

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДАЮ

И.о.декана экономико-
математического

факультета СарФТИ НИЯУ МИФИ

_____ Г.Д.Беляева

« ____ » _____ 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

(наименование дисциплины)

Направление подготовки 38.03.01 «Экономика»

Профиль подготовки Финансы и кредит

Наименование образовательной программы 38.03.01 «Экономика»

Квалификация (степень) выпускника бакалавр
(бакалавр, магистр, специалист)

Форма обучения очная
(очная, очно-заочная (вечерняя), заочная)

РАССМОТРЕНА И ОДОБРЕНА

На заседании каф.ВМ

Протокол № _____ от _____ 2023г.

Зав. кафедрой _____ к.ф.-м.н.

В.П.Чернявский

г. Саров, 2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| АННОТАЦИЯ..... | 3 |
| 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ | 3 |
| 2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО | 4 |
| 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ..... | 4 |
| 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ | 5 |
| 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ | 10 |
| 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ. | 10 |
| 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ | 11 |
| 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ | 11 |
| Приложение 1..... | 13 |

| Семестр | В форме практической подготовки | Трудоемкость, кред. | Общий объем курса, час. | Лекции, час. | Практич. занятия, час. | Лаборат. работы, час. | СРС, час. | КР/ КП | Форма(ы) контроля, экз./зач./ЗсО/ |
|--------------|---------------------------------|---------------------|-------------------------|--------------|------------------------|-----------------------|------------|----------|-----------------------------------|
| 1 | 32 | 4 | 144 | 16 | 32 | - | 60 | - | экз. |
| 2 | 32 | 4 | 144 | 16 | 32 | - | 60 | - | экз. |
| ИТОГО | 64 | 8 | 288 | 32 | 64 | - | 120 | - | 72 |

АННОТАЦИЯ

Изучение дисциплины «Математический анализ» направлено на ознакомление с фундаментальными методами дифференциального и интегрального исчисления; получение базовых знаний и формирование навыков по математическому анализу, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью изучения дисциплины «Математический анализ» является теоретическая и практическая подготовка будущих экономистов в области математики, необходимой для грамотной математической формулировки любых технических или социально-экономических задач; выбора математического аппарата для их моделирования и решения; умения анализировать полученные результаты и использовать их в своей практической профессиональной деятельности в решении управленческих, исследовательских и экономических задач.

Изучение дисциплины «Математический анализ» способствует решению следующих задач:

- развитие логического и алгоритмического мышления студента;
- выработка умения моделировать реальные финансово-экономические процессы;
- освоение приемов исследования и решения математически формализованных задач;
- выработка умения анализировать полученные результаты;
- развитие навыков самостоятельного изучения научной литературы по математике и ее приложениям.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина «Математический анализ» является базовой дисциплиной по направлению 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит».

Изучение дисциплины «Математический анализ» основывается на базе знаний, умений и компетенций, полученных студентами в ходе освоения школьного курса «Алгебра и начала анализа», а также дисциплины «Линейная алгебра».

Дисциплина «Математический анализ» является базовым теоретическим и практическим основанием всех последующих математических и финансово-экономических дисциплин подготовки бакалавра экономики.

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и общепрофессиональные компетенции:

| Код и наименование компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции |
|--|---|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | З-УК-1 Знать: методики сбора и обработки информации; актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности; метод системного анализа У-УК-1 Уметь: применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников В-УК-1 Владеть: методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации; методикой системного подхода для решения поставленных задач |
| УКЕ-1 Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального | З-УКЕ-1 знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать |

| | |
|-------------------------------------|---|
| исследования в поставленных задачах | основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами |
|-------------------------------------|---|

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зет, 288 часов, в том числе 36 часов контроль.

| № п/п | Раздел учебной дисциплины | Недели | Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | Текущий контроль успеваемости и (неделя, форма) | Аттестация раздела (неделя, форма) | Максимальный балл за раздел * |
|-----------|--|---------------------------------|--|---|-------------|---|------------------------------------|-------------------------------|
| | | | Лекции | Практ. занятия в т.ч. в интерактивной форме | Сам. работа | | | |
| 1 семестр | | | | | | | | |
| 1 | Введение в анализ: множества, функции. | 1 2 | 2 | 4 | 15 | 2, КР | | 6 |
| 2 | Предел и непрерывность. | 3 4 5 6 7 8 | 4 | 10 | 15 | 6, КР | 8, ДКР | 16 |
| 3 | Дифференциальное исчисление функций одной переменной | 9 10 11 12 13 14 | 6 | 12 | 15 | 12, КР | 14, ДКР | 16 |
| 4 | Интегральное исчисление функций одной переменной | 15 16 | 4 | 6 | 15 | 15, КР | 16, ДКР | 12 |
| | | | 16 | 32 | 60 | | | |
| | Работа в семестре | | | | | | | 0-50 |
| | Экзамен | | | | | | | 0-50 |
| | Итого за 1 семестр | | | | | | | 100 |
| 2 семестр | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---------------------|--|---------------------------------|----|----|----|--------|---------|--------|
| 5 | Дифференциальное исчисление функция нескольких переменных. | 1 2 3 4 5 6 | 5 | 10 | 15 | 4, КР | 6, ДКР | 16 |
| 6 | Интегральное исчисление функций нескольких переменных. | 7 8 | 2 | 4 | 15 | | 8, ДКР | 6 |
| 7 | Числовые и степенные ряды | 9 10 11 12 13 14 | 5 | 10 | 15 | 12, КР | 14, ДКР | 16 |
| 8 | Обыкновенные дифференциальные уравнения. | 15 16 | 4 | 8 | 15 | 16, КР | 16, ДКР | 12 |
| | | | 16 | 32 | 60 | | | |
| Работа в семестре | | | | | | | | 0 - 50 |
| Экзамен | | | | | | | | 0 - 50 |
| Итого за 2 семестр: | | | | | | | | 100 |

ИНТЕРАКТИВНЫЕ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Интерактивные формы обучения поддерживаются и реализуются в курсе посредством использования обучающих программ специализированного инструментального программного обеспечения на практических занятиях (в соответствии с планом проведения практических занятий по дисциплине).

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ. ЧАСТЬ I.

Раздел 1. Введение в анализ: множества, функции.

1. Действительные числа, и их свойства. Числовые множества. Элементы алгебры множеств. Обозначения для сумм и произведений. Окрестность точки. Ограниченные множества. Декартовы координаты на плоскости.
2. Числовые функции. Способы задания функции. Область определения и множество значений функции. График функции. Сложная функция. Обратная функция. Характеристики функции: четность и нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.
3. Степенная, показательная и логарифмическая функция. Тригонометрические функции и обратные к ним. Элементарные функции. Свойства основных элементарных функций.

Раздел 2. Предел и непрерывность.

4. Числовые последовательности. Способы задания последовательностей. Прогрессия. Формула сложных процентов.
5. Предел последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие

последовательности. Связь бесконечно больших и бесконечно малых последовательностей. Свойства пределов, связанные с арифметическими действиями.

6. Монотонные последовательности. Теорем Вейерштрасса о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. Число e .
7. Теорема Кантора о стягивающихся отрезках. Точные границы числового множества.
8. Предел функции (по Гейне). Различные типы пределов: односторонние пределы, пределы в бесконечности, бесконечные пределы. Определения и свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций. Сравнение бесконечно малых функций. Основные теоремы о пределах функции.
9. Первый и второй замечательные пределы. Формула непрерывных процентов.
10. Непрерывность функции одной переменной в точке. Различные формы записи непрерывности функции в точке. Непрерывность сложной функции, обратной функции, элементарных функций. Точки разрыва и их классификация. Свойства непрерывных на отрезке функций. Непрерывность функции на множестве.
11. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теоремы о существовании корня, о промежуточных значениях, об ограниченности функции, о достижении наибольшего и наименьшего значений. Равномерная непрерывность. Паутинные модели рынка.

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

12. Производная функции. Дифференцируемость и дифференциал функции. Основные свойства производной и дифференциала. Производная сложной, обратной и параметрически заданной функции. Производные основных элементарных функций.
13. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Уравнение касательной к графику функции.
14. Предельные величины в экономике. Эластичность функции, ее свойства и геометрический смысл. Логарифмическая производная. Задача о распределении налогового бремени.
15. Формула Лейбница. Теорема Ферма. Теорема Роля о нуле производной. Теоремы Лагранжа и Коши.
16. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.
17. Производные и дифференциалы высших порядков.
18. Формула Тейлора. Формула Тейлора для основных элементарных функций.
19. Экстремум функции. Необходимое и достаточное условие экстремума.
20. Выпуклость функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условие точки перегиба функции.
21. Асимптоты. Общая схема построения графика функции.
22. Отыскание наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ. ЧАСТЬ II.

Раздел 4. Интегральное исчисление функций одной переменной

23. Первообразная. Неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов. Свойства неопределенных интегралов. Методы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям.
24. Интегрирование рациональных функций. Интегралы от иррациональных и трансцендентных функций.
25. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Разбиение отрезка. Интегральная сумма. Верхняя и нижняя суммы Дарбу. Определенный интеграл как

- предел интегральной суммы. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции. Интегрируемость непрерывных и монотонных ограниченных функций. Свойства определенного интеграла.
26. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла.
 27. Замена переменной, интегрируемость по частям в определенном интеграле.
 28. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площади криволинейной трапеции и объема тела вращения.
 29. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости.
 30. Приближенное вычисление определенных интегралов. Формулы прямоугольника и Симпсона.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление функция нескольких переменных.

31. Пространство R . Свойства расстояния. Окрестность точки. Внутренние и граничные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Изолированные и предельные точки множества. Ограниченные множества.
32. Сходимость последовательности точек в R , ее эквивалентность покоординатной сходимости.
33. Понятие функции нескольких переменных. Линии уровня. Поверхности уровня. График функции двух переменных.
34. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства функций, непрерывных на замкнутом ограниченном множестве.
35. Частные производные и дифференциалы. Дифференцируемость. Полный дифференциал. Достаточное условие дифференцируемости. Непрерывность дифференцируемой функции.
36. Дифференцирование сложной. Градиент функции, производная по направлению. Свойства градиента.
37. Эластичность функции нескольких переменных.
38. Однородные функции нескольких переменных. Формула Эйлера
39. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Формула Тейлора для функции многих переменных.
40. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума в стационарной точке.
41. Выпуклые множества в R . Выпуклые (вогнутые) и строго выпуклые (вогнутые) функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие выпуклости.
42. Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций. Теорема о глобальном характере экстремума выпуклой функции. Теорема о достижении выпуклой функцией глобального экстремума в стационарной точке.
43. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод исключения переменных. Метод множителей Лагранжа.
44. Нахождение глобальных экстремумов дифференцируемой функции на замкнутом ограниченном множестве.

Раздел 6. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.

45. Кратные интегралы (двойные и тройные), их свойства. Геометрический смысл двойного интеграла. Сведение кратного интеграла к повторному.
46. Формула замены в двойном интеграле. Использование полярных координат для вычисления двойных интегралов.
47. Несобственные кратные интегралы. Интеграл Эйлера-Пуассона

Раздел 7. Числовые и степенные ряды

48. Числовой ряд. Сходимость, сумма ряда. Необходимый признак сходимости. Критерий Коши. Арифметические свойства сходящихся рядов.
49. Признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов. Признаки сравнения. Признак сходимости Даламбера. Радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши.
50. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости Дирихле и Абеля. Перестановка элементов абсолютно сходящихся рядов.
51. Степенной ряд. Теорема Абеля. Интервал сходимости, радиус сходимости степенного ряда.
52. Ряд Тейлора. Критерий разложимости функции в ряд Тейлора. Достаточные условия представления функции рядом Тейлора. Ряд Тейлора для основных элементарных функций. Ряд Маклорена.

Раздел 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

53. Общее понятие дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Поле направлений, интегральные кривые. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка в нормальной форме. Общее и частное решение уравнения. Общий интеграл. Особые решения.
54. Некоторые типы интегрируемых уравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, в полных дифференциалах, линейные уравнения, уравнения Бернулли. Автономные уравнения и их свойства.
55. Линейные дифференциальные уравнения. Теорема о существовании и единственности решения. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского системы решений. Теорем об общем решении линейного однородного уравнения.
56. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений однородного уравнения. Построение частного решения неоднородного уравнения с правой частью специального вида методом неопределенных коэффициентов.
57. Однородные системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Векторная запись, матрица системы. Собственные значения и собственные векторы матрицы системы, частные решения системы. Построение общего решения с помощью метода исключения неизвестных.
58. Задачи экономической динамики, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Модели естественного и логистического роста.

РАЗДЕЛЫ ДИСЦИПЛИНЫ И МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ СВЯЗИ С ОБЕСПЕЧИВАЕМЫМИ (ПОСЛЕДУЮЩИМИ) ДИСЦИПЛИНАМИ.

| № п/п | Наименование Обеспечиваемых (последующих) дисциплин базовой части | №№ разделов дисциплины «Математический анализ», необходимых для изучения, обеспечиваемых (последующих) дисциплин | | | | | | | |
|-------|--|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Микроэкономика | * | * | * | * | * | * | * | * |
| 2 | Теория вероятностей и мат. статистика | * | * | * | * | * | * | * | * |
| 3 | Макроэкономика | * | * | * | * | * | * | * | * |

| | | | | | | | | | |
|----|------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | Статистика | * | * | * | * | * | * | | |
| 5 | Основы бухгалтерского учета | * | * | * | | | | * | * |
| 6 | Финансовый менеджмент | * | * | * | | * | | * | |
| 7 | Мировая экономика и МЭО | * | * | * | | * | | * | * |
| 8 | Экономика фирмы | * | * | * | * | * | * | * | * |
| 9 | Основы финансовых вычислений | * | * | * | * | * | * | * | * |
| 10 | Эконометрика | * | * | * | * | * | * | * | * |
| 11 | Финансовые рынки | * | * | * | * | * | * | * | * |

РАЗДЕЛЫ ДИСЦИПЛИН И ВИДЫ ЗАНЯТИЙ

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Лекции | Практические занятия | СРС | Всего |
|-------|---|--------|----------------------|-----|-------|
| 1 | Введение в анализ: множества, функции | 2 | 4 | 15 | 21 |
| 2 | Предел и непрерывность | 4 | 10 | 15 | 29 |
| 3 | Дифференциальное исчисление функций одной переменной | 6 | 12 | 15 | 33 |
| 4 | Интегральное исчисление функций одной переменной | 4 | 6 | 15 | 25 |
| 5 | Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных | 5 | 10 | 15 | 30 |
| 6 | Интегральное исчисление функций нескольких переменных | 2 | 4 | 15 | 21 |
| 7 | Числовые и степенные ряды | 5 | 10 | 15 | 30 |
| 8 | Обыкновенные дифференциальные уравнения | 4 | 8 | 15 | 27 |
| | Всего | 32 | 64 | 120 | 216 |
| | Экзамен | | | | 72 |
| | Итого: | | | | 288 |

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекции и практические занятия. Домашние задания и контроль их выполнения. Аудиторные контрольные работы по разделам математического анализа. Домашние контрольные работы по разделам математического анализа. Индивидуальные консультации студентов в процессе решения учебных задач в аудитории.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.

1. Текущий контроль – работа студентов на практических занятиях и выполнение домашних заданий.
2. Текущий контроль освоения раздела дисциплины – аудиторная контрольная работа.
3. Итоговый контроль освоения раздела дисциплины – домашняя контрольная работа (максимальные баллы приведены в таблице).
4. Итоговый контроль – экзамен.

Примерные контрольные работы приведены в приложении 1.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Ведина, О. Математический анализ для экономистов / О. Ведина. - СПб.: Лань, 2004. - 360 с.
2. Епифанов, А.П. Математический анализ для экономистов / А.П. Епифанов. - СПб.: Лань, 2004. - 360 с.
3. Демина, Т.И. Математический анализ для эконом.: практи.: Учебное пособие / Т.И. Демина, О.П. Шевякова. - М.: Инфра-М, 2013. - 384 с.
4. Краснова, С.А. Математический анализ для экономистов в 2 ч. часть 1: Учебник и практикум для прикладного бакалавриата / С.А. Краснова, В.А. Уткин. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 298 с.
5. Краснова, С.А. Математический анализ для экономистов в 2 ч. часть 2: Учебник и практикум для прикладного бакалавриата / С.А. Краснова, В.А. Уткин. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 315 с.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебный материал дисциплины «Математический анализ» состоит из следующих разделов: 1) введение в анализ; 2) предел и непрерывность функции; 3) дифференциальное исчисление функций одной переменной; 4) интегральное исчисление функций одной переменной; 5) дифференциальное исчисление функций нескольких переменных; 6) интегральное исчисление функций нескольких переменных; 7) числовые и степенные ряды; 8) дифференциальные уравнения

Изучение разделов 1,3 служит углублению знаний, полученных в школьном курсе «Алгебра и начала анализа», как в отношении более основательной теоретической базы, так и в направлении решения более трудных задач.

При изучении раздела 2 студенты знакомятся с основами математического анализа как раздела высшей математики.

В разделе 4 рассматривается решение задачи, обратной к нахождению производной. Трудности, возникающие при освоении раздела, носят как технический характер, так и принципиальный характер: не любой интеграл от элементарной функции может быть представлен как элементарная функция. Для хорошего освоения раздела требуется решение большого количества задач.

Раздел 5 является для студента новым и требует большого времени на освоение. Так как математическая формализация экономических задач требует рассмотрения, как правило, функций нескольких переменных, то для успешной работы с математическими моделями экономических процессов этот раздел обязателен для изучения.

При изучении раздела 6 студенты знакомятся с простейшими задачами вычисления двойных интегралов, которые используются на 2-ом курсе в учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

В разделе 7 студенты осваивают новые для них понятия. Центральным моментом при изучении числовых рядов является понятие сходимости ряда, которое позволяет определить бесконечную сумму ряда или утверждать, что такой суммы для данного ряда не существует. В степенных рядах важнейшим обстоятельством является возможность разложения функций в степенной ряд с последующим их дифференцированием или интегрированием. Это позволяет применять степенные ряды как в приближенных вычислениях, так и при решении дифференциальных уравнений.

В разделе 8 используется понятие производной и интеграла. Дифференциальные уравнения часто возникают при построении математических моделей экономических процессов.

Для успешного освоения учебного материала курса «Математический анализ» требуется систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач, домашних контрольных работ, а также активное участие в работе семинаров.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программной дисциплины предусматривается:

- Текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние контрольные работы, домашние задания).
- Промежуточный контроль (Часть I – зачет, часть II – экзамен).

