Кирьянов Уравнения математической физики. Учебно-методическое пособие. г.Саров, ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2003

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Смирнов. Курс высшей математики. т.П, т Ш, ч.2. М., 1957.
2. Р. Курант. Уравнения с частными производными. М., Мир. 1964.
3. С.К. Годунов, Е.В. Золотарев. Сборник задач по уравнениям математической физики. Новосибирск, Наука. 1974.
4. А.В. Бицадзе, Д.Ф. Калининченко. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., Наука. 1977.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется.

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

Не предусмотрены.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Не предусмотрено.

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В соответствии с требованиями ОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» реализация компетентностного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков студентов.

В рамках учебного курса студенты работают с лекциями, рекомендованной литературой, выполняют лабораторные работы, готовятся к экзамену. В процессе подготовки студенты используют программные продукты, инструментальные среды, информационно-справочные системы, информационные источники, размещенные в сети Интернет (официальные сайты, веб-порталы, тематические форумы и телекоммуникации), электронные учебники и учебно-методические пособия.

По дисциплине «Уравнения математической физики» в рабочем учебном плане предусмотрены интерактивные часы для проведения практических занятий. Для реализации

интерактивных форм обучения используются учебно-методические материалы, разработанные сотрудниками кафедры «Прикладной математики».

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебным планом на изучение дисциплины отводится два семестра. В конце первого и второго семестра предусмотрен экзамен.

В процессе преподавания дисциплины методически целесообразно в каждом разделе курса выделить наиболее важные моменты и акцентировать на них внимание обучаемых.

Такие моменты отражены в изложенных выше пунктах, касающихся формируемых знаний студентов и их проверки.

При обучении по специальности 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» необходимо выделять те способы постановки и методы решения задач математической физики, которые напрямую применяются при математическом моделировании физических процессов.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО НИЯУ МИФИ к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Программу составил:

Рецензент: