

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Саровский физико-технический институт -  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)  
ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра «Экономической теории, финансов и бухгалтерского учета»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой ЭТФиБУ,

к.э.н., доцент

\_\_\_\_\_ Г.Д. Беляева

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Эконометрика

наименование дисциплины

Направление подготовки (специальность)	38.03.01 «Экономика»
Наименование образовательной программы	Финансы и кредит
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Программа одобрена на заседании кафедры

Зав. кафедрой ЭТФиБУ,

к.э.н., доцент

протокол № 1 от 04.09.2023 г.

\_\_\_\_\_ Г.Д. Беляева

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

г. Саров, 2023 г.

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ЭМФ на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ЭТФиБУ, к.э.н., доцент

Г.Д. Беляева

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ЭМФ на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ЭТФиБУ, к.э.н., доцент

Г.Д. Беляева

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ЭМФ на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ЭТФиБУ, к.э.н., доцент

Г.Д. Беляева

Программа переутверждена на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ЭМФ на 202\_\_\_\_/202\_\_\_\_ учебный год.

Заведующий кафедрой ЭТФиБУ, к.э.н., доцент

Г.Д. Беляева

Семестр	В форме практической подготовки	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	КР/КП	Форма(ы) контроля, экз./зач./ЗсО/
5	0	4	144	16	16	16	60	0	Экз
<b>ИТОГО</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>144</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>60</b>	<b>0</b>	<b>36</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>АННОТАЦИЯ .....</b>	<b>5</b>
<b>1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>5</b>
<b>2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО .....</b>	<b>5</b>
<b>3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ.....</b>	<b>6</b>
<b>4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>9</b>
4.1. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам) .....	9
4.2. Интерактивные формы, используемые в учебном процессе .....	13
<b>5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>13</b>
5.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине .....	13
5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы....	14
5.2.1. Примерные вопросы к экзамену .....	14
5.3. Шкалы оценки образовательных достижений .....	16
<b>6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>17</b>
<b>7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>18</b>
<b>8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.....</b>	<b>18</b>
<b>9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>18</b>
<b>Приложение 1 .....</b>	<b>20</b>

## **АННОТАЦИЯ**

В курсе изучаются основные положения эконометрики, теоретические и практические методы разработки математических моделей для описания экономических процессов, основные этапы эконометрического исследования. Основное внимание уделяется построению адекватных моделей и навыкам интерпретации результатов.

### **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целью освоения дисциплины «Эконометрика» является овладение совокупностью математических методов, используемых для количественной оценки экономических явлений и процессов, т.е. эконометрическим моделированием.

В соответствии с поставленной целью необходимо решить следующие задачи:

- показать сущность эконометрики как науки, расположенной между экономикой, статистикой и математикой;
- научить студентов использовать данные и/или наблюдения для построения количественных зависимостей для экономических соотношений, для выявления связей, закономерностей и тенденций развития экономических явлений;
- выработать у обучающихся умение формировать экономические модели, основываясь на экономической теории или на эмпирических данных, оценивать неизвестные параметры в этих моделях, делать прогнозы и оценивать их точность, давать рекомендации по экономической политике и хозяйственной деятельности.

### **2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО**

Дисциплина «Эконометрика» является базовой дисциплиной по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» профиль «Финансы и кредит».

Изучение дисциплины базируется на знаниях математических курсов («Математический анализ», «Линейная алгебра», «Теория вероятностей и математическая статистика») и общеэкономических курсов («Микроэкономика», «Макроэкономика», «Статистика» и пр.), а также владении основами современных компьютерных технологий.

В свою очередь «Эконометрика» служит базой для изучения методов прогнозирования социально-экономических процессов, моделирования социальных процессов, тенденций макро- и микроэкономики (в таких дисциплинах, как «Финансовый менеджмент», «Аудит», «Налоги и налоговая система» и ряде других). Также дисциплина может использоваться при написании УИРС и подготовке к ГИА.

### 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

#### Профессиональные компетенции в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
<b>аналитический</b>			
Обработка массивов экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализ, оценка, интерпретация полученных результатов и обоснование выводов	Деятельность хозяйствующих субъектов, их затраты и результаты, функционирующие рынки, финансовые и информационные потоки, производственные процессы	ПК-1 Способен формировать входные массивы статистических данных, рассчитывать сводные статистические показатели в соответствии с утвержденными методиками; строить, анализировать и интерпретировать стандартные теоретические и эконометрические модели; анализировать и интерпретировать финансовую, бухгалтерскую и	З-ПК-1 Знать методы формирования входных массивов статистических данных, расчета сводных статистических показателей в соответствии с утвержденными методиками; знать стандартные теоретические и эконометрические модели; методику анализа и интерпретации финансовой, бухгалтерской и иной информации У-ПК-1 Уметь формировать

		<p>иную информацию</p> <p>Профессиональный стандарт «08.022. Статистик»</p>	<p>входные массивы статистических данных, рассчитывать сводные статистические показатели в соответствии с утвержденными методиками; строить, анализировать и интерпретировать стандартные теоретические и эконометрические модели; анализировать и интерпретировать финансовую, бухгалтерскую и иную информацию</p> <p>В-ПК-1 Владеть навыками формирования входных массивов статистических данных, расчета сводных статистических показателей в соответствии с утвержденными методиками; построения, анализа</p>
--	--	---	---

			и интерпретации стандартных теоретических и эконометрических моделей; анализа и интерпретации финансовой, бухгалтерской и иной информации
--	--	--	---



#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ\*

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недел и	Виды учебной работы					
			Лекц ии	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	Максимальный балл (см. п. 6.3)
			16	16	16	60		
Семестр №5								
1.	Тема «Введение в эконометрику»	1	2	2		8	УО, Тест, Д	2
2.	Тема «Парная линейная регрессия»	2-5	4	4	4	12	УО, Тест, 3, Д	6
3.	Тема «Нелинейная регрессия»	6-9	4	4	4	10	УО, Тест, 3	4
4.	Тема «Множественный регрессионный анализ»	10-12	2	2	4	10	УО, Тест, 3	4
5.	Тема «Системы эконометрических уравнений»	13	2	2		10	УО, Тест, 3	4
6.	Тема «Временные ряды»	14-16	2	2	4	10	УО, Тест, 3	4
Промежуточная аттестация			Экзамен				36	0 - 50
Работа в семестре								0 - 50
Итого:								100

\*Сокращение наименований форм текущего, рубежного и промежуточного контроля:

**УО** – устный опрос

**Тест** – тестирование

**З** - задания

**Д** - дискуссия

##### 4.1. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

##### Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Тема «Введение в эконометрику»	<p>Предпосылки возникновения научной дисциплины «Эконометрика». Понятие эконометрики. Задачи эконометрики.</p> <p>Особенности эконометрической модели. Этапы построения эконометрической модели. Три основных класса моделей в эконометрике: регрессионные модели с одним уравнением, системы одновременных уравнений, модели временных рядов. Виды эконометрических уравнений: парная линейная регрессия; нелинейная по переменным модель парной регрессии; нелинейная по</p>

		<p>параметрам модель парной регрессии; множественная линейная регрессия; множественная нелинейная регрессия; система независимых эконометрических уравнений; система рекурсивных эконометрических уравнений; система одновременных эконометрических уравнений.</p>
2.	Тема «Парная линейная регрессия»	<p>Регрессия, регрессионный анализ. Простая регрессия. Множественная регрессия.</p> <p>Спецификация модели. Выбор доминирующего фактора. Факторы, влияющие на отклонение фактического значения результативного признака от теоретического. Способы выбора типа уравнения парной регрессии: графический, аналитический, экспериментальный.</p> <p>Уравнение линейной регрессии. Оценка параметров уравнения линейной регрессии методом наименьших квадратов. Ковариация признаков. Выборочная дисперсия. Коэффициент регрессии.</p> <p>F-критерий Фишера при оценке значимости уравнения регрессии. Коэффициент детерминации. Стандартная ошибка коэффициентов регрессии. t-распределение Стьюдента. Доверительный интервал коэффициента регрессии.</p> <p>Точечный прогноз. Средняя ошибка прогноза. Доверительный интервал прогноза.</p>
3.	Тема «Нелинейная регрессия»	<p>Нелинейные функции. Методы оценки параметров нелинейных моделей: линеаризация, нелинейная оптимизация. Классы нелинейных моделей: нелинейные регрессии по объясняющим переменным и нелинейные регрессии по оцениваемым параметрам.</p> <p>Парабола второй степени и её применение в эконометрике. Метод наименьших квадратов для параболы второй степени. Метод Крамера для параболы второй степени. Равносторонняя гипербола. Примеры гиперболических моделей.</p> <p>Нелинейные модели по оцениваемым параметрам: внутренне линейные и внутренне нелинейные. Степенная функция и метод её линеаризации. Метод наименьших квадратов для степенной функции. Обратная модель и её линеаризация. Метод наименьших квадратов для обратной модели.</p>
4.	Тема «Множественный регрессионный анализ»	<p>Множественная регрессия. Параметры и переменные множественной регрессии, ошибка модели. Причины использования множественной регрессии. Методика построения эконометрической модели множественной регрессии.</p> <p>Отбор факторов, включаемых в модель множественной регрессии. Критерии отбора факторов: оценивание по критерию детерминации, проверка мультиколлинеарности факторов (понятие коррелированности, условия отсутствия мультиколлинеарности). Фиктивные переменные. Методы подбора факторов уравнения множественной регрессии:</p>

		<p>метод исключения, метод включения. Количество отбираемых факторов в зависимости от объема совокупности.</p> <p>Линейные модели множественной регрессии. Нелинейные модели множественной регрессии, сводящиеся к линейным. Внутренне нелинейные модели множественной регрессии.</p> <p>Линейная модель множественной регрессии: оценка параметров. Уравнение множественной регрессии в стандартизированных переменных, коэффициенты чистой регрессии. Применение МНК к уравнению множественной регрессии в стандартизированном масштабе.</p> <p>Коэффициент множественной корреляции и его анализ. Коэффициенты множественной и парной корреляции: сравнение значений. Коэффициент множественной детерминации и его анализ. Значимость уравнения множественной регрессии в целом. Частный F-критерий Фишера и его анализ. Значимость коэффициентов чистой регрессии по t-критерию Стьюдента.</p>
5.	Тема «Системы эконометрических уравнений»	<p>Сложные взаимосвязи экономических явлений и эконометрика. Системы эконометрических уравнений: системы независимых уравнений, системы рекурсивных уравнений, системы одновременных уравнений. Работа с системами независимых и рекурсивных уравнений.</p> <p>Системы одновременных уравнений: структурная и приведенная форма. Порядок перехода. Проблема идентификации: идентифицируемые, неидентифицируемые и сверхидентифицируемые модели. Идентифицируемая модель и порядок нахождения её параметров. КМНК. Неидентифицируемые модели. Сверхидентифицируемые модели и ДМНК. Необходимое и достаточное условие идентифицируемости отдельного уравнения модели, счетное правило.</p>
6.	Тема «Временные ряды»	<p>Пространственные модели и модели временных рядов. Временной ряд и его характеристики. Тенденция ряда, циклические колебания ряда и случайные факторы, влияющие на значения временного ряда. Аддитивные и мультипликативные модели временных рядов. Автокорреляция уровней ряда. Коэффициенты автокорреляции уровней ряда различного порядка. Лаг. Автокорреляционная функция и коррелограмма и их анализ.</p> <p>Этапы построения модели временных рядов. Аналитическое выравнивание временного ряда. Применение классического МНК для моделей временного ряда. Определение типа тенденции временного ряда. Моделирование сезонных колебаний. Автокорреляция в остатках. Критерий Дарбина-Уотсона. Нулевая и альтернативные гипотезы.</p>

#### Практические/семинарские занятия

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Тема «Введение в эконометрику»	<b>Вопросы для обсуждения:</b> 1. Эконометрика: определение, особенности и задачи 2. Эконометрическая модель 3. Этапы построения эконометрической модели 4. Классы эконометрической модели 5. Виды эконометрических уравнений
2.	Тема «Парная линейная регрессия»	<b>Вопросы для обсуждения:</b> 1. Регрессия 2. Парная регрессия 3. Множественная регрессия 4. Спецификация модели 5. Линейная регрессия, оценка параметров 6. Оценка существенности параметров линейной регрессии 7. Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии
3.	Тема «Нелинейная регрессия»	<b>Вопросы для обсуждения:</b> 1. Виды парных нелинейных регрессий 2. Линеаризация 3. Нелинейная оптимизация 4. Модели, нелинейные по переменным: парабола второй степени 5. Модели, нелинейные по переменным: гиперболическая модель 6. Модели, нелинейные по параметрам: внутренне нелинейные 7. Модели, нелинейные по параметрам: внутренне линейные
4.	Тема «Множественный регрессионный анализ»	<b>Вопросы для обсуждения:</b> 1. Понятие множественной регрессии 2. Отбор факторов при построении модели множественной регрессии 3. Выбор формы уравнения регрессии 4. Оценка параметров уравнения множественной линейной регрессии 5. Показатели качества уравнения множественной линейной регрессии
5.	Тема «Системы эконометрических уравнений»	<b>Вопросы для обсуждения:</b> 1. Системы уравнений, используемых в эконометрике 2. Структурная и приведенная форма модели 3. Проблема идентификации 4. Оценивание параметров структурной модели
6.	Тема «Временные ряды»	<b>Вопросы для обсуждения:</b> 1. Временные ряды 2. Характеристики временных рядов 3. Модели временных рядов

#### Лабораторные занятия

Лабораторные работы выполняются с использованием прикладной программы Microsoft Excel, которая позволяет автоматизировать некоторые эконометрические расчёты, облегчив и ускорив таким образом построение эконометрической модели. Обучающиеся на базе выполненных семинарских занятий (решение ситуационных задач) и раздаточного материала к лабораторным работам (Приложение 1 Рабочей программы) автоматизируют процесс эконометрического моделирования конкретной экономической ситуации.

#### 4.2. Интерактивные формы, используемые в учебном процессе

В ходе обучения применяются следующие интерактивные формы:

1. дискуссионное обсуждение поставленной проблемы - 2 часа практических занятий;
2. решение ситуационных задач – 10 часов практических занятий.

ИТОГО – 12 часов практических занятий.

Объем аудиторных занятий составляет 48 часов. Таким образом, интерактивные занятия от общего объема аудиторных составляют 25%.

### 5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

#### 5.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Темы занятий	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
<b>Семестр 5</b>			
Тема 1. Введение в эконометрику	ПК-1	З-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1	УО, Тест, Д - 1
Тема 2. Парная линейная регрессия			УО, Тест, З, Д – 2, 3, 4, 5
Тема 3. Нелинейная регрессия			УО, Тест, З – 6, 7, 8, 9

Тема 4. Множественный регрессионный анализ			УО, Тест, 3 – 10, 11, 12
Тема 5. Системы эконометрических уравнений			УО, Тест, 3 -13
Тема 6. Временные ряды			УО, Тест, 3 – 14,15,16
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>ПК-1</b>	<b>З-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1</b>	<b>Экзамен</b>

## **5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **5.2.1. Примерные вопросы к экзамену**

1. Понятие «эконометрика». Предпосылки возникновения научной дисциплины «Эконометрика».
2. Эконометрическая модель.
3. Этапы построения эконометрической модели.
4. Основные классы эконометрических моделей.
5. Основные виды эконометрических уравнений.
6. Регрессия, регрессионный анализ.
7. Парная и множественная регрессия.
8. Спецификация эконометрической модели.
9. Анализ факторов, участвующих в модели.
10. Способы выбора типа уравнений парной регрессии.
11. Уравнение линейной регрессии и оценка его параметров.
12. Ковариация признаков, выборочная дисперсия и коэффициент регрессии.
13. Оценка значимости уравнения регрессии (F-критерий Фишера).
14. Коэффициент детерминации.
15. Стандартные ошибки коэффициентов регрессии. t-критерий Стьюдента.
16. Доверительный интервал коэффициентов регрессии.
17. Точечный прогноз. Средняя ошибка и доверительный интервал прогноза.
18. Нелинейные эконометрические модели.
19. Линеаризация нелинейных функций.

20. Нелинейная оптимизация.
21. Нелинейные регрессии по объясняющим переменным.
22. Нелинейные регрессии по оцениваемым параметрам.
23. Использование параболы второй степени в эконометрических моделях.
24. Использование равносторонней гиперболы в эконометрических моделях.
25. Внутренне линейные нелинейные модели (по оцениваемым параметрам).
26. Внутренне нелинейные нелинейные модели (по оцениваемым параметрам).
27. Использование степенной функции в эконометрических моделях.
28. Использование обратной функции в эконометрических моделях.
29. Методика построения множественной регрессионной модели, причины её использования.
30. Параметры и переменные множественной регрессионной модели, ошибки модели.
31. Отбор факторов, включаемых в модель множественной регрессии. Критерий детерминации.
32. Отбор факторов, включаемых в модель множественной регрессии. Проверка мультиколлинеарности.
33. Фиктивные переменные.
34. Методы подбора факторов уравнения множественной регрессии.
35. Линейные модели множественной регрессии и оценка параметров в них.
36. Нелинейные модели множественной регрессии.
37. Уравнение множественной регрессии в стандартизированном масштабе.
38. Множественная и парная корреляция.
39. Коэффициент множественной детерминации.
40. Значимость уравнения множественной регрессии.
41. Частный F-критерий Фишера.
42. Значимость коэффициентов чистой регрессии по t-критерию Стьюдента.
43. Виды систем эконометрических уравнений и их особенности.
44. Работа с системами независимых уравнений.
45. Работа с системами рекурсивных уравнений.
46. Работа с системами одновременных уравнений: структурная и приведённая форма.
47. Проблема идентификации модели.
48. Идентифицируемая модель и работа с ней.
49. Неидентифицируемая модель и работа с ней.

50. Сверхидентифицируемая модель и работа с ней.
51. Счетное правило.
52. Временной ряд и его характеристики.
53. Факторы, влияющие на значения временного ряда.
54. Модели временных рядов.
55. Автокорреляция уровней ряда.
56. Этапы построения модели временных рядов.
57. Критерий Дарбина-Уотсона.

### 5.3. Шкалы оценки образовательных достижений

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 –		Оценка «удовлетворительно»



60-64	«удовлетворительно»	Е	выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	Ф	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Антохонова, И. В. Методы прогнозирования социально-экономических процессов : учеб. пособие для вузов – М.: Юрайт, 2019. – 213 с.
2. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник и практикум для бакалавриата, специалитета и магистратуры / под общ. ред. Г. А. Медведева — М.: Юрайт, 2020. – 284 с.
3. Кремер, Н. Ш. Высшая математика для экономистов в 3 ч. Часть 1: учебник и практикум для СПО – М.: Юрайт, 2019. – 276 с.
4. Кремер, Н. Ш. Высшая математика для экономистов в 3 ч. Часть 2: учебник и практикум для СПО – М.: Юрайт, 2019. – 241 с.
5. Кремер, Н. Ш. Высшая математика для экономистов в 3 ч. Часть 3: учебник и практикум для СПО – М.: Юрайт, 2019. – 417 с.
6. Тимофеев, В. С. Эконометрика : учебник для академического бакалавриата – М.: Юрайт, 2018. – 328 с.

### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов, Мхитарян, Шишов: Статистический анализ данных в MS Excel – М.: ИНФРА-М, 2019. – 320 с.

2. Рудык, Б. М. Математический анализ для экономистов: учебник и практикум для академического бакалавриата – М.: Юрайт, 2019. – 356 с.
3. Фомин, Г. П. Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности: учебник для бакалавров – М.: Юрайт, 2019. – 462 с.

#### **ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:**

Специальное программное обеспечение не требуется

#### **LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:**

1. <http://www.consultant.ru> – Общероссийская сеть распространения правовой информации «Консультант Плюс»
2. <http://www.statistica.ru> – статистический портал
3. встроенная справка и обучение в прикладной программе Excel

### **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение включает в себя аудитории и кабинеты, оборудованные мультимедийными средствами обучения, компьютерные классы.

Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, компьютеры подключены к сети Интернет. Наличие копировальной и множительной техники позволяет обеспечить каждого студента необходимыми для обучения раздаточными материалами.

### **8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

В соответствии с требованиями ОС ВО по направлению 38.03.01 «Экономика» реализация компетентностного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков студентов. В рамках учебного курса студенты работают с лекциями, рекомендованной литературой, готовятся к тестированию, выполняют домашние задания. В процессе подготовки студенты используют специализированные программные продукты.

### **9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

В процессе освоения дисциплины студенту необходимо посетить все виды занятий, предусмотренные рабочей программой дисциплины и выполнить задания, предлагаемые преподавателем для успешного освоения дисциплины.

При подготовке к лекции необходимо продумать место темы в курсе, ее связь с предыдущим и уже изученным материалом, ознакомиться с рекомендуемой литературой. После прослушивания лекции следует изучить законспектированные материалы, проработать основные понятия, найти и сформулировать ответы на вопросы для самоконтроля.

В ходе подготовки к практическому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы. Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

Обеспечение образования инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья при реализации дисциплины «Управление изменениями» может осуществляться в адаптированном виде с учетом специфики освоения и дидактических требований, исходя из индивидуальных возможностей по личному заявлению студента.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ОС НИЯУ МИФИ (ФГОС) и учебным планом основной образовательной программы (программ).

Автор(ы): ст. преподаватель кафедры

Е.А. Борькина

Рецензент(ы):

## **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

### **по дисциплине «Эконометрика»**

#### **1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

##### **1.1. Область применения**

Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины «Эконометрика» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

##### **1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств**

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям ОС НИЯУ МИФИ.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Эконометрика» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данного курса;
- контроль и оценка степени освоения общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, предусмотренных в рамках данного курса;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данного курса.

##### **1.3. Контролируемые компетенции и планируемые результаты обучения**

ОС НИЯУ МИФИ по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» и рабочая программа дисциплины «Эконометрика» бакалаврской программы «Экономика» в рамках профиля «Финансы и кредит» предусмотрено формирование следующих универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций:

**Профессиональные компетенции в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:**

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
<b>аналитический</b>			
Обработка массивов экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализ, оценка, интерпретация полученных результатов и обоснование выводов	Деятельность хозяйствующих субъектов, их затраты и результаты, функционирующие рынки, финансовые и информационные потоки, производственные процессы	<p>ПК-1 Способен формировать входные массивы статистических данных, рассчитывать сводные статистические показатели в соответствии с утвержденными методиками; строить, анализировать и интерпретировать стандартные теоретические и эконометрические модели; анализировать и интерпретировать финансовую, бухгалтерскую и иную информацию</p> <p>Профессиональный стандарт «08.022. Статистик»</p>	<p>З-ПК-1 Знать методы формирования входных массивов статистических данных, расчета сводных статистических показателей в соответствии с утвержденными методиками; знать стандартные теоретические и эконометрические модели; методику анализа и интерпретации финансовой, бухгалтерской и иной информации</p> <p>У-ПК-1 Уметь формировать входные массивы статистических данных, рассчитывать сводные статистические показатели в соответствии с утвержденными методиками; строить, анализировать и интерпретировать стандартные теоретические и эконометрические модели; анализировать и интерпретировать финансовую, бухгалтерскую и</p>

			иную информацию В-ПК-1 Владеть навыками формирования входных массивов статистических данных, расчета сводных статистических показателей в соответствии с утвержденными методиками; построения, анализа и интерпретации стандартных теоретических и эконометрических моделей; анализа и интерпретации финансовой, бухгалтерской и иной информации
--	--	--	--

#### 1.4. Промежуточная аттестация по дисциплине

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Эконометрика» является:

5 семестр – экзамен.

#### 1.5. Перечень оценочных средств, используемых для текущей аттестации

Код	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
УО	Устный опрос	Средство контроля организованное как опрос обучающегося по темам практических занятий изучаемой дисциплины и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенной теме	Вопросы по темам дисциплины
З	Ситуационное задание	Учебная задача, сформулированная в терминах и условиях конкретной ситуации, которая может встретиться на практике.	Задание
Д	Дискуссия	Оценочное средство, позволяющее включить обучающихся в процесс обсуждения проблемы и оценить их умение аргументировать собственную точку зрения.	Перечень тем дискуссий

Тест	Тестирование	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру изменения уровня знаний и умений обучающихся	Фонд тестовых заданий
Экз	Экзамен по дисциплине	Итоговая форма оценки знаний по дисциплине	Комплект утвержденных вопросов к экзамену

### 1.6. Этапы формирования компетенций

Темы занятий	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
<b>Семестр 5</b>			
Тема 1. Введение в эконометрику	ПК-1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1	УО, Тест, Д - 1
Тема 2. Парная линейная регрессия			УО, Тест, 3, Д – 2, 3, 4, 5
Тема 3. Нелинейная регрессия			УО, Тест, 3 – 6, 7, 8, 9
Тема 4. Множественный регрессионный анализ			УО, Тест, 3 – 10, 11, 12
Тема 5. Системы эконометрических уравнений			УО, Тест, 3 -13
Тема 6. Временные ряды			УО, Тест, 3 – 14,15,16
<b>Промежуточная аттестация</b>	ПК-1	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1	<b>Экзамен</b>

## 2. ПРИМЕРНЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

### 2.1. Оценочные средства для текущего контроля

#### 2.1.1. Примерные вопросы для устного опроса

##### Типовые вопросы для контроля усвоения знаний

1. Эконометрика: определение, особенности и задачи
2. Эконометрическая модель
3. Классы эконометрической модели
4. Виды эконометрических уравнений
5. Регрессия
6. Парная регрессия
7. Множественная регрессия
8. Виды парных нелинейных регрессий
9. Понятие множественной регрессии
10. Системы уравнений, используемых в эконометрике
11. Временные ряды
12. Характеристики временных рядов
13. Модели временных рядов

#### **Типовые вопросы для контроля усвоенных умений**

1. Этапы построения эконометрической модели
2. Линейная регрессия, оценка параметров
3. Оценка существенности параметров линейной регрессии
4. Интервалы прогноза по линейному уравнению регрессии
5. Модели, нелинейные по переменным: парабола второй степени
6. Модели, нелинейные по переменным: гиперболическая модель
7. Модели, нелинейные по параметрам: внутренне нелинейные
8. Модели, нелинейные по параметрам: внутренне линейные
9. Отбор факторов при построении модели множественной регрессии
10. Выбор формы уравнения регрессии
11. Оценка параметров уравнения множественной линейной регрессии
12. Показатели качества уравнения множественной линейной регрессии
13. Оценивание параметров структурной модели

#### **Типовые вопросы для контроля освоенных владений**

1. Спецификация модели
2. Линеаризация
3. Нелинейная оптимизация
4. Структурная и приведенная форма модели
5. Проблема идентификации

#### **2.1.2. Типовые практические задания**

##### 2.1.2.1. Пример решения ситуационной задачи по теме «Линейная регрессия»

Сквозная задача по нескольким разделам дисциплины (темы 2, 3, 4)

По данным проведенного исследования 8 предприятий известны уровни расходов на социальные программы в соответствии с уровнем прибыли.

Таблица 1

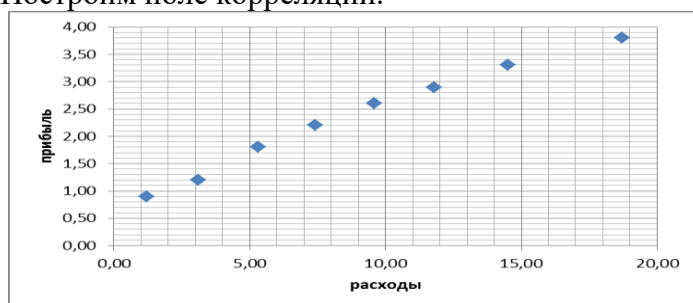
Расходы на социальные программы, у, млн.руб.	0,9	1,2	1,8	2,2	2,6	2,9	3,3	3,8
Прибыль предприятия, х, млн.руб.	1,2	3,1	5,3	7,4	9,6	11,8	14,5	18,7

Необходимо построить эконометрическую модель, выявить её адекватность для прогнозирования и определить прогнозные значения модели.

#### **Решение:**



Построим поле корреляции.



По графику видно, что точки выстраиваются в некоторую прямую линию. Следовательно, связь между уровнем прибыли предприятия и его расходами на социальные программы линейная.

Для удобства дальнейших вычислений составим таблицу.

1. заполним столбцы 2 и 3 данными из задания
2. рассчитаем значения в столбцах 4-6

Таблица 2

Предприятие	x	y	x*y	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$
I	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1,20	0,90	1,08	1,44	0,81			
2	3,10	1,20	3,72	9,61	1,44			
3	5,30	1,80	9,54	28,09	3,24			
4	7,40	2,20	16,28	54,76	4,84			
5	9,60	2,60	24,96	92,16	6,76			
6	11,80	2,90	34,22	139,24	8,41			
7	14,50	3,30	47,85	210,25	10,89			
8	18,70	3,80	71,06	349,69	14,44			
Итого	71,60	18,70	208,71	885,24	50,83			
Среднее значение	8,95	2,34	26,09	110,66	6,35			

3. Определим значения дисперсии ( $D$ ) и стандартного отклонения ( $\sigma$ ) для переменных  $x$  и  $y$ . Запишем в таблицу 3.

Таблица 3

	x	y
$D^I$	30,553	0,890
$\sigma$	5,527	0,943

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}, \quad \sigma = \sqrt{D}$$

4. Рассчитаем параметры  $a$  и  $b$  линейного уравнения  $\hat{y}_x = a + b * x$ . Для этого

воспользуемся формулами  $b = \frac{yx - \bar{y} * \bar{x}}{x^2 - \bar{x}^2}$ , где знаменатель – это дисперсия переменной  $x$  и  $a = \bar{y} - b\bar{x}$

$$b = \frac{26,09 - 2,34 * 8,95}{30,553} = 0,169$$

$$a = 2,34 - 0,169 * 8,95 = 0,824$$

Линейное уравнение для данной зависимости имеет вид:  $\hat{y}_x = 0,824 + 0,169 * x$ .

Следовательно, при увеличении прибыли предприятия на 1 млн.руб., расходы на социальные программы увеличатся на 169 тыс.руб. (0,169 млн.руб.)

5. Заполним столбцы 7-9 таблицы 2

Предприятие	x	y	x*y	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$
I	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1,20	0,90	1,08	1,44	0,81	1,027	-0,127	0,01601

2	3,10	1,20	3,72	9,61	1,44	1,348	-0,148	0,02189
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
3	5,30	1,80	9,54	28,09	3,24	1,720	0,080	0,00639
4	7,40	2,20	16,28	54,76	4,84	2,075	0,125	0,01555
5	9,60	2,60	24,96	92,16	6,76	2,447	0,153	0,02327
6	11,80	2,90	34,22	139,24	8,41	2,820	0,080	0,00647
7	14,50	3,30	47,85	210,25	10,89	3,276	0,024	0,00056
8	18,70	3,80	71,06	349,69	14,44	3,987	-0,187	0,03488
Итого	71,60	18,70	208,71	885,24	50,83	18,700	0,000	0,12501
Среднее значение	8,95	2,34	26,09	110,66	6,35	2,338	-	0,01563

6. Рассчитаем коэффициент корреляции по формуле:

$$R_{xy} = b * \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 0,169 * \frac{5,527}{0,943} = 0,991$$

Близость коэффициента корреляции к 1 указывает на тесную линейную связь между признаками.

Коэффициент детерминации  $R_{xy}^2 = 0,991^2 = 0,982$  показывает, что уравнением регрессии объясняется 98,2% дисперсии результативного признака, а на долю прочих факторов приходится 1,8%.

7. Оценим качество уравнения регрессии в целом, используя F-критерий Фишера.

Расчетное значение:

$$F_{\text{расч.}} = \frac{R_{xy}^2}{1 - R_{xy}^2} * (n - 2) = \frac{0,982}{1 - 0,982} * (8 - 2) = 327,33$$

Табличное значение при уровне значимости  $\alpha=0,05$ ;  $k_1=1$  (кол-во факторов  $x$ ),  $k_2=n-m-1=8-1-1=6$ :  $F_{\text{табл.}}=5,99$ .

Так как  $F_{\text{расч.}} > F_{\text{табл.}}$ , то признается статистическая значимость уравнения регрессии в целом.

8. Определим стандартную ошибку параметров уравнения линейной регрессии.

а) стандартная ошибка коэффициента регрессии  $b$

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2 / (n - 2)}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{S^2}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

$$m_b = \sqrt{\frac{0,12501 / 6}{D_x * n}} = \sqrt{\frac{0,020835}{D_x * n}} = \frac{\sqrt{0,020835}}{\sqrt{D_x * n}} = \frac{0,144}{\sqrt{D_x} * \sqrt{n}} = \frac{0,144}{\sigma_x * \sqrt{n}}$$

$$= \frac{0,144}{5,527 * 2,83} = 0,00921$$

б) стандартная ошибка параметра  $a$

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n - 2} * \frac{\sum x^2}{n \sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{S^2 * \frac{\sum x^2}{n \sum (x - \bar{x})^2}}$$

$$m_a = \sqrt{0,12501 / 6} * \sqrt{\frac{\sum x^2}{n \sum (x - \bar{x})^2}} = 0,144 * \sqrt{\frac{885,25}{D_x * n^2}} = 0,144 * \frac{\sqrt{885,25}}{\sigma_x * n} = 0,144 * \frac{29,753}{5,527 * 8} = 0,0969$$

Сам показатель стандартной ошибки ни о чём не говорит. Просто, чем меньше стандартная ошибка и больше объем выборки, тем выборка считается более достоверной. Показатели стандартной ошибки используются для дальнейших вычислений.

9. Оценим статистическую значимость коэффициентов регрессии при помощи t-критерия Стьюдента каждого из показателей.

а) t-критерий Стьюдента фактический коэффициента регрессии  $b$

$$t_b = \frac{b}{m_b} = \frac{0,169}{0,00924} = 18,29$$

б) t-критерий Стьюдента фактический параметра  $a$

$$t_a = \frac{a}{m_a} = \frac{0,824}{0,0969} = 8,5$$

Табличное значение при уровне значимости  $\alpha=0,05$ ; степени свободы  $(n-2)=8-2=6$  равно  $t_{\text{табл.}}=2,4469$

Так как  $t_a > t_{\text{табл.}}$  и  $t_b > t_{\text{табл.}}$ , то признаем статистическую значимость параметров регрессии.

**10.** Оценим статистическую значимость коэффициентов регрессии при помощи доверительных интервалов каждого из показателей.

а) доверительный интервал коэффициента регрессии  $b$

$$(b - t_{\text{табл.}} * m_b) \leq b \leq (b + t_{\text{табл.}} * m_b)$$

$$(0,169 - 2,4469 * 0,00921) \leq b \leq (0,169 + 2,4469 * 0,00921)$$

$$0,147 \leq b \leq 0,192$$

б) доверительный интервал параметра  $a$

$$(a - t_{\text{табл.}} * m_a) \leq a \leq (a + t_{\text{табл.}} * m_a)$$

$$(0,824 - 2,4469 * 0,0969) \leq a \leq (0,824 + 2,4469 * 0,0969)$$

$$0,587 \leq a \leq 1,061$$

Следовательно, с вероятностью  $(1-\alpha)=1-0,05=0,95$  или 95% значения параметров  $a$  и  $b$  будут находиться в заданных интервалах.

Таким образом, в целом по проведенному исследованию мы можем сделать вывод о состоятельности выбранного уравнения регрессии для данной модели. Следовательно, она может быть использована в дальнейшем для составления прогнозов.

**11.** Определить, какую сумму потратит предприятие на социальные программы при увеличении прибыли на 25% от среднего уровня. Следовательно, уровень прибыли составит  $x_0 = 1,25 * \bar{x} = 1,25 * 8,95 = 11,188$ . Т.е. найдём уровень социальных расходов при уровне прибыли 11 188 тыс.рублей.

$$\hat{y}_0 = 0,824 + 0,169 * 11,188 = 2,715$$

Т.о. если прибыль предприятия составит 11 188 тыс.рублей, расходы на социальные программы составят 2 715 тыс.рублей.

**12.** Найдём ошибку прогноза и его доверительный интервал

а) ошибка прогноза

$$m_{\hat{y}_x} = S * \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

$$m_{\hat{y}_x} = 0,144 * \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{(11,188 - 8,95)^2}{D_x * n}} = 0,144 * \sqrt{0,125 + \frac{5,009}{30,553 * 8}} = 0,055$$

б) доверительный интервал  $\hat{y}_x - m_{\hat{y}_x} * t_{\text{табл.}} \leq y^* \leq \hat{y}_x + m_{\hat{y}_x} * t_{\text{табл.}}$

$$2,715 - 0,055 * 2,4469 \leq y^* \leq 2,715 + 0,055 * 2,4469$$

$$2,5804 \leq y^* \leq 2,8496$$

Следовательно, с вероятностью 95% расходы на социальные программы при уровне прибыли 11,188 млн. рублей будут находиться в пределах найденных доверительных интервалов.

Варианты ситуационных задач по теме «Линейная модель парной регрессии»

#### Вариант 1

В результате проведенного исследования 5 предприятий обнаружены следующие зависимости их доходов от расходов:

Расходы предприятия, х, млн.руб.	1,2	2,8	15,4	12,1	15,0
Доходы предприятия, у, млн.руб.	2,5	5,1	22,0	28,5	23,1

#### Вариант 2

В результате проведенного исследования 4 предприятий обнаружены следующие зависимости прибыли предприятия от его объемов реализации:

Объемы реализации, х, млн.руб.	6,0	11,0	28,3	12,5
Прибыль предприятия, у, млн.руб.	3,1	5,5	19,0	3,6

#### Вариант 3

В результате проведенного исследования 6 предприятий обнаружены следующие зависимости прибыли предприятия от среднесписочной численности персонала:

Среднесписочная численность персонала, х, чел.	150	210	800	350	140	900
Прибыль предприятия, у, млн.руб.	10,0	15,1	45,3	20,0	12,0	51,5

#### Вариант 4

В результате проведенного исследования 5 предприятий обнаружены следующие зависимости расходов на оплату труда от среднесписочной численности персонала:

Среднесписочная численность персонала, х, чел.	100	210	50	300	450
Расходы на оплату труда, у, млн.руб.	10,0	22,5	4,5	45,0	51,0

#### Вариант 5

В результате проведенного исследования 6 предприятий обнаружены следующие зависимости доходов предприятия от размеров производственных площадей:

Размер производственных площадей, х, м <sup>2</sup>	100,2	950,0	142,3	250,0	42,0	1200,0
Доходы предприятия, у, млн.руб.	136,0	1500,0	185,0	360,0	50,0	2100,0

#### Вариант 6

В результате проведенного исследования 6 предприятий обнаружены следующие зависимости уровня средней заработной платы на предприятии от его прибыли:

Прибыль предприятия, х, млн.руб.	400,0	150,0	200,0	350,5	146,0	300,2
Средняя заработная плата, у, тыс.руб.	55,0	25,0	30,5	32,1	21,0	49,8

#### Вариант 7

В результате проведенного исследования 5 предприятий обнаружены следующие зависимости объемов реализации продукции от расходов на рекламу:

Расходы на рекламу, х, млн.руб.	10,0	12,0	25,0	0,5	1,5
Объемы реализации продукции, у, млн.руб.	45,0	46,5	73,4	1,2	3,8

#### Вариант 8

В результате проведенного исследования 6 предприятий обнаружены следующие зависимости прибыли предприятия от стоимости основных производственных фондов:

Стоимость основных производственных фондов, х, млн.руб.	22,1	10,6	13,5	10,1	6,0	12,0
Прибыль предприятия, у, млн.руб.	15,3	1,8	2,5	1,5	1,0	3,5

#### Вариант 9

В результате проведенного исследования 5 предприятий обнаружены следующие зависимости расходов на оплату премии сотрудникам от финансового результата деятельности предприятия:

Прибыль предприятия, х, млн.руб.	10,0	25,6	140,0	56,0	8,5
Расходы на оплату премиальных, у, млн.руб.	2,5	18,0	90,3	12,5	5,0

#### Вариант 10

В результате проведенного исследования 5 предприятий обнаружены следующие зависимости прибыли предприятия от стоимости использованных оборотных фондов предприятия:

Стоимость использованных оборотных фондов, х, млн.руб.	5,5	12,3	75,6	4,5	10,0
--	-----	------	------	-----	------

Прибыль предприятия, у, млн.руб.	6,3	10,1	80,0	5,3	12,6
----------------------------------	-----	------	------	-----	------

#### Вариант 11

В результате проведенного исследования 6 предприятий обнаружены следующие зависимости объемов выпуска продукции от стоимости основных производственных фондов:

Стоимость основных производственных фондов, х, млн.руб.	22,0	30,1	10,5	8,3	8,0	12,2
Объем выпуска продукции, у, млн.руб.	45,0	48,0	22,3	32,0	20,0	24,0

#### Вариант 12

В результате проведенного исследования 5 предприятий обнаружены следующие зависимости расходов на обновление оборудования от полученной прибыли:

Прибыль предприятия, х, млн.руб.	120,0	145,5	58,3	65,0	12,5
Расходы на обновление оборудования, у, млн.руб.	35,0	38,5	10,5	12,0	6,0

#### Вариант 13

В результате проведенного исследования 5 предприятий обнаружены следующие зависимости расходов на повышение квалификации работников от прибыли предприятия:

Прибыль предприятия, х, млн.руб.	65,0	12,5	17,8	23,0	120,0
Расходы на повышение квалификации работников, у, млн.руб.	31,0	5,4	8,0	12,5	80,0

#### Вариант 14

В результате проведенного исследования 6 предприятий обнаружены следующие зависимости отчислений в резервный фонд предприятия от его финансового результата:

Прибыль предприятия, х, млн.руб.	100,5	52,0	10,6	18,0	5,5	3,0
Отчисления в резервный фонд, у, млн.руб.	10,1	6,0	2,5	2,6	1,2	0,5

#### Вариант 15

В результате проведенного исследования 4 предприятий обнаружены следующие зависимости объемов выпуска продукции от размеров использованных оборотных фондов предприятия:

Размер использованных оборотных фондов, х, млн.руб.	12,5	25,6	30,1	20,0
Объем выпуска продукции, у, млн.руб.	73,0	120,0	130,0	100,0

### 2.1.2.2. Пример решения ситуационной задачи по теме «Нелинейная регрессия»

Сквозная задача по нескольким разделам дисциплины (темы 2, 3, 4)

Проанализируем пример предполагая, что связь между показателями имеет нелинейный характер.

По данным проведенного исследования 8 предприятий известны уровни расходов на социальные программы в соответствии с уровнем прибыли.

Таблица 1

Найдем параметры следующих нелинейных уравнений:

а)  $y = a + b * \sqrt{x} + \varepsilon$  ;

б)  $y = a * x^b * \varepsilon$  ;

#### Решение:

а)  $y = a + b * \sqrt{x} + \varepsilon$

Для нахождения параметров регрессии сделаем замену  $z = \sqrt{x}$  (уравнение сводится к линейному  $y = a + b * z$ ) и составим вспомогательную таблицу 2, заполним столбцы 2-6:

Таблица 2

Предприятие	x	z	y	z*y	z <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$\varepsilon = y - \hat{y}_x$	$\varepsilon^2$	$y - \bar{y}_x$	$(y - \bar{y}_x)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

1	1,2	1,0954	0,9	0,9859	1,2					
2	3,1	1,7607	1,2	2,1128	3,1					
3	5,3	2,3022	1,8	4,1439	5,3					
4	7,4	2,7203	2,2	5,9846	7,4					
5	9,6	3,0984	2,6	8,0558	9,6					
6	11,8	3,4351	2,9	9,9618	11,8					
7	14,5	3,8079	3,3	12,5660	14,5					
8	18,7	4,3243	3,8	16,4325	18,7					
Итого	71,6	22,5443	18,7	60,2435	71,6					
Среднее значение	8,95	2,8180	2,3375	7,5304	8,95					

Определим параметры  $a$  и  $b$  уравнения регрессии.

$$b = \frac{yz - \bar{y} * \bar{z}}{\bar{z}^2 - \bar{z}^2}; \quad a = \bar{y} - b\bar{z}$$

$$b = \frac{7,53 - 2,34 * 2,82}{8,95 - 2,82 * 2,82} = \frac{0,9312}{0,9976} = 0,9334$$

$$a = 2,3375 - 0,9334 * 2,818 = -0,2928$$

Следовательно, уравнение регрессии будет  $y = -0,2928 + 0,9334 * \sqrt{x}$ .

Заполним столбцы 7-9 таблицы 2.

Таблица 2

Предприятие	x	z	y	z*y	z <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$\varepsilon = y - \hat{y}_x$	$\varepsilon^2$	$y - \bar{y}_x$	$(y - \bar{y}_x)^2$
<b>I</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>
1	1,20	1,0954	0,90	0,9859	1,20	0,7266	0,1734	0,0301		
2	3,10	1,7607	1,20	2,1128	3,10	1,3487	-0,1487	0,0221		
3	5,30	2,3022	1,80	4,1439	5,30	1,8551	-0,0551	0,0030		
4	7,40	2,7203	2,20	5,9846	7,40	2,2461	-0,0461	0,0021		
5	9,60	3,0984	2,60	8,0558	9,60	2,5997	0,0003	0,0000		
6	11,80	3,4351	2,90	9,9618	11,80	2,9146	-0,0146	0,0002		
7	14,50	3,8079	3,30	12,5660	14,50	3,2632	0,0368	0,0014		
8	18,70	4,3243	3,80	16,4325	18,70	3,7462	0,0538	0,0029		
Итого	71,60	22,5443	18,70	60,2435	71,60	18,7000	0,0000	0,0618		
Среднее значение	8,95	2,8180	2,34	7,5304	8,95	2,3375	-	-		

Заполним столбцы 10-11 таблицы 2.

Предприятие	$y - \bar{y}_x$	$(y - \bar{y}_x)^2$
<b>I</b>	<b>10</b>	<b>11</b>
1	-1,4375	2,0664
2	-1,1375	1,2939
3	-0,5375	0,2889
4	-0,1375	0,0189
5	0,2625	0,0689
6	0,5625	0,3164
7	0,9625	0,9264
8	1,4625	2,1389
Итого	0,0000	7,1188
Среднее значение	-	-

Определим индекс корреляции для уравнения регрессии:

$$\rho = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}$$

$$\rho = \sqrt{1 - \frac{0,0618}{7,1188}} = \sqrt{0,9913} = 0,9957$$

Близость коэффициента корреляции к 1 указывает на тесную линейную связь между признаками.

Определим индекс детерминации  $\rho^2=0,9957^2=0,9914$ . Он показывает, что уравнением регрессии объясняется 99,14% дисперсии результативного признака, а на долю прочих факторов приходится 0,86%.

$$F\text{-критерий Фишера: } F = \frac{\rho^2}{1-\rho^2} * \frac{n-m-1}{m} = \frac{0,9914}{1-0,9914} * \frac{8-1-1}{1} = 691,67$$

Так как фактическое значение критерия Фишера 691,67 намного превышает его табличное значение (при  $k_1=1$  и  $k_2=6$ ) 5,99, то признается статистическая значимость уравнения регрессии в целом.

б)  $y = a * x^b * \varepsilon$

Для нахождения параметров  $a$  и  $b$  уравнения необходимо провести его линеаризацию  $\ln y = \ln a + b \ln x + \ln \varepsilon$ . Обозначим  $Y=\ln y$ ,  $A=\ln a$ ,  $X=\ln x$ ,  $E=\ln \varepsilon$ . Получаем линейное уравнение регрессии  $Y=A+b*X+E$ . Составим вспомогательную таблицу:

Таблица 3

Предприятие	X	Y	X*Y	X <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$\varepsilon = y - \hat{y}_x$	$\varepsilon^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,1823	-0,1054	-0,0192	0,0332			
2	1,1314	0,1823	0,2063	1,2801			
3	1,6677	0,5878	0,9803	2,7812			
4	2,0015	0,7885	1,5781	4,0059			
5	2,2618	0,9555	2,1611	5,1156			
6	2,4681	1,0647	2,6278	6,0915			
7	2,6741	1,1939	3,1927	7,1511			
8	2,9285	1,3350	3,9096	8,5763			
Итого	15,3154	6,0024	14,6367	35,0349			
Среднее значение	1,9144	0,7503	1,8296	4,3794			

Определим параметры  $a$  и  $b$  уравнения регрессии.

$$b = \frac{YX - \bar{Y} * \bar{X}}{X^2 - \bar{X}^2}; \quad A = \bar{Y} - b * \bar{X}$$

$$b = \frac{1,8296 - 0,7503 * 1,9144}{4,3794 - 1,9144 * 1,9144} = \frac{0,3932}{0,7145} = 0,5503$$

$$A = 0,7503 - 0,5503 * 1,9144 = -0,3032$$

Уравнение регрессии будет:  $\hat{Y}_x = -0,3032 + 0,5503 * X$ . Проведем процедуру потенцирования:

- $A = \ln a = -0,3032$ ;  $a = e^{-0,3032} = 2,7183^{-0,3032} = 0,7385$
- $\ln y = \ln a + b * \ln x = \ln a + \ln x^b = \ln (a * x^b)$ ;  $\Rightarrow \hat{y} = a * x^b = 0,7385 * x^{0,5503}$

Заполним столбцы 6-8 таблицы 3:

Таблица 3

Предприятие	X	Y	X*Y	X <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$\varepsilon = y - \hat{y}_x$	$\varepsilon^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,1823	-0,1054	-0,0192	0,0332	0,8162	0,0838	0,0070
2	1,1314	0,1823	0,2063	1,2801	1,3761	-0,1761	0,0310
3	1,6677	0,5878	0,9803	2,7812	1,8487	-0,0487	0,0024
4	2,0015	0,7885	1,5781	4,0059	2,2216	-0,0216	0,0005
5	2,2618	0,9555	2,1611	5,1156	2,5638	0,0362	0,0013
6	2,4681	1,0647	2,6278	6,0915	2,8721	0,0279	0,0008
7	2,6741	1,1939	3,1927	7,1511	3,2171	0,0829	0,0069
8	2,9285	1,3350	3,9096	8,5763	3,7006	0,0994	0,0099
Итого	15,3154	6,0024	14,6367	35,0349	18,6162	-	0,0597
Среднее значение	1,9144	0,7503	1,8296	4,3794	2,3270	-	0,0075

Определим индекс корреляции для уравнения регрессии (данные возьмем из столбца 11 таблицы 2):

$$\rho = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{0,05972}{7,1188}} = \sqrt{0,9916} = 0,9958$$

Связь между переменными тесная линейная. Индекс детерминации  $\rho^2 = 0,9958^2 = 0,9916$ . Уравнением регрессии объясняется 99,16% дисперсии результативного признака, прочими факторами 0,84%

F-критерий Фишера:

$$F = \frac{\rho^2}{1 - \rho^2} * \frac{n - m - 1}{m} = \frac{0,9916}{1 - 0,9916} * \frac{8 - 1 - 1}{1} = 708,29$$

Фактическое значение критерия больше табличного (=5,99), следовательно, уравнение регрессии статистически значимо.

Сравним и проанализируем построенные модели:

Модель	Индекс детерминации
Модель с квадратным корнем $y = a + b * \sqrt{x} + \varepsilon$	0,9914
Степенная модель $y = a * x^b * \varepsilon$	0,9916

Наиболее точно объясняет уравнение регрессии степенная модель.

### 2.1.2.3. Пример решения ситуационной задачи по теме «Множественная линейная регрессия»

Сквозная задача по нескольким разделам дисциплины (темы 2, 3, 4)

Проанализируем пример, рассмотренный на предыдущих семинарах предполагая, что уровень расходов на социальные программы находится в зависимости от прибыли предприятия ( $x_1$ ), курса 1\$ США к рублю ( $x_2$ ) и от количества работающих сотрудников ( $x_3$ ).

По данным проведенного исследования 8 предприятий получены следующие данные.

Таблица 1

Расходы на социальные программы, у, млн.руб.	0,9	1,2	1,8	2,2	2,6	2,9	3,3	3,8
Прибыль предприятия, $x_1$ , млн.руб.	1,2	3,1	5,3	7,4	9,6	11,8	14,5	18,7
Курс доллара, $x_2$ , руб./\$	32	33	32,5	33,1	32,6	31,9	34	32,7
Количество сотрудников, $x_3$ , человек	100	150	175	210	230	280	320	390

Необходимо:

1. Определить парные коэффициенты корреляции с целью исключения мультиколлинеарных факторов.
2. Построить уравнение множественной линейной регрессии.
3. Вычислить и интерпретировать:
  - средние коэффициенты эластичности;
  - значимость парных коэффициентов корреляции для выбранных факторов при уровне значимости 0,05;
  - коэффициент детерминации.
4. Оценить надежность построенного уравнения регрессии и целесообразность включения фактора  $x_1$  после фактора  $x_2$  и  $x_2$  после  $x_1$ .

Решение:

1. Анализ мультиколлинеарности проводится при помощи парных коэффициентов корреляции. Для их расчета составим вспомогательную таблицу:

Таблица 2

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$	$y * x_1$	$y * x_2$	$y * x_3$	$x_1 * x_2$	$x_1 * x_3$	$x_2 * x_3$
1	1,2	32	100	0,9	1,08	28,8	90	38,4	120	3200
2	3,1	33	150	1,2	3,72	39,6	180	102,3	465	4950
3	5,3	32,5	175	1,8	9,54	58,5	315	172,25	927,5	5687,5



4	7,4	33,1	210	2,2	16,28	72,82	462	244,94	1554	6951
5	9,6	32,6	230	2,6	24,96	84,76	598	312,96	2208	7498
6	11,8	31,9	280	2,9	34,22	92,51	812	376,42	3304	8932
7	14,5	34	320	3,3	47,85	112,2	1056	493	4640	10880
8	18,7	32,7	390	3,8	71,06	124,26	1482	611,49	7293	12753
$\Sigma$	71,6	261,8	1855	18,7	208,71	613,45	4995	2351,76	20511,5	60851,5
Среднее	8,95	32,725	231,875	2,3375	26,0888	76,6813	624,375	293,97	2563,938	7606,438

Определим показатели дисперсии и стандартного отклонения для факторов в таблице 3:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$
$D^j$	30,5525	0,389375	7862,109	0,889844
$\sigma$	5,527432	0,623999	88,66854	0,943315

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}, \quad \sigma = \sqrt{D}$$

Определим парные коэффициенты корреляции по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\overline{yx} - \bar{y} * \bar{x}}{\sigma_x * \sigma_y}$$

Заполним таблицу 4 с парными коэффициентами корреляции:

Таблица 4

$r_{x_1y}$	0,991181
$r_{x_2y}$	0,316945
$r_{x_3y}$	0,984754
$r_{x_1x_2}$	0,313486
$r_{x_1x_3}$	0,997035
$r_{x_2x_3}$	0,331257

Проверим выполнение условий мультиколлинеарности для каждой пары факторных переменных.

Для  $x_1, x_2$ :

$$|r(x_1, x_2)| = 0,31 < 0,8 - \text{выполняется,}$$

$$|r(x_1, x_2)| = 0,31 < |r(y, x_1)| = 0,99 - \text{выполняется,}$$

$$|r(x_1, x_2)| = 0,31 < |r(y, x_2)| = 0,32 - \text{выполняется.}$$

Все три условия выполняются, значит мультиколлинеарность между факторными переменными  $x_1$  (прибыль предприятия) и  $x_2$  (курс доллара) отсутствует, то есть они могут использоваться в модели одновременно.

Для  $x_1, x_3$ :

$$|r(x_1, x_3)| = 0,997 < 0,8 - \text{не выполняется,}$$

$$|r(x_1, x_3)| = 0,997 < |r(y, x_1)| = 0,9912 - \text{не выполняется,}$$

$$|r(x_1, x_3)| = 0,997 < |r(y, x_3)| = 0,9848 - \text{не выполняется.}$$

Ни одно из условий не выполняется, следовательно, факторы  $x_1$  (прибыль предприятия) и  $x_3$  (количество работающих сотрудников) мультиколлинеарны, то есть не рекомендуется использовать их в модели одновременно. Поскольку

$|r(y, x_1)| = 0,9912 > |r(y, x_3)| = 0,9848$ , то фактор  $x_1$  теснее связан с исследуемой переменной  $y$  (расходы на соц. программы), чем фактор  $x_3$ . Поэтому исключить из рассмотрения следует фактор  $x_3$ .

Для  $x_2, x_3$ :

$$|r(x_2, x_3)| = 0,33 < 0,8 - \text{выполняется,}$$

$$|r(x_2, x_3)| = 0,33 < |r(y, x_2)| = 0,32 - \text{не выполняется,}$$

$|r(x_2, x_3)| = 0,33 < |r(y, x_3)| = 0,99$  - выполняется.

Одно из условий не выполняется, следовательно, факторы  $x_2$  (курс доллара) и  $x_3$  (количество работающих сотрудников) мультиколлениарны, то есть не рекомендуется использовать их в модели одновременно. Поскольку  $|r(y, x_2)| = 0,32 < |r(y, x_3)| = 0,9848$ , то фактор  $x_3$  теснее связан с исследуемой переменной  $y$ , чем фактор  $x_2$ . Поэтому исключить из рассмотрения следует фактор  $x_2$ .

Следовательно, в модели можно оставить пару факторов  $x_1$  и  $x_2$ .

2. Уравнение множественной линейной регрессии. Для двухфакторного уравнения коэффициенты множественной линейной регрессии можно вычислить по формулам (другой вариант, кроме использования матрицы):

$$b_1 = \frac{Cov(x_1, y)Var(x_2) - Cov(x_2, y)Cov(x_1, x_2)}{Var(x_1)Var(x_2) - (Cov(x_1, x_2))^2},$$

$$b_2 = \frac{Cov(x_2, y)Var(x_1) - Cov(x_1, y)Cov(x_1, x_2)}{Var(x_1)Var(x_2) - (Cov(x_1, x_2))^2},$$

$$a = \bar{y} - b_1\bar{x}_1 - b_2\bar{x}_2.$$

где  $Cov(x, y) = \overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}$  - выборочная ковариация между  $x$  и  $y$  (ковариация – это числовая характеристика совместного распределения двух случайных величин, мера их линейной зависимости).

$Var(x) = D_x = \sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$  - выборочная дисперсия характеризует степень разброса значений случайной величины вокруг среднего значения. D

Составим таблицу ковариаций:

Таблица 5

Cov(x1,y)	5,168125
Cov(x2,y)	0,186562
Cov(x1,x2)	1,08125
Cov(x1,x2)^2	1,169102

Подставляя значения из таблицы 5 и таблицы 3, найдем коэффициенты уравнения регрессии:  $b_1=0,17$ ;  $b_2=0,01$ ;  $a=0,49$ . Таким образом, уравнение регрессии примет вид:  $y=0,49+0,17x_1+0,01x_2$ . Следовательно, при увеличении прибыли предприятия ( $x_1$ ) на 1 млн.руб. расходы на социальные программы ( $y$ ) в среднем увеличатся на 0,17 млн.руб., а при увеличении курса доллара ( $x_2$ ) на 1 ден. ед. расходы на социальные программы увеличатся на 0,01 ден.ед.

Определим значения  $\hat{y}$  и  $\varepsilon$ .