Промежуточный контроль изучения дисциплины «Математический анализ» проводится в форме письменного экзамена в 1-ом и 2-ом семестре. Итоговая оценка за экзамен выставляется в форме «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Обеспечение образования инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья при реализации дисциплины «Математический анализ» может осуществляться в адаптированном виде с учетом специфики освоения и дидактических требований, исходя из индивидуальных возможностей по личному заявлению студента.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО НИЯУ МИФИ по направлению подготовки (специальности) 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит».

Разработчик:

Саровский физико-технический институт Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», экономико-математический факультет

Зав.кафедры вычислительной и информационной техники
(к.ф.-м.н., доцент)

В.С.Холушкин

Приложение 1.

Математический анализ. Контрольная работа 1

1. В каких точках терпят разрывы функции $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{(x+2)^2}$? Построить графики обеих функций. Выяснить разницу в поведении этих функций вблизи точек разрыва.
2. Исследовать непрерывность функции заданной так: $y = \frac{|x|}{x}$ при $x \neq 0$, $y = 0$ при $x = 0$. Построить график этой функции.
3. Пусть $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{если } -x \leq 1 \\ 3-ax^2, & \text{если } -x > 1 \end{cases}$. При каком выборе числа a функция $f(x)$ будет непрерывной? Построить ее график.

Вычислить пределы:

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2+1}+n)^2}{\sqrt[3]{n^6+1}} \quad 5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+n}}{n+1} \quad 6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!-n!} \quad 7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+3)!} \quad 8.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+2)!-(n+1)!}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n}} \quad 10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (1+2+3+\dots+n) \quad 11. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) \quad 12.$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x-3x^3}{1+x^2+3x^3}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \quad 14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x} \quad 15. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x-b} - \sqrt{a-b}}{x^2 - a^2} \quad 16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \alpha x - \cos \beta x}{x^2}$$

$$17. \lim_{\alpha \rightarrow \beta} \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\alpha^2 - \beta^2} \quad 18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1+\cos x}}{\sin^2 x} \quad 19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}{\operatorname{tg} x} \quad 20.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2} \quad 21. \lim_{\alpha \rightarrow \pi} \frac{\sin \alpha}{1 - \frac{\alpha^2}{\pi^2}} \quad 22. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{x^2}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^x \quad 24. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 2} \right)^x \quad 25. \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}} \quad 26. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^2} \right)^{\frac{2x}{x+1}} \quad 27.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a+x) - \ln a}{x}$$

Математический анализ. Контрольная работа 2

Продифференцировать функции

1. $y = \sqrt{x}(x^3 - \sqrt{x} + 1)$ 2. $y = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$ 3. $y = \sqrt{1 + \operatorname{tg}\left(x + \frac{1}{x}\right)}$

4. $y = \frac{1}{2} \sqrt[4]{\arcsin \sqrt{x^2 + 2x}}$

5. $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2}$ 6. $y = \sqrt[3]{\ln \sin \frac{x+3}{4}}$ 7. $y = 2^{\frac{x}{\ln x}}$ 8. $y = \ln \sin \sqrt[3]{\operatorname{arctg} e^{3x}}$

9. $y = \operatorname{th}(\ln x)$ 10. $y = \sqrt[4]{\frac{1+\operatorname{th}x}{1-\operatorname{th}x}}$ 11. $y = (\ln x)^x$ 12. $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$ 13. $y = (x^2 + 1)^{\sin x}$

14. $y = \ln \cos \operatorname{arct} \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ 15. $y = (tx2x)^{\operatorname{ctg} \frac{x}{2}}$ 16. $y = \sqrt[3]{\frac{x-5}{\sqrt{x^2+4}}}$

17. $y = \ln(x \sin x \sqrt{1-x^2})$

18. $y = \frac{1}{\sqrt{x}} e^{x^2 - \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln x + 1}$ 19. $y = \frac{e^{x^2}}{e^x + e^{-x}}$ 20. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

21. $y = \frac{1-x^4}{1+x^4} \dots$ *Выразить $\frac{dx}{dy}$ через x ; через y* 22. $x = y^3 - 4y + 1$. *Найти $\frac{dx}{dy}$*

Найти производные от функций y , заданных неявно

23. $y = 1 + xe^y$ 24. $x \sin y - \cos y + \cos 2y = 0$ 25. $\operatorname{tg} \frac{y}{2} = \sqrt{\frac{1-k}{1+k}} \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ 26. $y = x + \operatorname{arctg} y$

Найти производные от функций, заданных в параметрической форме

27. $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \operatorname{arctg} t \end{cases}$ 28. $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$ 29. $\begin{cases} x = \frac{1+t^2}{1-t^2} \\ y = \frac{1}{t^2-1} \end{cases}$ 30. $\begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^3} \\ y = \frac{3at^2}{1+t^3} \end{cases}$

Найти вторые производные от функций

31. $y = xe^{x^2}$ 32. $y = \arcsin(a \sin x)$ 33. $y = x^x$ 34. $y = \frac{1}{a + \sqrt{x}}$

Найти общие выражения для производных порядка n от функций:

35. $y = x \ln x$ 36. $y = \ln(ax + b)$ 37. $y = \frac{x}{x^2 - 1}$

Функции, заданные в неявном виде

38. $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$; $\frac{d^2 y}{dx^2} = ?$ 39. $y = \operatorname{tg}(x + y)$; $\frac{d^3 y}{dx^3} = ?$ 40. $e^{x+y} = xy$; $y'' = ?$

Функции, заданные параметрически

41. $x = at^2$; $y = bt^3$; $\frac{d^2 x}{dy^2} = ?$ 42. $x = \ln t$; $y = t^2 - 1$; $\frac{d^2 y}{dx^2}$

Применить формулу Лейбница для вычисления производной

43. $[(x^2 + 1)\sin x]^{(20)}$ 45. $(e^x \sin x)^{(n)}$

Математический анализ. Контрольная работа 3

1. Провести полное исследование функции и построить ее график

1) $y(x-1) = x^2$ 2) $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$ 3) $xy = (x^2 - 1)(x - 2)$ 4) $y = \frac{x}{e^x}$

5) $y = x^2 e^{-x}$ 6) $y = \frac{e^x}{x}$ 7) $y = x - \ln(x+1)$ 8) $y = \ln(x^2 + 1)$ 9) $y = x^2 e^{-x^2}$

10) $y = \frac{1}{e^x - 1}$ 11) $y = x + \frac{\ln x}{x}$ 12) $y = x + \sin x$

13) $y = \sqrt[3]{x^2} - x$ 14) $y = x \sin x$ 15) $y = \ln \cos x$ 16) $y = \sqrt{8+x} - \sqrt{8-x}$

17) $y = \ln(1 + e^x)$ 18) $y = x\sqrt{x+3}$ 19) $y = \ln\left(e + \frac{1}{x}\right)$ 20) $y = \frac{x^3}{x^2 + 3}$

2. Проверить справедливость формулы Коши для функций $f(x) = x^3$ и $\varphi(x) = x^2 + 1$ в интервале $[1, 2]$.

3. Написать формулу Коши для функций $f(x) = e^{2x}$ и $\varphi(x) = 1 + e^x$ в интервале $[a, b]$.

4. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $y = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}$ в интервале $[1, 2]$.

5. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $y = \ln \sin x$ в интервале $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$

6. Написать формулу Лагранжа для функции $y = x(1 - \ln x)$ в интервале $[a, b]$.

7. Проверить справедливость теоремы Лагранжа для функции $y = \ln x$ в интервале $[1, e]$

Математический анализ. Контрольная работа 4(неопределенный интеграл)

1. $\int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx$ 2. $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1} dx$ 3. $\int \frac{xdx}{x^4 + 3x^2 + 2}$ 4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$ 5.

$\int x^3 \sqrt[3]{1+x^2} dx$

6. $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{1-x} dx$ 7. $\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$ 8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$ 9. $\int \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}} dx$ 10.

