

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Саровский физико-технический институт -

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Прикладной математики»

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФТФ, член корр. РАН, д.ф.-м.н.

_____ **А.К. Чернышев**

«___» _____ **2023 г.**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Обобщенные функции

наименование дисциплины

Направление подготовки (специальность)	01.04.02 Прикладная математика и информатика
Наименование образовательной программы	Высокопроизводительные вычисления и технологии параллельного программирования в пакете ЛОГОС
Квалификация (степень) выпускника	магистр
Форма обучения	очная

Программа одобрена на заседании кафедры	Зав. кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.
	_____ Р.М. Шагалиев
протокол № от	«___» _____ 2023 г.
20 г.	

г. Саров, 2023 г.

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ПМ, д.ф.-м.н.

Р.М. Шагалиев

Семестр	В форме практической подготовки	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	КР/ КП	Форма(ы) контроля, экз./зач./ЗСО/	Интерактивные часы
1	32	4	144	-	32	-	76	-	Э	12
ИТОГО	32	4	144	-	32	-	76	-	36	12

АННОТАЦИЯ

Понятие «обобщенной функции» позволяет записать точечное воздействие, сосредоточенное или приложенное в одной точке. С помощью этого понятия появилась возможность достаточно просто исследовать некоторые важные физические явления. Но с математической точки зрения, это определение было бессмысленно, и математикам потребовалось приложить много усилий, чтобы найти математически корректное определение обобщенной функции, ее производной и операций над ними.

Обобщенные функции расширяют возможности классического математического анализа, поэтому использование техники обобщенных функций существенно расширяет круг рассматриваемых в механике и физике задач и приводит к значительным упрощениям, автоматизируя элементарные операции. В настоящее время эта теория нашла применения почти во всех областях математики и ее приложений, физике и других областях естествознания.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины: изучение понятий, определений и математического аппарата обобщенных функций, и их применения в различных задачах математической физики.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина «Обобщённые функции» является обязательной дисциплиной вариативной части программы магистратуры по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика и предполагает знания студентами дисциплин общей физики и высшей математики. Дисциплина существенно опирается на курсы: «Математический анализ», «Уравнения математической физики», «Функциональный анализ», «Дифференциальные уравнения» которые преподаются в базовой части математического и естественнонаучного цикла ООП бакалавриата физико-математических специальностей.

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Ожидается, что в результате освоения дисциплины студент приобретет следующие компетенции:

Общепрофессиональные компетенции (ОПК)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	З-ОПК-1 Знать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики, методы математического моделирования. У-ОПК-1 Уметь использовать методы математического моделирования для решения задач фундаментальной и прикладной математики. В-ОПК-1 Владеть методами математического моделирования и основами их использования
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	З-ОПК-3 Знать основные методы и принципы математического моделирования, методы построения математических моделей типовых профессиональных задач, способы нахождения решений математических моделей и содержательной интерпретации полученных результатов. У-ОПК-3 Уметь составлять математические модели типовых профессиональных задач, находить способы их решения и профессионально интерпретировать смысл полученного результата. В-ОПК-3 Владеть методами построения математических моделей типовых профессиональных задач, способами нахождения решений математических моделей и содержательной интерпретации полученных результатов

Профессиональные компетенции (ПК)

в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
Тип задачи профессиональной деятельности: проектный			
разработка и реализация проектов, связанных с применением прикладной математики и информатики в конкретных предметных областях	математическое моделирование и высокопроизводительные вычисления в задачах механики сплошной среды и физики высоких плотностей энергии; разработка прикладных программных комплексов; разработка	ПК-5 способен чётко формулировать цели и задачи научно-прикладных проектов, разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач	З-ПК-5 Знать основные цели и задачи научно-прикладных проектов, разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач.

