

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДАЮ

И.о.декана экономико-
математического
факультета СарФТИ НИЯУ МИФИ

_____ Г.Д.Беляева
« ____ » _____ 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра

(наименование дисциплины)

Направление подготовки 38.03.01 «Экономика»

Профиль подготовки Финансы и кредит

Наименование образовательной программы 38.03.01 «Экономика»

Квалификация (степень) выпускника бакалавр
(бакалавр, магистр, специалист)

Форма обучения очная

РАССМОТРЕНА И ОДОБРЕНА

На заседании каф.ВМ

Протокол № _____ от _____ 2023г.

Зав. кафедрой _____ к.ф.-м.н.
В.П.Чернявский

г. Саров, 2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

АННОТАЦИЯ.....	3
1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	3
2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО	4
3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ.....	4
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	5
5. КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН.....	7
6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	8
6.1. Общий объем самостоятельной работы студентов поданному модулю включает две составляющие: текущую СРС и творческую проектно-ориентированную СР (ТСР). 9	
6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине	9
7. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.	10
7.1. Текущий контроль.	10
7.2. Рубежный контроль.	11
7.3. Итоговый контроль.	14
7.4. Уровень требований и критерии оценки	15
8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	15
9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	16

Семестр	В форме практической подготовки	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	КР/КП	Форма(ы) контроля, экз./зач./ЗсО/
2	32	5	180	32	32	-	80	-	экз.
ИТОГО	32	5	180	32	32	-	80	-	36

АННОТАЦИЯ

Изучение дисциплины «Линейная алгебра» направлено на освоение базовых понятий, основных методов линейной алгебры и их применения для построения экономико-математических моделей. Особое внимание уделяется развитию навыков формализации понятий при создании и изучении математических моделей общих и конкретных социально-экономических явлений, при постановке и решении соответствующих математических задач.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Линейная алгебра» является:

- обеспечение фундаментальной подготовки в одной из важнейших областей современной математики;
- ознакомление с основами классической и современной алгебры;
- обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике.

Задачи:

- подготовить слушателей к чтению современных текстов по экономической теории, насыщенных векторными, матричными и операторными обозначениями;
- сформировать умение строить математические модели для решения прикладных экономических задач;
- научить студентов строгому логическому мышлению при представлении экономических взаимосвязей ситуаций, возникающих в реальных экономических задачах.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

В структуре ООП ВО бакалавриата дисциплина «Линейная алгебра» является базовой дисциплиной математического цикла дисциплин образовательного стандарта высшего образования по направлению 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит».

Освоение учебной дисциплины «Линейная алгебра» базируется на знаниях и умениях, полученных студентами при изучении такой дисциплины как школьный курс математики (знание основ алгебры, геометрии и начал анализа).

Дисциплина «Линейная алгебра» является базовой для последующего изучения дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Статистика», «Эконометрика».

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	З-УК-1 Знать: методики сбора и обработки информации; актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности; метод системного анализа У-УК-1 Уметь: применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников В-УК-1 Владеть: методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации; методикой системного подхода для решения поставленных задач
УКЕ-1 Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального	З-УКЕ-1 знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать

исследования в поставленных задачах	основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами
-------------------------------------	--

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Содержание разделов дисциплины:

1 семестр

Раздел 1. Матрицы и определители (модуль 1)

Матрицы, различные формы записи. Сложение матриц, умножение на скаляр. Умножение матриц. Квадратные матрицы. Транспонированная матрица.

Определитель матрицы, каноническое разложение. Определитель верхней (нижней)-треугольной матрицы. Определитель матрицы с большим прямоугольником из нулей. Свойства определителя.

Миноры матрицы и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа, следствия. Определитель произведения матриц.

Определение обратной матрицы для матрицы. Критерий обратимости матрицы. Ранг матрицы. Свойства ранга матрицы: ранг обратимой матрицы, ранг транспонированной матрицы, ранг произведения матриц. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.

Раздел 2. Системы линейных уравнений (модуль 2)

Системы линейных уравнений. Основные понятия: решение, совместность. Критерии совместности, критерии единственности решения совместной системы уравнений. Теорема Кронекера – Капели. Равносильные системы уравнений.

Описание множества решений совместной системы уравнений. Метод Гаусса. Теорема Крамера.

Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее свойства. Связь между решениями ассоциированных систем уравнений. Структура общего решения неоднородной системы.

2 семестр (2 модуля укладываются в 18 лекционных часов).

Раздел 1. Линейные пространства. Евклидовы и унитарные пространства (модуль 1).

Понятие и примеры линейных пространств. Аксиоматика линейного пространства. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и размерность пространства. Конечномерные линейные пространства. Связь между

базисами линейного пространства. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису.

Понятие и примеры подпространств. Подпространства и линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств. Линейные оболочки и их размерность. Разложение пространства в прямую сумму подпространств.

Определение евклидова пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши - Буняковского. Неравенство треугольника. Общий вид скалярного произведения в конечномерном пространстве. Ортонормированный базис. Матрица Грамма. Процесс ортогонализации Грамма – Шмидта. Ортогональные матрицы. Ортогональное дополнение подпространства. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Понятие об унитарном пространстве.

Раздел 2. Линейные операторы линейных пространств, евклидовых и унитарных пространств (модуль 2).

Определение и примеры линейного оператора. Образ и ядро линейного оператора. Матрица линейного оператора в данном базисе. Выражение координат вектора-образа через координаты вектора-прообраза. Связь между квадратными матрицами и линейными операторами. Действия с линейными операторами, их свойства. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому.

Характеристический и минимальный многочлены. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их свойства. Линейные операторы простой структуры.

Сопряженные операторы в евклидовом и унитарном пространствах. Симметрические (самосопряженные) операторы. Ортогональные операторы. Характеристическое уравнение. Независимость характеристического многочлена от выбора базиса. Система для нахождения координат собственных векторов. Случаи простых и кратных корней характеристического уравнения. Диагонализируемые операторы, критерий диагонализации. Ортогональные (унитарные) операторы в евклидовом пространстве: вид матрицы, определяющие свойства. Матрица перехода от одного ортонормированного базиса к другому.

Общая трудоемкость дисциплины за 1 семестр составляет 5 зет, 180 часов, контроль 27 часов.

№ п/ п	Раздел учебной дисциплины (модуль)	Недели	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Текущий контроль успеваемости (неделя, форма)	Аттестация раздела (неделя, форма)	Максимальный балл за раздел *
			Лекции	Практ. занятия/семинары	СРС			
1 семестр								
1	Матрицы и определители	1-3	8	8	22	ДЗ 2,3		12
2.	Системы линейных уравнений	4-8	8	8	23	ДЗ 4,5,6,8	6СР	12
3.	Линейные пространства. Евклидовы и унитарные пространства	9-12	8	8	22	ДЗ 9,10,11,12	12СР	13
4.	Линейные операторы линейных пространств, евклидовых и унитарных пространств	13 - 16	8	8	22	ДЗ 13,14,15	16КР	13
	ИТОГО		32	32	89			
	Работа в семестре							0 - 50
...	Экзамен							0 - 50
	Итого за 1 семестр:							100

5. КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

КАЛЕНДАРНО – ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ЛЕКЦИОННЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ:

№ недели	Тематика практических занятий	ПЗ (часов)	Аудиторные задания
1	Линейные пространства	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
2	Базис и размерность линейного пространства	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
3	Линейные подпространства	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
4	Евклидово пространство	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
5	Ортонормированный базис	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы

6	КР № 1. «Линейные пространства»	2	Раздаточный материал
7	Ортогональное дополнение	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
8-10	Линейный оператор. Матрица линейного оператора	5	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
11-13	Собственные значения и собственные вектора линейного оператора	5	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
14	Сопряженный и самосопряженный оператор	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
15	Диагонализируемость матрицы линейного оператора	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
16	Самостоятельная работа №1 «Линейный оператор»	2	Раздаточный материал
17	Унитарное пространство	2	Решение задач из задачников, указанных в списке литературы
18	Итоговая контрольная работа	2	Раздаточный материал
ИТОГО:		32	

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ФОО	Лекции	Практика	СРС
Методы			
Дискуссия	+	+	
Работа в команде	+	+	+
Домашние работы			+
Опережающая самостоятельная работа и контрольные работы		+	+
Поисковый метод		+	+
Исследовательский метод		+	+
Индивидуальное обучение		+	
Интернет - тренажеры			+

РП дисциплины «Линейная алгебра» предусмотрена самостоятельная работа студентов в объеме 89 часов. Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает следующий **перечень форм и методов самостоятельной работы:**

№	Формы и методы СРС	Содержание СРС	Кол-во часов	Сроки контроля (№ недели)
1	Выполнение домашних заданий и	В течение семестра	18	еженедельно

	интернет-тренажеров			
2	Чтение конспекта лекций	В течение семестра	16	еженедельно
3	Выполнение РГР №1	См. ФОС	15	13
4	Подготовка к защите РГР №1	См. ФОС	11	14
5	Подготовка к защите РГР №1-2	См. ФОС	3	15
6	Подготовка к экзамену	См. ФОС	26	16
	ИТОГО:		89	

Замечание: преподаватель, ведущий практические занятия, обязан ознакомить студентов с характером каждого вида самостоятельной работы.

6.1. Общий объем самостоятельной работы студентов по данному модулю включает две составляющие: текущую СРС и творческую проектно-ориентированную СР (ТСР).

6.1.1. Текущая СРС направлена на углубление и закрепление знаний студентов, развитие практических умений и представляет собой:

- работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий
- опережающая самостоятельная работа;
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- подготовка к контрольной работе и коллоквиуму, к зачету, к экзамену

6.1.2. Творческая проектно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР), ориентирована на развитие интеллектуальных умений, комплекса общекультурных и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов и представляет собой:

- выполнение расчетно-графических работ;
- участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах;

6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине

6.2.1. Образцы расчетных работ

РР № 1 «Основы линейной алгебры»

1. Для данного определителя Δ найти миноры и алгебраические дополнения элементов a_{i2}, a_{3j} . Вычислить определитель Δ : а) разложив его по элементам i -й строки; б) разложив его по элементам j -го столбца; в) получив предварительно нули в i -й строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 1.$$

2. Даны две матрицы A и B . Найти а) AB ; б) BA ; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$2.1 \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса.

$$3.1 \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

4. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным способом); в) методом Гаусса.

$$4.1 \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

5. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$5.1 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases}$$

6. Построить фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы алгебраических уравнений.

$$6.1 \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \\ -x_1 - x_2 + 6x_3 - 11x_4 = 0 \\ 3x_1 \quad \quad - 3x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

7. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.

7.1. Текущий контроль.

Средствами оценки текущей успеваемости студентов по ходу освоения модуля дисциплины являются:

7.1.1. Перечень вопросов, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний на уровне знакомства

- Что такое определитель? При каких преобразованиях величина определителя не меняется
- В каких случаях определитель равен нулю? Что следует из равенства определителя нулю?

- Дайте определение минора и алгебраического дополнения элемента определителя. Сформулируйте правило вычисления определителя.
- Как осуществляются линейные операции над матрицами?
- Как перемножаются две матрицы? Свойства произведения матриц.
- Какова схема нахождения обратной матрицы?
- Дайте определения решения системы линейных алгебраических уравнений. Расшифруйте понятия «совместная», «несовместная», «определённая», «неопределённая» системы.
- Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы?
- Что называется рангом матрицы? Как он находится?
- Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли.
- При каких условиях система линейных алгебраических уравнений имеет множество решений? Когда она имеет единственное решение?
- Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
- Какие неизвестные называются свободными, а какие базисными?
- Какие особенности решения однородных систем линейных алгебраических уравнений Вы знаете?
- Как строится фундаментальная система решений?

7.2. Рубежный контроль.

Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при выполнении контрольных и индивидуальных заданий.

7.2.1 Образцы вариантов аудиторных контрольных работ за 1 семестр

Самостоятельная работа №1.

Тема «Матрицы. Определители»

Вариант 1.

Задание 1. Что такое матрица? Какая матрица называется единичной?

Задание 2. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Самостоятельная работа №2

на тему

«СЛАУ»

Вариант 1.

1. Решить СЛАУ методом Крамера.

$$\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10. \end{cases}$$

2. Решить СЛАУ методом обратной матрицы.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2, \\ 3x_2 - 7x_3 = -6. \end{cases}$$

3. Решить СЛАУ методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$$

4. Решить ОСЛАУ

$$\begin{cases} x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Итоговая контрольная работа
на тему
«Основы линейной алгебры»
Вариант 1.

1. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & -5 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Исследовать совместность и найти общее решение:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 6x_4 = 7, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -1. \end{cases}$$

4. Доказать, что СЛАУ совместна. Решить СЛАУ

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

7.2.1 Образцы вариантов аудиторных контрольных работ за 2 семестр
Контрольная работа №1.

«Линейные пространства и подпространства»

Вариант 1.

1). Найти координаты вектора x в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3) :

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 3e_3, \\ e'_2 = \frac{3}{4}e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3, \quad x = (1, -4, 8). \end{cases}$$

2). Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

3). Найти размерности и базисы суммы и пересечений подпространств, если:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

Контрольная работа №2.
«Линейный оператор и действия с ними»

Вариант 1.

1. Найти собственные значения и определить максимальную линейно-независимую систему линейного оператора заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Определить характеристический и минимальный многочлены для матрицы линейного оператора

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}$$

Итоговая контрольная работа по линейной алгебре

Вариант 1.

1. Определить тип, привести к каноническому виду и построить КВП $-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$.

2. Найти матрицу A_e , где $\begin{cases} e'_1 = 2e_1 + 3e_2 + e_3, \\ e'_2 = 3e_1 + 4e_2 + e_3, \\ e'_3 = e_1 + 2e_2 + 2e_3. \end{cases}$, если задана матрица $A_e = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис пространства, натянутого на следующие системы векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе:

$$\begin{aligned}a_1 &= (2, 3, -4, -6)^T, \\a_2 &= (1, 8, -2, -16)^T, \\a_3 &= (12, 5, -14, 5)^T, \\a_4 &= (3, 11, 4, 7)^T;\end{aligned}$$

7.3. *Итоговый контроль.*

Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при сдаче зачета в первом семестре и экзамена во втором семестре.

7.3.1. Вопросы к экзамену за первый семестр

Матрицы и действия над ними.

Обратная матрица и ее вычисление.

Определители, методы его вычисления и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Определитель произведения матриц.

Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.

Система линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Применение теории определителей к решению систем линейных уравнений. Правило Крамера. Матричный метод решения СЛАУ.

Критерий совместимости систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.

7.3.2. Вопросы к экзамену за второй семестр

Аксиоматика линейного пространства. Линейная зависимость элементов. Теоремы о линейной зависимости. Преобразование координат элемента пространства при переходе к новому базису. Размерность ЛП. Подпространства и линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств.

Линейные операторы. Матрица линейного оператора в заданном базисе. Действия с линейными операторами, Свойства ЛО. Преобразование матрицы ЛО при переходе к другому базису. Образ и ядро ЛО.

Собственные значения и собственные вектора ЛО. Характеристические уравнения. Критерий диагонализруемости ЛО. Правило построения преобразующей матрицы, приводящей матрицу к диагональной форме.

Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского, Нормированное пространство. Ортонормированный базис, Ортогонализация по Шмидту. Матрица Грамма. Ортогональные матрицы. Переход от одного ортонормированного базиса к другому.

Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы и их свойства. Основные свойства собственных векторов и собственных значений самосопряженного оператора.

7.3.3 Образец экзаменационного билета

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14

по курсу "Аналитическая геометрия и линейная алгебра"

1 Матрицы и действия над ними.

2. Собственные значения и собственные вектора ЛО.

3. Будет ли линейным отображение $A: R^3 \rightarrow R^3$, если: $A(x) = (x_1 + x_3, 2x_2 + x_3, -x_1)$, где $x = (x_1, x_2, x_3)$.

7.4. Уровень требований и критерии оценки

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА №1

Формы контроля.

Оперативный контроль проводится в форме проверки домашних заданий и опроса студентов – еженедельно.

Рубежный контроль предполагает проведение коллоквиума, аудиторной контрольной работы и защит расчетно-графических работ.

В 1 семестре предусмотрены 1 расчетно-графическая работа, 2 самостоятельных работы, 1 итоговая аудиторных контрольных работы.

- 1) РГР №1. Основы линейной алгебры. [*];
- 4) Самостоятельная работа по теме: «Матрицы и определители»
- 5) Самостоятельная работа по теме «СЛАУ»
- 6) Итоговая контрольная работа

[*] Раздаточный материал. Номер варианта, который должен выполнить студент, совпадает с номером по списку.

Рейтинговая система для оценки успеваемости студентов.