$\int \frac{xdx}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}}}$

11. $\int xe^{-x} dx$ 12. $\int x \cdot \arctg x \cdot dx$ 13. $\int x \sin^2 x dx$ 14. $\int \sin^5 x \cdot \cos^5 x dx$ 15.

$\int \frac{dx}{\sin x \cos^4 x}$

16. $\int tg^5 x dx$ 17. $\int \sin x \sin \frac{x}{2} \sin \frac{x}{3} dx$ 18. $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$ 19. $\int \frac{\sin^2 x dx}{1 + \sin^2 x}$ 20.

$\int \frac{dx}{3 + 5tgx}$

Математический анализ. Контрольная работа 6 (функция нескольких переменных)

1. Найти частные производные функций

$$z = \frac{x}{y}; z = \ln(x^2 + y^2) \cdot (x + y); z = \operatorname{Arcctg} \frac{x}{y}; z = e^{\operatorname{tg} \frac{x}{y}}; z = \sqrt{xy + \frac{x}{y}}; z = \ln(y + \sqrt{x^2 + y^2}); u = x + \frac{x - y}{y - z};$$

$$u = \ln(xy + xz + yz); u = e^{\sin(xyz)}; u = \sin \frac{x + y + z}{xyz}$$

2. Вычислить приближенно: а) $(1,02)^3 \cdot (0,97)^2$ б) $\sqrt{(4,05)^2 + (2,93)^2}$

3. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $\rightarrow z = \frac{x}{y}; x = e^t; y = \ln t;$

$$\frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ если } \rightarrow z = u + v + uv; u = x^2 - y^2; v = e^{xy}$$

4. Найти производные второго порядка для функций $z = \ln(x^2 + y); z = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy}$

5. Исследовать на экстремум следующие функции двух переменных $z = (x - 1)^2 - 2y^2$
 $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$

Математический анализ. Контрольная работа 7(ряды)

1. Исследовать сходимость знакоположительного ряда
 1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5 + n^2 \sqrt[3]{n}}$
 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n-1}}$
 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \sqrt[3]{n^2}}{(n+1)!}$
 2. Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакпеременного ряда
 1. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{2n+1}}{n \cdot \ln n}$
 2. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n \cdot \ln n}}$
 3. Вычислить сумму ряда с указанной точностью
 1. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{1+n^3}, \delta = 0.01$
 2. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n! \cdot 2^n}, \delta = 0.001$
 4. Найти область сходимости степенного ряда
 1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \cdot x^n}{n!}$
 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n-1}}{n^3}$
 3. $\sum \frac{3^n x^n}{\sqrt[3]{n}}$
 5. Найти сумму ряда, используя поэлементное дифференцирование или интегрирование:
 1. $x^2 - 3x^4 + 5x^6 - \dots + (-1)^n (2n+1)x^{2n+2} + \dots$
 2. $\frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{x^{n+1}}{n(n+1)} + \dots$
 6. Разложить в ряд Тейлора функцию в окрестности указанной точки:
 1. $y = \frac{1}{x+5}, x_0 = 2$
 2. $y = x^3 \ln x, x_0 = 1$
 3. $y = \sqrt{1+x^3}, x_0 = 0$
 7. С помощью разложения функции в степенной ряд вычислить значение функции с точностью до 0,001:
 1. $\sqrt{0.98}$
 2. $\sqrt[4]{2000}$
 3. $\arcsin \frac{1}{3}$
 4. $\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$
 8. Используя разложение в ряд подынтегральной функции, вычислить значение интеграла с точностью до 0,001:
 1. $\int_0^1 \cos \sqrt{x} dx$
 2. $\int_0^{0.8} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$
 3. $\int_0^{0.5} (1+x^4)^{-1} dx$
-

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО НИЯУ
МИФИ по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика»

Автор(ы) Холушкин В.С.

Рецензент(ы) _____