Таблица 6

	$\hat{y}$	$\varepsilon$	$\varepsilon^2$
1	1,021842112	-0,1218	0,014846
2	1,352968957	-0,1530	0,0234
3	1,719082492	0,0809	0,006548
4	2,079793482	0,1202	0,01445
5	2,445907017	0,1541	0,023745
6	2,809933991	0,0901	0,008112
7	3,287565993	0,0124	0,000155
8	3,982905955	-0,1829	0,033455

сумма	18,7	0,0000	0,124708
среднее	-		

3. а) определим средние коэффициенты эластичности по формуле:

$$\bar{\Theta}_i = b_i \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}}.$$

$$\bar{\Theta}_{x_1} = 0,6463; \bar{\Theta}_{x_2} = 0,1461.$$

Т.е. увеличение только прибыли предприятия (от своего среднего значения) увеличивает в среднем расходы на социальные программы на 0,64%. Увеличение курса доллара на 1% увеличивает в среднем расходы на социальные программы на 0,15% соответственно. Таким образом, фактор  $x_1$  оказывает большее влияние на результат, чем фактор  $x_2$ .

б) значимость парных коэффициентов корреляции оценим с помощью  $t$ -критерия Стьюдента.  $t_{табл} = 2,4469$  определяем по таблице  $t$ -критерия Стьюдента для  $\alpha = 0,05$  и  $k = n - 2 = 6$ .

Фактическое значение  $t$ -критерия Стьюдента для каждого парного коэффициента

определим по формулам:  $t_{yx_1} = r_{yx_1} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{yx_1}^2}}; \quad t_{yx_2} = r_{yx_2} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{yx_2}^2}};$

$$t_{x_1x_2} = r_{x_1x_2} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{x_1x_2}^2}}. \text{ Получим } t_{yx1}=18,3211; t_{yx2}=0,8186; t_{x1x2}=0,8086.$$

Так как фактические значения  $t$ -статистики для  $r_{yx_2}$ ,  $r_{x_1x_2}$  не превосходят табличные, то они не являются статистически значимыми. Следовательно, статистически значимым признается только показатель  $r_{yx_1}$ .

в) коэффициент детерминации  $R^2 = 1 - \sum \varepsilon^2 / (D_y * n) = 0,9825$

Исходя из полученного значения коэффициента детерминации, можно сказать, что в рамках линейной модели множественной регрессии изменение расходов на социальные программы на 98,25% объясняется изменением прибыли и курса доллара.

4. Оценим надежность уравнения регрессии в целом с помощью  $F$ -критерия Фишера. Вычислим  $F_{факт} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{(n-3)}{2} = 140,21$   $F_{табл} = 5,79$  определяем по таблице

$F$ -критерия Фишера взяв  $\alpha = 0,05$ ,  $k_1 = 2$ ,  $k_2 = 8 - 2 - 1 = 5$ . Так как фактическое значение больше табличного, то с вероятностью 95% делаем заключение о статистической значимости уравнения множественной линейной регрессии в целом.

Оценим целесообразность включения фактора  $x_1$  после фактора  $x_2$  и  $x_2$  после  $x_1$  с помощью частного  $F$ -критерия Фишера

$$F_{x_1} = \frac{R_{yx_1x_2}^2 - r_{yx_2}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot (n-3) = 251,75; \quad F_{x_2} = \frac{R_{yx_1x_2}^2 - r_{yx_1}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot (n-3) = 0,012.$$

$F_{табл}=6,61$  при  $\alpha=0,05$ ,  $k_1=1$ ,  $k_2=5$ . Так как  $F_{x_1} > F_{табл}$ , а  $F_{x_2} < F_{табл}$ , то включение фактора  $x_1$  в модель статистически оправдано и коэффициент чистой регрессии  $b_1$  статистически значим, а дополнительное включение фактора  $x_2$ , после того, как уже введен фактор  $x_1$ , нецелесообразно.

Низкое значение  $F_{x_2}$  свидетельствует о статистической незначимости прироста  $r^2_{yx_1}$  за счет включения в модель фактора  $x_2$  после фактора  $x_1$ . Это означает, что парная регрессионная модель зависимости затрат социальные программы от уровня прибыли является достаточно статистически значимой, надежной и что нет необходимости улучшать ее, включая дополнительный фактор  $x_2$  (курс доллара).

#### 2.1.2.4.Примеры решения ситуационной задачи по теме «Линейные эконометрические модели из одновременных уравнений»

Пример 1. Дана структурная модель:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 \end{cases}$$

Необходимо проверить каждое уравнение системы на выполнение необходимого и достаточного условия идентифицируемости и сделать вывод об идентифицируемости системы уравнений в целом.

Всего в системе присутствуют три исследуемые переменные  $y_1, y_2, y_3$  и четыре факторные переменные  $x_1, x_2, x_3$  и  $x_4$ .

В первом уравнении три исследуемые переменные:  $y_1, y_2, y_3$  ( $H=3$ ). В нём отсутствуют две факторные переменные:  $x_3$  и  $x_4$  ( $D=2$ ). Необходимое условие идентифицируемости  $D + 1 = H$  выполняется. Для проверки достаточного условия составим матрицу из коэффициентов при отсутствующих в первом уравнении  $x_3$  и  $x_4$ , взятых во втором и третьем уравнениях:

Уравнения, из которых взяты коэффициенты при переменных	Переменные	
	$x_3$	$x_4$
2	$a_{23}$	$a_{24}$
3	0	0

Во второй строке матрицы стоят нули, поскольку  $x_3$  и  $x_4$  отсутствуют в третьем уравнении. Определитель такой матрицы равен нулю. Значит, достаточное условие не выполнено, и первое уравнение нельзя считать идентифицируемым. Следовательно, и вся система не является идентифицируемой. Тем не менее проверим, являются ли другие уравнения системы идентифицируемыми.

Во втором уравнении присутствуют две исследуемые переменные:  $y_1, y_2$  ( $H=2$ ). В нём же отсутствует одна факторная переменная  $x_1$  ( $D=1$ ). Необходимое условие идентифицируемости  $D + 1 = H$  выполняется. Для проверки достаточного условия составим матрицу из коэффициентов при отсутствующих во втором уравнении  $y_3$  и  $x_1$ , взятых в первом и третьем уравнениях:

Уравнения, из которых взяты коэффициенты при переменных	Переменные	
	$y_3$	$x_1$
1	$b_{13}$	$a_{11}$
3	-1	$a_{31}$

В третьем уравнении (вторая строка таблицы) при  $y_3$  коэффициент равен -1, так как эта переменная стоит в левой части уравнения. Третье уравнение можно записать в виде

$$0 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 - y_3 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2$$

и тогда равенство  $b_{33} = -1$  становится очевидным. Определитель матрицы не равен нулю. Ранг матрицы равен 2, что совпадает с числом исследуемых переменных минус один. Значит, достаточное условие выполняется, и второе уравнение является идентифицируемым.

В третьем уравнении присутствуют три исследуемые переменные:  $y_1, y_2, y_3$  ( $H=3$ ). В нём отсутствует две факторные переменные  $x_3$  и  $x_4$  ( $D=2$ ). Необходимое условие идентифицируемости  $D + 1 = H$  выполняется. Для проверки достаточного условия составим матрицу из коэффициентов при отсутствующих в третьем уравнении  $x_3$  и  $x_4$ , взятых во первом и втором уравнениях:

Уравнения, из которых взяты коэффициенты при переменных	Переменные	
	$x_3$	$x_4$
1	0	0
2	$a_{23}$	$a_{24}$

Определитель такой матрицы равен нулю. Следовательно, достаточное условие не выполняется, и третье уравнение нельзя считать идентифицируемым.

В итоге мы получили что идентифицируемым является только второе уравнение, а первое и третье уравнения не являются идентифицируемыми, поэтому система в целом не является идентифицируемой.

Пример 2. Пусть дана идентифицируемая модель из двух уравнений, содержащая две исследуемые и две факторные переменные:

$$\begin{cases} y_1 = a_{10} + b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = a_{20} + b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2 \end{cases}.$$

Задан набор фактических данных:

№ наблюдения	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
1	33,0	37,1	3	11
2	45,9	49,3	7	16
3	42,2	41,6	7	9
4	51,4	45,9	10	9
5	49	37,4	10	1
6	49,3	52,3	8	16

Решение: Исходную модель можно преобразовать в приведённую форму модели вида:

$$\begin{cases} y_1 = d_{10} + d_{11}x_1 + d_{12}x_2 + \varepsilon_1 \\ y_2 = d_{20} + d_{21}x_1 + d_{22}x_2 + \varepsilon_2 \end{cases}.$$

Приведённая форма модели является системой независимых уравнений, к каждому из которых для нахождения коэффициентов можно применить МНК, подобно тому, как это делается для построения линейной модели множественной регрессии, состоящей из одного уравнения. Для нахождения коэффициентов первого уравнения мы применим в MS Excel обработку Сервис/ Анализ данных/ РЕГРЕССИЯ выбрав в качестве диапазона данных для исследуемой переменной колонку данных для  $y_1$ , а в качестве диапазона данных для факторных переменных – колонки данных для  $x_1$  и  $x_2$ . Аналогично для определения коэффициентов второго уравнения применим обработку РЕГРЕССИЯ, взяв данные для  $y_1$ ,  $x_1$  и  $x_2$ . В итоге получим следующую систему уравнений (ПФМ):

$$\begin{cases} y_1 = 19,9046 + 2,8214x_1 + 0,3937x_2 + \varepsilon_1 \\ y_2 = 19,0661 + 1,6844x_1 + 1,1855x_2 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

Для перехода от приведённой формы к структурной форме модели найдём  $x_2$  из второго уравнения:

$$x_2 = \frac{y_2 - 19,0661 - 1,6844x_1}{1,1855}.$$

Подставим это выражение в первое уравнение вместо  $x_2$ , и после необходимых арифметических преобразований, получим первое уравнение структурной формы:

$$y_1 = 13,573 + 0,332y_2 + 2,262x_1 + \varepsilon_1$$

Далее выразим  $x_1$  из первого уравнения ПФМ

$$x_1 = \frac{y_1 - 19,9046 - 0,3937x_1}{2,8214}$$

и подставим это выражение во второе уравнение ПФМ вместо  $x_1$ . После очевидных преобразований получим второе уравнение структурной формы.

$$y_2 = 7,183 + 0,597y_1 + 0,951x_2 + \varepsilon_2$$

Окончательный вид структурной модели:

$$\begin{cases} y_1 = 13,573 + 0,332y_2 + 2,262x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = 7,183 + 0,597y_1 + 0,951x_2 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

#### 2.1.2.5. Пример решения ситуационной задачи по теме «Характеристики и модели временных рядов»

Построить модель временного ряда (аддитивную).

1. Вычислить прогноз по аддитивной модели на первое полугодие.
2. Построить графическое изображение данного временного ряда и линии тренда.

Таблица данных

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Уровни ряда $Y_t$	18	12,5	16,8	15,8	11,5	15	14	10,5	13,3	12,2	9,7	11,5

#### **Решение**

Построим аддитивную модель.

Произведем выравнивание исходных уровней.

№t	$Y_t$	итого за 3 месяца	скользящая средняя	Центрированная скользящая средняя	Оценка сезонной компоненты
1	18				
2	12,5	47,3	15.767		
3	16,8	45,1	15.033	15,4	1,4
4	15,8	44,1	14,7	14.867	0.933
5	11,5	42,3	14,1	14,4	-2,9
6	15	40,5	13,5	13,8	1,2
7	14	39,5	13.167	13.333	0.667
8	10,5	37,8	12,6	12.883	-2.383
9	13,3	36	12	12,3	1
10	12,2	35,2	11.733	11.867	0.333
11	9,7	33,4	11.133	11.433	-1.733
12	11,5				

Произведем оценку сезонной компоненты.

Показатели	№ месяца		
	1	2	3
			1,4
	0.933	-2,9	1,2
	0.667	-2.383	1
	0.333	-1.733	
Итого за $i$ параметр $x$	1.933	-7.017	3,6
Средняя оценка сезонной компоненты	0.644	-2.339	1,2
Скорректированная сезонная компонента	0.809	-2.174	1.365

Корректирующий компонент  $k=-0.165$

Найдем уравнение тренда для определения трендовой компоненты:

$$Y_t = a_0 + a_1 \cdot t$$

Параметры уравнения  $a_0$  и  $a_1$  определим при помощи системы двух нормальных уравнений, отвечающих требованию метода наименьших квадратов:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum ty \end{cases}$$

Построим таблицу предварительных расчетов:

	$t$	$Y$	$t^2$	$ty$
1	1	18	1	18
2	2	12,5	4	25
3	3	16,8	9	50,4
4	4	15,8	16	63,2
5	5	11,5	25	57,5
6	6	15	36	90
7	7	14	49	98
8	8	10,5	64	84
9	9	13,3	81	119,7
10	10	12,2	100	122
11	11	9,7	121	106,7
12	12	11,5	144	138
$\Sigma$	78	160,8	650	972,5
среднее	6,5	13,4	54.167	81.042

Подставим в систему уравнений значения из таблицы и решим систему

$$\begin{cases} 12a_0 + 78a_1 = 160.8 \\ 78a_0 + 650a_1 = 972.5 \end{cases}$$

Получаем  $a_0=16,71$  и  $a_1=-0,51$ .

Получили уравнение тренда  $Y_t=16.71-0.5t$

Теперь произведем элиминирование влияния сезонной компоненты ( $Y-S$ ), определим трендовую ( $T$ ) и случайную ( $E=Y-(T+S)$ ) компоненты.

Вычисления произведем в таблице:

$N\bar{o}$	$Y_t$	$S_i$	$T+E=Y-S_i$	$T$	$T+S_i$	$E=Y-(T+S_i)$	$E^2$
1	18	0,809	17,191	16,196	17,005	0,995	0,989
2	12,5	-2,174	14,674	15,688	13,514	-1,014	1,028
3	16,8	1,365	15,435	15,179	16,544	0,256	0,065
4	15,8	0,809	14,991	14,671	15,480	0,320	0,102
5	11,5	-2,174	13,674	14,163	11,989	-0,489	0,239
6	15	1,365	13,635	13,654	15,019	-0,019	0,000
7	14	0,809	13,191	13,146	13,955	0,045	0,002
8	10,5	-2,174	12,674	12,637	10,463	0,037	0,001
9	13,3	1,365	11,935	12,129	13,494	-0,194	0,038
10	12,2	0,809	11,391	11,621	12,430	-0,230	0,053
11	9,7	-2,174	11,874	11,112	8,938	0,762	0,580
12	11,5	1,365	10,135	10,604	11,969	-0,469	0,220

Средняя квадратическая ошибка  $MSE = 0.276$

Среднее абсолютное отклонение  $MAD = 0.000$

Прогнозное значение определяется по формуле  $\hat{F}(x)=T(x)*S(x)$

где  $x$  - номер месяца, на который дается прогноз,  $T$  – значение тренда,  $S$  – сезонная компонента, составляющая в первом месяце 0,809, во втором – -2,174, в третьем – 1,365  
Конец первого полугодия придется на 18 месяц.

Значит  $F(16)=T(16)*S(16)=16.705-0.508*16+0.809=9$ .

### 2.1.3. Примерные темы дискуссий

1. Почему возникла такая наука, как «эконометрика».
2. Связь эконометрики с экономической теорией, высшей математикой и статистикой.

3. Этапы построения эконометрической модели.
4. Спецификация модели.

### 2.1.4. Примерные задания для самостоятельной работы

#### Задание № 1.

1. Найти уравнение регрессии  $y = a + bx$  методом наименьших квадратов.
2. Выполнить чертеж. Нанести исходные точки и уравнение регрессии.
3. Дать интерпретацию коэффициентов уравнения.