(максимальное количество баллов по дисциплине -100)

Система оценивания:

- ✓ посещение занятия оценивается в 0,3 балла;
- ✓ активное участие на практическом занятии:
 - 0, 25 – 1 балла – выход к доске;
 - 0, 25 – 1 балла – активная работа на месте;
- ✓ каждое правильно решенное задание из РГР оценивается в 0,5 балла;
- ✓ каждое правильно решенное задание из домашней работы оценивается в 0,3 балла;
- ✓ защита РГР оценивается по пятибалльной (школьной) системе;
- ✓ за контрольную работу максимально можно заработать 5 баллов.
- ✓ за отсутствие домашней работы снимается 1 балл.
- ✓ за отсутствие задачника снимается 0,5 балла.
- ✓ за опоздание снимается 0,5 балла

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Артамонов, В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: курс лекций для экономических специальностей / В.А. Артамонов. - М.: Дело АНХ, 2012. - 224 с.
2. Малугин, В.А. Линейная алгебра для экономистов: Учебник, практикум и сборник задач / В.А. Малугин, Я.А. Рощина. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 478 с.
3. Орлова, И.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов: Учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И.В. Орлова, В.В. Угрозов, Е.С. Филонова. - Люберцы: Юрайт, 2015. - 370 с.
4. Прохоров, Н.Л. Математика в экономике. Ч.1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: Учебник / Н.Л. Прохоров. - М.: Финансы и статистика, 2011. - 384 с.
5. Татарников, О.В. Линейная алгебра и линейное программирование для экономистов (для бакалавров) / О.В. Татарников, В.Г. Шершнева, Е.В. Швед. - М.: КноРус, 2018. - 352 с.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение студентами дисциплины проведение лекционных и семинарских занятий под руководством преподавателя согласно расписания занятий, а также самостоятельное освоение дополнительного материала (дополнительной литературы) при подготовке к практическим занятиям и к экзамену.

При изучении дисциплины «Линейная алгебра» предполагается подготовка к практическим занятиям, активное участие в них, выполнение заданий к самостоятельной работе, индивидуальных и контрольных работ, связанных с проверкой усвоения основных понятий темы, что требует от студентов систематической работы над литературными источниками, рекомендованными преподавателем, и конспектом лекций.

При освоении содержания дисциплины «Линейная алгебра» также требуется

- конспектирование лекций;
- выполнение индивидуальных заданий;
- выполнение контрольных работ;

Назначение лекции заключается в том, чтобы ввести студентов в линейную алгебру, ознакомить изучаемой дисциплины и ее методическими основами, тем самым определяются содержание и характер всей дальнейшей работы студента.

Практические занятия должны помочь изучению лекционного материала: углубить его, расширить, связать теорию с практикой, выработать у студентов самостоятельный подход к оценке дисциплины в целом. Практические занятия по каждой теме проводятся после того, как преподавателем изложен основной теоретический материал темы.

При организации практических занятий преподаватель заранее формулирует тему, основные вопросы плана на основе проработки основной и дополнительной литературы и сообщает студентам, указывая на сроки выполнения и форму отчетности.

При подготовке к практическим занятиям преподаватель формулирует основные и дополнительные учебные задачи, проблемные вопросы и ситуации, планирует формы работы, наиболее адекватные поставленным целям и задачам.

Для повышения эффективности работы на практических занятиях, определенная часть материала выносится на самостоятельную работу. Самостоятельная работа по изучению курса с учетом рекомендаций преподавателя была и остается главной формой приобретения знаний.

Самостоятельная работа формирует представление о своих научных и социальных возможностях, способность вычленять главное, совершенствует приемы обобщенного мышления. Самостоятельно изучается рекомендуемая литература, проводится электронными источниками информации, и др. Конспектируя наиболее важные вопросы, имеющие научно-практическую значимость, новизну, актуальность, делая выводы, заключения, высказывая практические замечания, выдвигая различные положения, слушатели глубже понимают вопросы курса.

Критериями оценки результатов освоения учебной дисциплины «Линейная алгебра» являются показатели формирования профессиональной позиции у студентов, понимание базового теоретического материала, умение индивидуально намечать пути решения управленческих проблем, применяя знания, полученные при изучении других учебных дисциплин, соответствие моделей и образцов профессионального поведения, демонстрируемого в процессе решения учебных и практических задач.

Обеспечение образования инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья при реализации дисциплины «Линейная алгебра» может осуществляться в адаптированном виде с учетом специфики освоения и дидактических требований, исходя из индивидуальных возможностей по личному заявлению студента.

РП составлена в соответствии с требованиями ОП ВО по направлению подготовки (специальности) 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит».

Автор(ы) _____

Рецензент(ы) _____