	высокопроизводительных ЭВМ и программного обеспечения для них; компьютерное сопровождение и обработка результатов физических экспериментов	<i>Основание:</i> Профессиональный стандарт «40.008. Специалист по организации и управлению научно-исследовательскими и опытно-конструкторскими работами»	У-ПК-5 Уметь чётко формулировать цели и задачи научно-прикладных проектов, разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач; В-ПК-5 Владеть навыками разработки теоретических моделей решаемых задач.
--	---	--	--

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ*

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	Максимальный балл (см. п. 6.3)
			-	32	-	76		
Семестр 1								
1.	Название раздела							
1.1.	Обобщённые функции одного переменного			4		40		
Рубежный контроль		10	УО, ДЗ					10
2.	Название раздела							
2.1.	Обобщённые функции многих переменных			1		15		
Рубежный контроль		12	УО, ДЗ					10
3.	Название раздела							
3.1.	Применение обобщённых функций			2		30		
Рубежный контроль		16	Контр.					25
Промежуточная аттестация		Экзамен					36 / 0	0 - 50
Посещаемость								5
Итого:			-	32	-	76		100

*Сокращение наименований форм текущего, рубежного и промежуточного контроля:

УО – устный опрос

ДЗ – домашнее задание

Контр. – контрольная работа

Э/Зач/ЗсО – экзамен/зачет/зачет с оценкой и др.

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Обобщенные функции одного переменного	
1.1.	Введение в теорию обобщенных функций	
1.2.	Основные функции одного переменного.	
1.3	Обобщенные функции одного переменного.	
1.4	Локальные свойства обобщенных функций.	
1.5	Регуляризация обобщенных функций.	
1.6	Комплекснозначные обобщенные функции и действия с ними.	
2.	Обобщенные функции нескольких переменных	
2.1.	Основные и обобщенные функции нескольких переменных.	
3.	Применение обобщённых функций	
3.1.	Действие обобщенных функционалов на функции, не являющиеся основными.	
3.2.	Прямое произведение и свертка обобщенных функций.	

Практические/семинарские занятия

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Обобщенные функции одного переменного	
1.1.	Основные функции одного переменного.	Действия с обобщенными функциями одного переменного
1.2.	Основные функции одного переменного.	
1.3	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	
1.4	Регуляризация обобщенных функций.	
2.	Обобщенные функции нескольких переменных	
2.1.	Действия с обобщенными функциями нескольких переменных.	Линейная замена переменных в обобщенных функциях. Регуляризация обобщенных функций нескольких переменных.
3	Применение обобщённых функций	
3.1	Оператор Лапласа и сферически симметричные функции.	Предельный переход в пространстве обобщенных функций. Формулы Сохоцкого.
3.2	Прямое произведение и свертка обобщенных функций.	

4.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов

1. И.М.Гельфанд, Г.Е. Шилов «Обобщенные функции и действия над ними».
2. Я.Микусинский Р.Сикорский «Элементарная теория обобщенных функций Выпуск 1»
3. Я.Микусинский Р.Сикорский «Элементарная теория обобщенных функций Выпуск 2».
4. П.Антосик, Я.Микусинский «Теория обобщенных функций».
5. В.С.Владимиров «Обобщенные функции в математической физике»
6. В.С.Владимиров «Уравнения в математической физике»

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

5.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Раздел	Темы занятий	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
Семестр 1				
Раздел 1	Введение в теорию обобщенных функций	ОПК-1 ОПК-3 ПК-5	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО – 2,6
	Основные функции одного переменного.		3-ОПК-3; У-ОПК-3; В-ОПК-3	УО – 8 ДЗ - 10
	Обобщенные функции одного переменного.		3-ПК-5; У-ПК-5; В-ПК-5	ДЗ - 10
	Локальные свойства обобщенных функций.			
	Регуляризация обобщенных функций.			
	Комплекснозначные обобщенные функции и действия с ними.			
Рубежный контроль		ОПК-1 ОПК-3 ПК-5	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 3-ОПК-3; У-ОПК-3; В-ОПК-3 3-ПК-5; У-ПК-5; В-ПК-5	ДЗ –10

Раздел 2	Действия с обобщенными функциями нескольких переменных.	ОПК-1 ОПК-3 ПК-5	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 3-ОПК-3; У-ОПК-3; В-ОПК-3 3-ПК-5; У-ПК-5; В-ПК-5	УО - 11 УО, ДЗ –12 УО, ДЗ –12
Рубежный контроль		ОПК-1 ОПК-3 ПК-5	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 3-ОПК-3; У-ОПК-3; В-ОПК-3 3-ПК-5; У-ПК-5; В-ПК-5	ДЗ –12
Раздел 3	Оператор Лапласа и сферически симметричные функции.	ОПК-1 ОПК-3 ПК-5	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 13
	Прямое произведение и свертка обобщенных функций.		3-ОПК-3; У-ОПК-3; В-ОПК-3 3-ПК-5; У-ПК-5; В-ПК-5	УО -13 УО-13
Рубежный контроль		ОПК-1 ОПК-3 ПК-5	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 3-ОПК-3; У-ОПК-3; В-ОПК-3 3-ПК-5; У-ПК-5; В-ПК-5	Контр - 16
Промежуточная аттестация		ОПК-1 ОПК-3 ПК-5	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 3-ОПК-3; У-ОПК-3; В-ОПК-3 3-ПК-5; У-ПК-5; В-ПК-5	Экзамен

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

5.2.1. Примерные вопросы к экзамену

Типовой образец экзаменационного билета приведен ниже

Билет №3	
1	Основные функции одного переменного.
2	Регуляризация обобщенных функций.
3	Прямое произведение и свертка обобщенных функций
4	Вычислить все производные $f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0; \\ x + 1, & 0 < x \leq 1; \\ x^2 + 1, & x > 1 \end{cases}$
5	Вычислить $\left(\frac{d}{dx} - \lambda\right)\theta(x)e^{\lambda x}$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

За правильный ответ на каждый вопрос даётся 10 баллов.

5.2.2. Примерные темы домашнего задания

а) типовые задания:

1. Показать, что $x\delta^{(m)} = -m\delta^{(m-1)}$
2. Найти производную от функции $y = 1/x$
3. Для уравнения q -го порядка $x^k y^{(q)} = 0$ построить $k+q$ линейно независимых решений.
4. Показать, что $\delta(x-a) * \delta(x-b) = \delta(x-a-b)$.
5. Показать, что если f – обобщенная функция, то $\delta'(x) * f' = f''$.

5.2.3. Примерные вопросы для устного опроса:

а) типовые вопросы - образец:

1. Что такое обобщенная функция?
2. Что такое основная функция?
3. Является ли дельта-функция регулярной обобщенной функцией?
4. Какой порядок сингулярности у дельта-функции?

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

1. Оценивается скорость и осмысленность ответа
2. Студент должен продемонстрировать владение теоретическим материалом по текущей и предыдущим темам.

5.3. Шкалы оценки образовательных достижений

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной	Оценка	Требования к уровню освоению
--------------	-------------------------	--------	------------------------------

	шкале	ECTS	учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 «удовлетворительно»	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. И.М.Гельфанд, Г.Е. Шилов «Обобщенные функции и действия над ними».

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Я.Микусинский Р.Сикорский «Элементарная теория обобщенных функций Выпуск 1»
2. Я.Микусинский Р.Сикорский «Элементарная теория обобщенных функций Выпуск 2».
3. П.Антосик, Я.Микусинский «Теория обобщенных функций».
4. В.С.Владимиров «Обобщенные функции в математической физике»
5. В.С.Владимиров «Уравнения в математической физике»

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины производится на базе учебных аудиторий в СарФТИ НИЯУ МИФИ. Специального материально-технического обеспечения не требуется.

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В рамках учебного курса по дисциплине «Обобщённые функции» предусмотрено использование в учебном процессе интерактивных форм проведения занятий с целью формирования и развития профессиональных навыков студентов.

В дисциплине «Обобщённые функции» применяются следующие интерактивные формы: коллективное решение задач.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

При преподавании дисциплины методически целесообразно в каждом разделе курса выделить наиболее важные моменты и акцентировать на них внимание обучаемых. Такие моменты отражены в изложенных выше пунктах, касающихся формируемых знаний студентов и их проверки. При обучении по специальности 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» особенно выпукло необходимо представлять те методы интегральных преобразований, которые применяются в решении практических задач механики сплошной среды, в частности – при нахождении точных решений модельных задач.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО НИЯУ МИФИ к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Программу составил: старший преподаватель кафедры ПМ

И.В. Лутиков

Рецензент: доцент кафедры ВМ

П.П. Петров