X – средняя заработная плата, тыс.руб.

Y – потребительские расходы, тыс. руб.

X	831	562	665	705	796	672	545	584	949	888
Y	399	342	354	558	452	415	310	208	462	368

#### Задание № 2.

По данным из задания №1:

1. Найти выборочный коэффициент корреляции и индекс детерминации.
2. Дать оценку полученному значению индекса детерминации. Сделать вывод о качестве полученной модели и возможности использования ее для прогнозирования.
3. В случае удовлетворительного качества модели вычислить прогнозное значение зависимой переменной при значении независимой переменной, составляющем 110% от ее среднего значения.

#### Задание № 3.

1. По данным заданий 1 и 2 определите критическое значение  $r_{кр}$  для выборочных парных коэффициентов корреляции, представленных в корреляционной матрице, по таблице Фишера и проверьте значимость каждого из коэффициентов на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .
2. Определите два признака, с Вашей точки зрения наиболее важные для объяснения вариации исследуемого признака. Рассчитайте выборочные частные коэффициенты корреляции исследуемого признака с каждым из них при фиксированном значении другого. Найдите интервальные оценки частных коэффициентов корреляции, определите значимость коэффициентов. Сравните частные коэффициенты корреляции с соответствующими парными. Сделайте выводы относительно роли исключенной переменной в изменении степени тесноты статистической связи, характеризующей этими коэффициентами корреляции.
3. Рассчитайте значение множественного коэффициента корреляции исследуемого признака с выбранными в п.2 признаками. Определите коэффициент детерминации, проверьте его значимость.

#### Задание № 4.

1. Используя критерий Фишера, проверьте на уровне значимости  $\alpha=0,05$  значимость каждого уравнения регрессии из исходных данных. В значимых уравнениях рассчитайте значения t-статистик всех коэффициентов, используя значения выборочных средних квадратических отклонений, приведенных под каждым из коэффициентов.
2. По таблице распределения Стьюдента определите  $t_{кр}$  – критическое значение t-статистики для каждого из уравнений на уровне значимости  $\alpha=0,05$ . Проверьте значимость коэффициентов уравнения регрессии.
3. Выберите из предложенных уравнений наилучшее. Рассчитайте интервальные оценки его коэффициентов. Произведите анализ уравнения.

#### Задание № 5.

Зависимость объема производства y (тыс. ед) от численности занятых x (чел.) некоторой фирмы приводятся в таблице.

x	10	12	15	17	21	23
---	----	----	----	----	----	----



y	29	31	37	39	43	58
---	----	----	----	----	----	----

Для характеристики зависимости  $y$  от  $x$  рассчитайте параметры степенной функции  $y=a * x^b$ .

## 2.1.5. Примеры лабораторных работ

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

#### ПО ТЕМЕ «ПАРНАЯ ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ» (4 ЧАСА)

Исходя из задания, выполненного на семинаре 3 необходимо произвести расчеты в электронной таблице *Excel*.

При вводе функции вручную, необходимо начать ввод со знака «=». При использовании автоматической функции данный знак проставляется автоматически.

Для облегчения работы возможно копирование введенных формул, путем перетаскивания черного плюса в правом нижнем углу ячейки с формулой вниз до необходимой ячейки.

Дополнительная информация по используемым в лабораторной работе встроенным в *Excel* функциям приведена в таблице, расположенной в конце задания.

В *Excel* составим вспомогательную таблицу, приведенную на рис.1, выполнив действия, описанные ниже под рисунком.

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>Таблица 1</b>						
2	Предприятие	x	y	x*y	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	
3	1	240,00	180,00	43200,00	57600,00	32400,00	
4	2	620,00	230,00	142600,00	384400,00	52900,00	
5	3	1060,00	360,00	381600,00	1123600,00	129600,00	
6	4	1480,00	450,00	666000,00	2190400,00	202500,00	
7	Итого	3400,00	1220,00	1233400,00	3756000,00	417400,00	
8	Среднее значение	850,00	305,00	308350,00	939000,00	104350,00	
9							
10	Кол-во измерений	4					

Рис.1 Пример заполнения вспомогательной таблицы 1

Количество измерений можно либо ввести вручную, либо воспользоваться статистической функцией СЧЁТ.

Строку «Итого» вычисляем при помощи функции  $\Sigma$  (автосумма).

Среднее значение вычисляется при помощи статистической функции СРЗНАЧ. Для нашего примера (рис.1) можно сделать вывод, что средний объем производства составляет 850,00 млн.руб. при производственных площадях, составляющих в среднем, 305,00 м<sup>2</sup>.

Далее заполняем столбцы D, E и F. Последние два столбца могут быть заполнены при помощи математической функции СТЕПЕНЬ.

После этого необходимо составить таблицу для вычисления значений дисперсии и стандартного отклонения для переменных  $x$  и  $y$  (вспомогательная таблица 2, рис.2). Дополнительные сведения по заполнению таблицы приведены после рис.2

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Таблица 1</b>					
2	Предприятие	x	y	x*y	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>
3	1	240,00	180,00	43200,00	57600,00	32400,00
4	2	620,00	230,00	142600,00	384400,00	52900,00
5	3	1060,00	360,00	381600,00	1123600,00	129600,00
6	4	1480,00	450,00	666000,00	2190400,00	202500,00
7	Итого	3400,00	1220,00	1233400,00	3756000,00	417400,00
8	Среднее значение	850,00	305,00	308350,00	939000,00	104350,00
9						
10	Кол-во измерений	4				
11	<b>Таблица 2</b>					
12		x	y			
13	D	216500,000	11325,000			
14	σ	465,296	106,419			

Рис.2 Пример заполнения вспомогательной таблицы 2

Для расчета дисперсии D необходимо воспользоваться статистической функцией ДИСП.Г. Стандартное отклонение σ – статистическая функция СТАНДОТКЛОН.Г.

Далее можно рассчитать параметры линейного уравнения  $a$  и  $b$ . Для этого воспользуйтесь формулами  $b = \frac{yx - \bar{y} * \bar{x}}{x^2 - \bar{x}^2}$ , где знаменатель – это дисперсия переменной  $x$  и  $a = \bar{y} - b\bar{x}$ . В соответствующие ячейки введите формулы вручную. Для нашего примера результат ввода будет выглядеть следующим образом (рис.3).

11	<b>Таблица 2</b>		
12		x	y
13	D	216500,000	11325,000
14	σ	465,296	106,419
15			
16	параметр a	112,229	
17	параметр b	0,227	

Рис.3.Пример расчета параметров линейного уравнения регрессии

Для определения параметров линейного уравнения регрессии также можно воспользоваться встроенной функцией ЛИНЕЙН. Выполните следующие действия.

- Выделите область пустых ячеек 5x2 (5 строк, 2 столбца) на вашем рабочем листе для вывода результатов регрессионной статистики или область 1x2 – для получения только коэффициентов регрессии.
- С помощью *Мастера функций* среди **Статистические** выберите функцию **ЛИНЕЙН** и заполнить ее аргументы (рис.4):

Рис.4. Диалоговое окно ввода аргументов функции **ЛИНЕЙН**

где *Изнанные\_значения\_y* – диапазон, содержащий данные результативного признака  $y$ ;  
*Изнанные\_значения\_x* – диапазон, содержащий данные объясняющего признака  $x$ ;

*Конст* – логическое значение (1 или 0), которое указывает на наличие или отсутствие свободного члена в уравнении (в нашем примере присутствует, ставим 1);

*Статистика* – логическое значение (1 или 0), которое указывает, выводить дополнительную информацию по регрессионному анализу или нет (ставим 1).

в) В левой верхней ячейке выделенной области появится первое число таблицы. Для раскрытия всей таблицы нужно нажать на клавишу **<F2>**, а затем – на комбинацию клавиш **<CTRL> + <SHIFT> + <ENTER>**.

Дополнительная регрессионная статистика будет выведена в виде (табл.1):

Таблица 1

Значение коэффициента b	Значение коэффициента a
Среднеквадратическое отклонение b	Среднеквадратическое отклонение a
Коэффициент детерминации $R^2$	Среднеквадратическое отклонение y
F-статистика ( $F_{\text{факт}}$ )	Число степеней свободы
Регрессионная сумма квадратов	Остаточная сумма квадратов

г) Проанализируйте полученную результирующую таблицу регрессионной статистики.

После этого можно строить поле корреляции. Для построения поля корреляции (или диаграммы рассеивания) в *Excel* используем **Мастер диаграмм**. В диалоговом окне выбираем *Точечная*. После вставки диаграммы можно добавить линию регрессии. Для этого нажимаем на одной из точек на поле диаграммы правую кнопку мыши и выбираем команду **Добавить линию тренда**. Выбираем тип – *Линейная*, Параметры – *Показывать уравнение на диаграмме*. Результирующее поле корреляции для нашего примера приведено на рисунке 5.

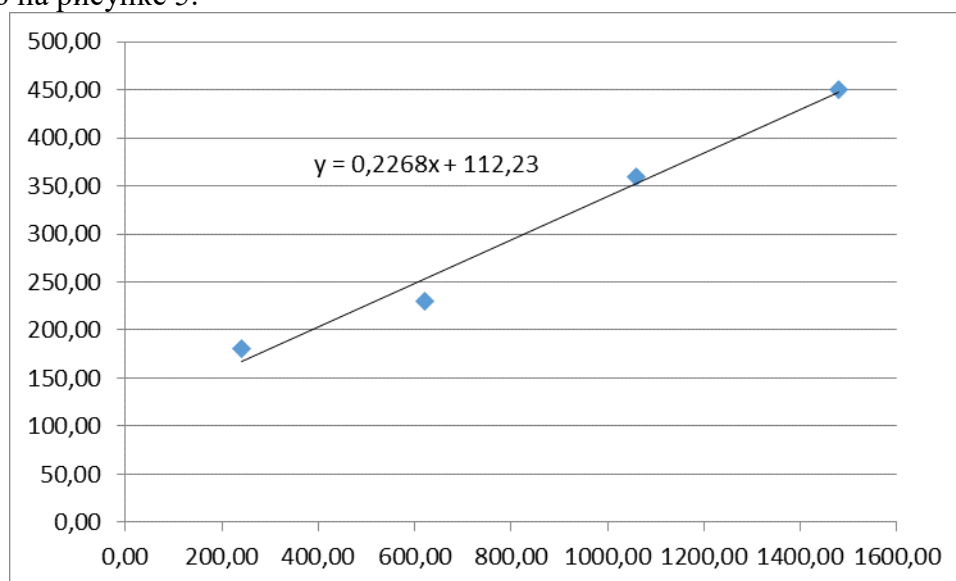


Рис.5. Поле корреляции

Сравните полученное уравнение регрессии при расчете параметров уравнения и уравнение на поле корреляции.

Далее рассчитаем другие показатели вспомогательной таблицы 1, приведенные на рис.6.

16	параметр a	112,229		
17	параметр b	0,227		
18				
19	<b>Таблица 1 продолжение</b>			
20	Предприятие	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$
21	1	166,658	13,342	178,00366
22	2	252,838	-22,838	521,58965
23	3	352,626	7,374	54,37785
24	4	447,878	2,122	4,50459
25	Итого	1220,000	0,000	758,47575
26	Среднее значение	305,000	-	189,61894

Рис.6. Пример заполнения вспомогательной таблицы 1

Следующим этапом лабораторной работы будет расчет показателей, анализирующих полученное уравнение линейной регрессии, которые представлены на рис.7 (формулы для расчета показателей можно посмотреть либо в лекции 2, либо в практическом примере, рассмотренном на семинаре 2). Пояснения к выполнению этой части работы приведены после рис.7.

29	коэффициент корреляции	0,991592964	
30	коэффициент детерминации	0,983256606	
31			
32			
33	F-критерий Фишера расчетный	117,4500944	
34	F-критерий Фишера табличный	определяется по таблице при $\alpha=0,05$ , $k_1=1$ и $k_2=n-m-1$	18,51
35			
36			
37	стандартная ошибка коэффициента регрессии b	0,020926515	
38	стандартная ошибка коэффициента a	20,27821403	
39			
40	t-критерий Стьюдента для коэффициента регрессии b фактический	10,83743948	
41	t-критерий Стьюдента для параметра a фактический	5,534443875	
42	табличное значение t-критерия Стьюдента	определяется по таблице при $\alpha=0,05$ и степени свободы n-2	4,3027
43			
44	доверительный интервал для b	0,136749323	0,31683
45	доверительный интервал для a	24,97756592	199,4797
46			
47	прогнозное увеличение x	1,1	
48	прогнозное значение x	935	
49	прогнозное значение y при прогножном значении x	324,2771363	
50			
51	ошибка прогноза	9,898153049	
52	доверительный интервал при t-табл. для нашего примера	281,6883531	366,8659
53			

Рис.7. Пример расчета показателей

Коэффициент корреляции между  $x$  и  $y$  определяется при помощи статистической функции КОРРЕЛ, где в качестве массива1 для нашего примера выступают значения  $x$ , а массива2 – значения  $y$ .

Табличное значение F-критерия Фишера можно определить при помощи встроенной функции ФРАСПОБОР (вероятность  $\alpha=0,05$ , степени\_свободы1= $k_1$ , степени\_свободы2= $k_2$ ).

Табличное значение t-критерия Стьюдента можно определить при помощи встроенной функции СТЬЮДРАСПОБР (вероятность  $\alpha=0,05$ , степени\_свободы1= $n-2$ )

Функция	Категория	Описание	Синтаксис и параметры
$\Sigma(\dots)$	Отдельная категория (либо на панели «Главная», либо на панели	Подсчет суммы чисел	В скобках указывается диапазон ячеек, для которых надо подсчитать сумму.

	«Формулы»)		
ФРАСПОБОР	Статистические (или Совместимость, для Office 2010)	Возвращает обратное значение для F-распределения вероятностей. ФРАСПОБР можно использовать, чтобы определить критические значения F-распределения	ФРАСПОБР(вероятность;степени_свободы1;степени_свободы2) Вероятность — это вероятность, связанная с F-распределением. Степени_свободы 1 — это числитель степеней свободы- $n_1-k$ . Степени_свободы 2 — это знаменатель степеней свободы- $n_2 - (n - k - 1)$ , где $k$ — количество факторов, включенных в модель,
ДИСП.Г	Статистические	Вычисляет дисперсию для генеральной совокупности (логические и текстовые значения игнорируются)	ДИСП.Г(число1; число2;) число1; число2;...;число 255 — числовые аргументы, составляющие генеральную совокупность
ЛИНЕЙН	Статистические	Эта функция использует метод наименьших квадратов, чтобы найти уравнение прямой линии, которая наилучшим образом аппроксимирует имеющиеся данные. Функция возвращает массив, который описывает полученную прямую.	ЛИНЕЙН(известные_значения_у;известные_значения_х;конст;статистика) известные_значения_у — диапазон значений у; известные_значения_х — диапазон значений х; конст— устанавливается на 0, если заранее известно, что свободный член равен 0 и на 1 в противном случае; статистика — устанавливается на 0, если не нужен вывод дополнительных сведений регрессионного анализа и на 1 в противном случае.
СРЗНАЧ	Статистические	Возвращает среднее арифметическое аргументов	СРЗНАЧ(число1;число2;) число1;число2;...;число255 — числовые аргументы, для которых вычисляется среднее
СТАНДОТКЛОН.Г	Статистические	Вычисляет стандартное отклонение по генеральной совокупности(логические и текстовые значения игнорируются)	СТАНДОТКЛОН.Г(число1;число2;) число1;число2;...;число255 — числовые аргументы, составляющие генеральную совокупность
СТЕПЕНЬ	Математические	Возвращает результат возведения в степень	СТЕПЕНЬ(число;степень) число — номер основания, любое действительное число степень — показатель степени, в которую возводится основание
СТЮДРАСПОБР	Статистические (или Совместимость, для Office 2010)	Возвращает t-значение распределения Стюдента как функцию вероятности и числа степеней свободы.	СТЮДРАСПОБР(вероятность; степени_свободы) Вероятность — вероятность, соответствующая двустороннему распределению Стюдента. Степени_свободы — число степеней свободы, характеризующее распределение.
СЧЁТ	Статистические	Подсчитывает количество ячеек в диапазоне, которые содержат числа.	СЧЁТ (значение1; значение2;) значение1;значение2;...;значение255 — числовые значения, расположенные в заданном диапазоне

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

### ПО ТЕМЕ «ПАРНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ» (4 ЧАСА)

На базе лабораторной работы 1 и самостоятельной работы 3.

Построить в Excel эконометрические модели парной нелинейной регрессии: а) с квадратным корнем б) степенную. Каждый вид модели необходимо рассчитывать на отдельном листе Excel, назвав его соответствующим образом.

При этом необходимо использовать следующие встроенные функции:

1. СЧЁТ() – для определения количества измерений;
2. автосумма – для определения суммы массива чисел;
3. СРЗНАЧ() – для определения среднего значения массива чисел;
4. КОРЕНЬ() – для определения результата вычисления корня квадратного из числа;
5. LN() – для расчета натурального логарифма числа;
6. СТЕПЕНЬ() – для определения результата возведения числа в степень;
7. ФРАСПОБОР () – для определения табличного значения F-критерия Фишера с вероятностью  $\alpha=0,05$ , степенью свободы  $1=k_1$  и степенью свободы  $2=k_2$ .

Кроме того необходимо построить графики функций, с использованием следующих характеристик:

1. для уравнения с квадратным корнем – точечный график с двумя линиями тренда: линейной и экспоненциальной и указанием уравнения регрессии на диаграмме для линейной линии тренда. Для каждой из линий тренда поместить в поле диаграммы величину достоверности аппроксимации  $R^2$  (поставить соответствующую галочку в диалоговом окне «Формат линии тренда»);
2. для степенного уравнения – точечный график с двумя линиями тренда: линейной и степенной и указанием уравнения регрессии на диаграмме для линейной линии тренда. Для каждой из линий тренда поместить в поле диаграммы значение  $R^2$ .

Необходимо сравнить и проанализировать данные линии тренда для двух уравнений регрессии и выбрать для каждого из них наилучшее приближение (линейное или экспоненциальное и, соответственно, линейное или степенное) по показателю  $R^2$ .

### Лабораторная работа 3 по теме «Множественный регрессионный анализ» (4 часа)

Построить в Excel эконометрическую модель множественной регрессии.

Для этого необходимо выполнить следующие действия:

1. Создать расчетную электронную Таблицу 1, автоматизировав все возможные вычисления.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$	$y^*x_1$	$y^*x_2$	$y^*x_3$	$x_1^*x_2$	$x_1^*x_3$	$x_2^*x_3$
1										
2										
3										
4										
$\Sigma$										
Среднее										
Количество										

2. Создать Таблицу 2 «Дисперсия и стандартное отклонение». Для расчета дисперсии необходимо воспользоваться уже знакомой встроенной функцией. Уметь интерпретировать полученные данные.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$
$D$				
$\sigma$				

3. Другим способом расчета дисперсии данных в Excel является надстройка «Анализ данных»/«Ковариация». Порядок действий:

- а) сначала необходимо проверить доступ к *Пакету анализа*. Для этого в главном меню нужно выбрать **Сервис / Настройки** и напротив **Пакета анализа** установить флажок (или меню Файл/Параметры/Надстройки/ Управление «Надстройки Excel»/ кнопка «Перейти»);
- б) матрицу коэффициентов выборочных дисперсий и ковариаций можно получить с помощью инструмента анализа данных **Ковариация**. Для этого необходимо выбрать в главном меню **Сервис / Анализ данных / Ковариация** (или Данные/Анализ данных/Ковариация) и заполнить диалоговое окно:

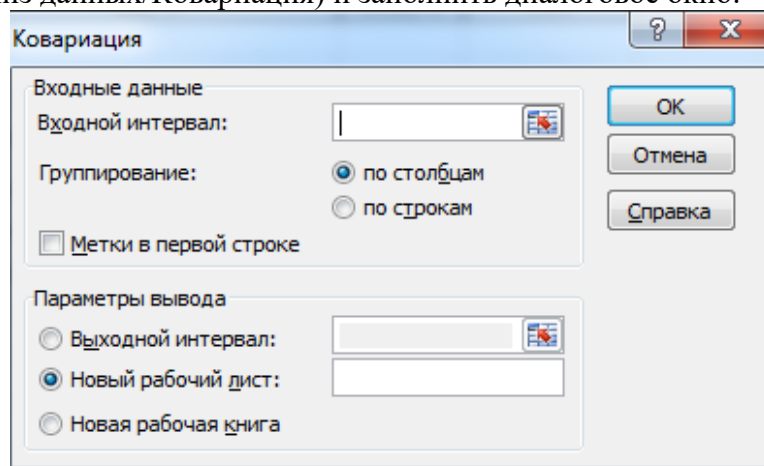


Рис.1. Диалоговое окно ввода параметров инструмента **Ковариация**

где: *Входной интервал* – диапазон, содержащий данные результативного ( $y$ ) и объясняющих признаков (все  $x_i$ ); *Группирование* – указать, как расположены данные  $y$  и  $x_i$  (в столбцах или строках); *Метки* – флажок, который указывает, содержит ли первая строка названия столбцов или нет (лучше поставить, чтобы результирующие таблицы были удобочитаемыми); *Выходной интервал* – достаточно указать левую верхнюю ячейку будущего диапазона; *Новый рабочий лист/книга* – можно задать произвольное имя нового листа (или книги), на который будут выведены результаты. В лабораторной работе здесь и в дальнейшем, каждую обработку данных выводить на новый лист с соответствующим названием. (Например, лист с названием «Ковариация»).

В результате получаем, например следующие данные (рис. 2):

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$
$x_1$	216500			
$x_2$	182,5	5,1875		
$x_3$	89762,5	73,4375	37217,19	
$y$	49100	71,25	20343,75	11325

Рис. 2. Результат применения инструмента **Ковариация**

Из рис. 2 видно, что выборочная ковариация между  $x_1$  и  $x_2$  равна 182,5; между  $x_1$  и

$y = 49100$  и т.д. Выборочная дисперсия  $x_1$  равна 216500;  $x_2 = 5,1875$  и т.д.

4. Создать Таблицу 3 «Парные коэффициенты корреляции», воспользовавшись встроенной функцией КОРРЕЛ (массив1; массив2) (где массивы – массивы со значениями переменных, для которых рассчитывается коэффициент корреляции). Уметь интерпретировать полученные данные.

5. Другим способом проверки наличия мультиколлинеарности является инструмент анализа данных **Корреляция**. В результате использования этого инструмента можно получить матрицу парных коэффициентов корреляции. Для этого необходимо выбрать в главном меню **Сервис / Анализ данных / Корреляция**. Далее происходит работа с диалоговым окном, аналогичным окну, приведенному на рис.1. Получаем следующую матрицу коэффициентов парной корреляции (рис. 3), которые совпадают с вычисленными ранее значениями (проверьте идентичность для своих значений).

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$
$x_1$	1			
$x_2$	0,172209	1		
$x_3$	0,999987	0,167135	1	
$y$	0,991593	0,293959	0,990924	1

Рис. 3. Матрица коэффициентов парной корреляции

6. Провести анализ (устно или письменно в тетради) мультиколлинеарности факторов и выбрать те факторы, которые будут участвовать в модели. Уметь объяснить свой выбор.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4 ПО ТЕМЕ «ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ» (4 ЧАСА)

### Постановка задачи:

Динамика объема производства предприятия по кварталам 2020-2021 гг. характеризуется данными, представленными в таблице 1. Таблица 1

Год	Квартал	$t$	Объем производства (млн. руб.), $Y_t$
2020	I	1	$375+x$ , $x$ – порядковый номер студента по списку
	II	2	$370+x$
	III	3	$870+x$
	IV	4	$1015+x$
2021	I	5	$360+x$
	II	6	$470+x$
	III	7	$990+x$
	IV	8	$1020+x$

Необходимо построить аддитивную модель временного ряда, оценить качество построенной модели и сделать прогноз об объеме производства на I и II кварталы 2022 г.

**Порядок выполнения работы:** В пояснениях к лабораторной работе приведён общий пример. Работа выполняется студентом в соответствии со своим вариантом.

Для автоматизации процесса в электронной таблице Excel необходимо выполнить следующие действия:

1. Заполнить таблицу со значениями  $t$  и  $y_t$ . Определить показатель «Сумма» (функция **АВТОСУММА**(диапазон)) для объема производства (см. первые два столбца в таблице 2 не следующей странице данных пояснений).
2. Построить поле корреляции для показателя «Объем производства» во временном диапазоне.



3. Выявить наличие тенденции и/или циклических колебаний в модели. Это определяется при помощи анализа коэффициентов автокорреляции. Для расчета коэффициента автокорреляции первого порядка воспользуемся следующей формулой:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1) \cdot (y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 \cdot \sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}}, \quad \text{где } \bar{y}_1 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n y_t, \quad \bar{y}_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n y_{t-1}.$$

(аналогично вычисляются коэффициенты автокорреляции второго и более порядка – более подробно см. лекцию)

Для их расчета выполним следующие действия:

- а) В отдельных ячейках (ниже таблицы, т.к. она еще будет дополнена столбцами) зададим формулы для расчета  $\bar{y}_1$  (сумма по столбцу  $y_t$ , начиная со второго значения, деленная на  $(n-1)$ ) и  $\bar{y}_2$  (сумма по столбцу  $y_{t-1}$ , деленная на  $(n-1)$ ).
- б) дополним таблицу необходимыми для расчета данными:

Таблица 2

t	$y_t$	$y_{t-1}$	$y_t - \bar{y}_1$	$y_{t-1} - \bar{y}_2$	$(y_t - \bar{y}_1) * (y_{t-1} - \bar{y}_2)$	$(y_t - \bar{y}_1)^2$	$(y_{t-1} - \bar{y}_2)^2$
1	375	-	-	-	-	-	-
2	370	375	-357,857	-260,714	93298,46939	128061,7	67971,94
3	870	370	142,1429	-265,714	-37769,38776	20204,59	70604,08
4	1015	870	287,1429	234,2857	67273,46939	82451,02	54889,8
5	360	1015	-367,857	379,2857	-139522,9592	135318,9	143857,7
6	470	360	-257,857	-275,714	71094,89796	66490,31	76018,37
7	990	470	262,1429	-165,714	-43440,81633	68718,88	27461,22
8	1020	990	292,1429	354,2857	103502,0408	85347,45	125518,4
Сумма	5470	4450	0	0	114435,7143	586592,9	566321,4

- в) в отдельной ячейке задаём формулу для расчета коэффициента автокорреляции первого порядка.
- г) Далее необходимо выполнить аналогичные действия для расчета коэффициента автокорреляции второго и т.д. (до 6) порядка. Для этого можно скопировать получившуюся таблицу и формулы и подкорректировать их (для удобства можно каждый расчет делать на отдельном листе Excel). Например, для коэффициента автокорреляции второго порядка таблица и расчеты будут выглядеть так:

t	$y_t$	$y_{t-2}$	$y_t - \bar{y}_3$	$y_{t-2} - \bar{y}_4$	$(y_t - \bar{y}_3) * (y_{t-2} - \bar{y}_4)$	$(y_t - \bar{y}_3)^2$	$(y_{t-2} - \bar{y}_4)^2$
1	375,00	-	-	-	-	-	-
2	370,00	-	-	-	-	-	-
3	870,00	375,00	82,50	-201,67	-16637,50	6806,25	40669,44
4	1015,00	370,00	227,50	-206,67	-47016,67	51756,25	42711,11
5	360,00	870,00	-427,50	293,33	-125400,00	182756,25	86044,44
6	470,00	1015,00	-317,50	438,33	-139170,83	100806,25	192136,11
7	990,00	360,00	202,50	-216,67	-43875,00	41006,25	46944,44
8	1020,00	470,00	232,50	-106,67	-24800,00	54056,25	11377,78
Сумма	5470,00	3460,00	0,00	0,00	-396900,00	437187,50	419883,33
$\bar{y}_3$	787,5						
$\bar{y}_4$	576,6667						
$r_2$	-0,92637						

- д) На отдельном листе Excel соберите все полученные коэффициенты и на их базе постройте автокорреляционную функцию.
- е) Проведите анализ коррелограммы (п.3д данной работы) и поля корреляции (п.2 данной работы) исходных уровней временного ряда. Это можно сделать при помощи визуального анализа графиков, либо при помощи анализа значений коэффициентов автокорреляции, как это было рассмотрено в лекции. Определите, имеет ли данный временной ряд тенденцию, или циклические колебания.

*Анализируемый временной ряд содержит сезонные колебания периодичностью 4, т.к. объем производства в первый-второй кварталы ниже, чем в третий-четвертый.*

**Необходимо записать полученный результат проведенного анализа в тетрадь и уметь его объяснить.**

4. Рассчитаем компоненты **аддитивной** модели временного ряда.

**Шаг 1.** Проведем выравнивание исходных уровней ряда методом скользящей средней.

Для этого заполним таблицу 3:

- Просуммируем уровни ряда последовательно за каждые четыре квартала со сдвигом на один момент времени и определим условные объемы производства (столбец **С**). Для этого в ячейку **С3** поместим **=СУММ(B2:B5)** и протянем за правый нижний уголок ячейки до ячейки **С7**. В результате произойдет автоматическое заполнение диапазона **С3÷С7**.

- Разделив полученные суммы на 4, найдем скользящие средние (столбец **Д**). Например, в ячейку **Д3** поместим **=С3/4**. Полученные таким образом выровненные значения уже не содержат сезонной компоненты.

- Приведем эти значения в соответствие с фактическими моментами времени, для чего найдем средние значения из двух последовательных скользящих средних – центрированные скользящие средние (столбец **Е**). Например, в ячейку **Е4** поместим **=СРЗНАЧ(Д3:Д4)**.

Таблица 3

t	y <sub>t</sub>	Итого за 4 квартала	Скользящая средняя за 4 квартала	Центрированная скользящая средняя
1	375	-	-	-
2	370	2630	657,5	-
3	870	2615	653,75	655,625
4	1015	2715	678,75	666,25
5	360	2835	708,75	693,75
6	470	2840	710	709,375
7	990	-	-	-
8	1020	-	-	-

**Шаг 2.** Найдем оценки сезонной компоненты как разность между фактическими уровнями ряда и центрированными скользящими средними (столбец **Г** табл.2). Так, в ячейку **Г4** поместим **=В4-Е4** и т.д. для всех оставшихся ячеек.

Таблица 3 (продолжение)

Центрированная скользящая средняя	Оценка сезонной компоненты
-	-
-	-
655,625	214,375
666,25	348,75
693,75	-333,75
709,375	-239,375
-	-
-	-

Составим таблицу 4, распределив значения столбца **F** таблицы 3 по кварталам и годам.

Таблица 4

Квартал				Сумма
1	2	3	4	
-	-	214,375	348,75	
-333,75	-239,375	-	-	

С помощью статистической функции **СРЗНАЧ(диапазон)** найдем средние за каждый квартал (по всем годам) оценки сезонной компоненты  $\bar{S}_i$ .

Рассчитаем сумму средних с помощью встроенной статистической функции **СУММ(диапазон)**.

Таблица 4 (продолжение)

Квартал				Сумма
1	2	3	4	
-	-	214,375	348,75	
-333,75	-239,375	-	-	
-333,75	-239,375	214,375	348,75	-10

Вычислим корректирующий коэффициент:  $k = -10/4 = -2,5$ . Рассчитаем скорректированные значения сезонной компоненты  $S_i = \bar{S}_i - k$  и занесем полученные данные в табл. 4.

Таблица 4 (продолжение)

Квартал				Сумма
1	2	3	4	
-	-	214,375	348,75	
-333,75	-239,375	-	-	
-333,75	-239,375	214,375	348,75	-10
-331,25	-236,875	216,875	351,25	0

В моделях с сезонной компонентой обычно предполагается, что сезонные воздействия за период взаимопогашаются. В аддитивной модели это выражается в том, что сумма значений сезонной компоненты по всем кварталам должна быть равна нулю (ячейка **Сумма Si**).

Составим табл.5 (см.ниже, в «**Шаг 3**»), в которой в столбец **C** поместим вычисленные  $S_i$ . Причем через каждые четыре квартала эти значения будут повторяться.

**Шаг 3.** Исключим влияние сезонной компоненты, вычитая ее значение из каждого уровня исходного временного ряда. В столбце ( $y_t - S_i$ ) табл.5 получим величины  $y_t - S_i = T + E$ , которые рассчитываются за каждый момент времени и содержат только тенденцию и случайную компоненту.

Таблица 5

t	$y_t$	$S_i$	$y_t - S_i$
1	375	-331,25	706,25
2	370	-236,875	606,875
3	870	216,875	653,125
4	1015	351,25	663,75
5	360	-331,25	691,25
6	470	-236,875	706,875
7	990	216,875	773,125
8	1020	351,25	668,75

**Шаг 4.** Определим компоненту **T** модели аналитическим выравниванием ряда (**T+E**) с помощью линейного тренда. Порядок действий:

- Выделим диапазон значений  $y_t - S_i = T + E$  таблицы 5, а затем в главном меню выберем **Вставка / Диаграмма** и, следуя рекомендациям *Мастера Диаграмм*, построим *График с маркерами, помечающими точки данных*.

- На полученной диаграмме выделим *Область построения диаграммы* и в главном меню выберем **Диаграмма / Добавить линию тренда**. В диалогом окне на вкладке *Тип* выберем **Линейная**, а на вкладке *Параметры* поставим флажок «показать уравнение на диаграмме». Получим рис. 1:

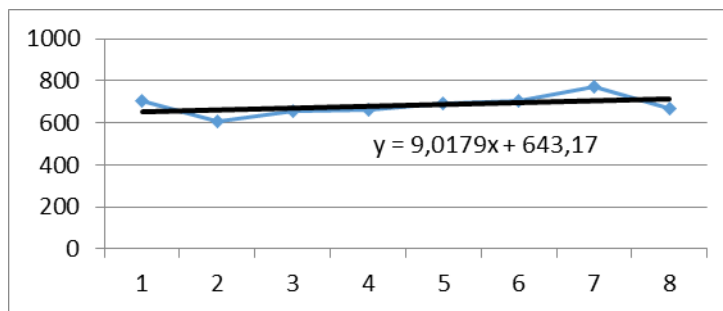


Рис. 1. Линейный тренд аддитивной модели

В результате аналитического выравнивания линейный тренд имеет вид:  
 $y = T = 643,17 + 9,0179 \cdot x$ . **Выпишите полученное Вами уравнение в тетрадь.**

Подставляя в это уравнение значения  $x = t = 1, 2, \dots, 8$ , найдем уровни **T** для каждого момента времени (столбец **T** табл. 5).

Таблица 5 (продолжение)

t	$y_t$	$S_i$	$y_t - S_i$	<b>T</b>
1	375	-331,25	706,25	652,1879
2	370	-236,875	606,875	661,2058
3	870	216,875	653,125	670,2237
4	1015	351,25	663,75	679,2416
5	360	-331,25	691,25	688,2595
6	470	-236,875	706,875	697,2774
7	990	216,875	773,125	706,2953
8	1020	351,25	668,75	715,3132

**Шаг 5.** Найдем значения уровней ряда. Для этого прибавим к уровням  $T$  значения сезонной компоненты ( $S_i$ ) для соответствующих кварталов (столбец  $T+S$  табл. 5).

Таблица 5 (продолжение)

$t$	$y_t$	$S_i$	$y_t - S_i$	$T$	$T+S$
1	375	-331,25	706,25	652,1879	320,9379
2	370	-236,875	606,875	661,2058	424,3308
3	870	216,875	653,125	670,2237	887,0987
4	1015	351,25	663,75	679,2416	1030,4916
5	360	-331,25	691,25	688,2595	357,0095
6	470	-236,875	706,875	697,2774	460,4024
7	990	216,875	773,125	706,2953	923,1703
8	1020	351,25	668,75	715,3132	1066,5632

На одном графике (рис. 2) построим фактические значения уровней временного ряда  $y_t$  и теоретические ( $T+S$ ), полученные по аддитивной модели.

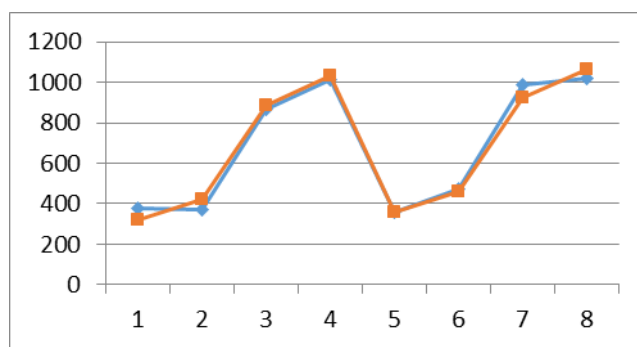


Рис.2. Фактические и теоретические значения уровней временного ряда, полученные по адд. модели

Вычислим абсолютные ошибки (столбец  $E$  табл. 5):  $E = y_t - (T+S)$ . В соседнем столбце найдем  $E^2$ .

Таблица 5 (продолжение)

$t$	$y_t$	$S_i$	$y_t - S_i$	$T$	$T+S$	$E$	$E^2$
1	375	-331,25	706,25	652,1879	320,9379	54,0621	2922,71
2	370	-236,875	606,875	661,2058	424,3308	-54,331	2951,84
3	870	216,875	653,125	670,2237	887,0987	-17,099	292,366
4	1015	351,25	663,75	679,2416	1030,4916	-15,492	239,99
5	360	-331,25	691,25	688,2595	357,0095	2,9905	8,94309
6	470	-236,875	706,875	697,2774	460,4024	9,5976	92,1139
7	990	216,875	773,125	706,2953	923,1703	66,8297	4466,21
8	1020	351,25	668,75	715,3132	1066,5632	-46,563	2168,13

Для оценки качества построенной модели вычислим коэффициент детерминации.

Для этого дополним таблицу 5 значением  $\bar{y}_t$ , столбцом  $(y_t - \bar{y})^2$  и суммой значений  $E^2$  и  $(y_t - \bar{y})^2$ .

Таблица 5 (продолжение)

$t$	$y_t$	$S_i$	$y_t - S_i$	$T$	$T+S$	$E$	$E^2$	$(y_t - \bar{y})^2$
-----	-------	-------	-------------	-----	-------	-----	-------	---------------------

1	375	-331,25	706,25	652,1879	320,9379	54,0621	2922,71	95326,6
2	370	-236,875	606,875	661,2058	424,3308	-54,331	2951,84	98439,1
3	870	216,875	653,125	670,2237	887,0987	-17,099	292,366	34689,1
4	1015	351,25	663,75	679,2416	1030,4916	-15,492	239,99	109727
5	360	-331,25	691,25	688,2595	357,0095	2,9905	8,94309	104814
6	470	-236,875	706,875	697,2774	460,4024	9,5976	92,1139	45689,1
7	990	216,875	773,125	706,2953	923,1703	66,8297	4466,21	93789,1
8	1020	351,25	668,75	715,3132	1066,5632	-46,563	2168,13	113064
Сумма	5470						13142,3	695538
Среднее	683,75							

Определим коэффициент детерминации (в Таблице Excel):

$$R^2 = 1 - \frac{\sum E^2}{\sum (y_t - \bar{y})^2} = 0,98.$$

Следовательно, аддитивная модель объясняет 98% общей вариации уровней временного ряда объема производства по кварталам за 2 года.

**Шаг 6.** Прогнозирование по аддитивной модели. Прогнозное значение уровня временного ряда в аддитивной модели  $F_t = T + S$ . Для определения  $T$  воспользуемся уравнением тренда  $T = 643,17 + 9,0179 \cdot t$ . Получим:

$$T_9 = 643,17 + 9,0179 \cdot 9 = 724,3311 \quad T_{10} = 643,17 + 9,0179 \cdot 10 = 733,349$$

Значения сезонных компонент за соответствующие кварталы:  $S_1 = -331,25$  и  $S_2 = -236,875$ . Значит,  $F_9 = T_9 + S_1 = 393,08$  и  $F_{10} = 496,47$ .

Т.е. в первые два квартала 2022 г. следует ожидать объем производства в 393,08 и 496,47 млн. руб. соответственно.

## 2.2. Оценочные средства для рубежного контроля

### 2.2.1. Примерные вопросы для тестового задания

- Коэффициент корреляции, равный нулю, означает, что между переменными:
  - линейная связь отсутствует;
  - существует линейная связь;
  - ситуация не определена.
- Модели  $\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X + \varepsilon$ ;  $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln X + \varepsilon$  называются:
  - линейными;
  - полулогарифмическими;
  - логарифмическими.
- Оценки неизвестных параметров  $A$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  в производственной функции Кобба – Дугласа можно найти с помощью:
  - метода наименьших квадратов;
  - принципа «ближнего соседа»;
  - дисконтированием множителей.
- С увеличением объема выборки:
  - увеличивается точность оценок;
  - уменьшается ошибка регрессии;

- в) расширяются интервальные оценки;
  - г) уменьшается коэффициент детерминации.
5. Для получения качественных оценок уравнений регрессии необходимо выполнение следующих предпосылок МНК (выберите необходимые пункты):
- а) отклонения  $\varepsilon_i$  должны быть нормально распределенными случайными величинами с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией;
  - б) отклонения  $\varepsilon_i$  не должны коррелировать друг с другом;
  - в) отклонения  $\varepsilon_i$  должны иметь показательный закон распределения.
6. Коэффициент регрессии изменяется в пределах от:
- а) -1 до 1;
  - б) 0 до 1;
  - в) принимает любое значение.
7. Квадрат какого коэффициента указывает долю дисперсии одной случайной величины, обусловленную вариацией другой:
- а) коэффициент детерминации;
  - б) парный коэффициент корреляции;
  - в) частный коэффициент корреляции;
  - г) множественный коэффициент корреляции.
8. В двумерной модели для вывода о независимости признаков  $x$  и  $y$  в генеральной совокупности достаточно проверить значимость:
- а) только коэффициента корреляции;
  - б) коэффициента корреляции и регрессии;
  - в) коэффициента корреляции, детерминации и регрессии.
9. Значимость частных и парных коэффициентов корреляции проверяется с помощью:
- а) нормального закона распределения;
  - б)  $t$ -критерия Стьюдента;
  - в)  $F$ -критерия;
  - г) таблицы Фишера - Йетса.
10. Коэффициент корреляции считается значимым с вероятностью ошибки  $\alpha$ , если:
- а)  $t_{\text{набл}}$  по модулю будет больше, чем  $t_{\text{кр}}$ ,
  - б) не имеет значения;
  - в)  $t_{\text{набл}}$  по модулю будет меньше, чем  $t_{\text{кр}}$ .
11. Матрица  $R$  парных коэффициентов корреляции является (выберите необходимые пункты):
- а) обратной;
  - б) транспонированной;
  - в) симметричной;
  - г) положительно определенной.
12. В каких пределах изменяется множественный коэффициент корреляции:
- а) от 0 до 1;
  - б) от -1 до 0;
  - в) от -1 до 1;
  - г) от 0 до 10.
13. С помощью данной формулы  $r_{12/3,4,\dots,k} = -\frac{R_{12}}{\sqrt{R_{11}R_{22}}}$  можно определить:
- а) множественный коэффициент корреляции  $(k-2)$ -го порядка между факторами  $X_1$  и  $X_2$ ;
  - б) частный коэффициент корреляции  $(k-2)$ -го порядка между факторами  $X_1$  и  $X_2$ ;
  - в) парный коэффициент корреляции  $(k-2)$ -го порядка между факторами  $X_1$  и  $X_2$ .
14. В каких пределах изменяется коэффициент детерминации:
- а) от 0 до 1;
  - б) от -1 до 0;
  - в) от -1 до 1;
  - г) от 0 до 10.
15. Неправильный выбор функциональной формы или объясняющих переменных называется:
- а) ошибками спецификации;
  - б) ошибками прогноза;

- в) гетероскедастичностью.
16. Коэффициент детерминации – это:
- а) квадрат парного коэффициента корреляции;
  - б) квадрат частного коэффициента корреляции;
  - в) квадрат множественного коэффициента корреляции.
- $$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{s_x^2 s_y^2}},$$
17. Величина, рассчитанная по формуле  $r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{s_x^2 s_y^2}}$  является оценкой:
- а) коэффициента детерминации;
  - б) парного коэффициента корреляции;
  - в) частного коэффициента корреляции;
  - г) множественного коэффициента корреляции.
18. Отметьте основные виды ошибок спецификации:
- а) отбрасывание значимой переменной;
  - б) добавление незначимой переменной;
  - в) низкое значение коэффициента детерминации;
  - г) выбор неправильной формы модели.
19. В хорошо подобранной модели остатки должны (выберите необходимые пункты):
- а) иметь нормальный закон распределения с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией;
  - б) не коррелировать друг с другом;
  - в) иметь экспоненциальный закон распределения;
  - г) быть хаотично разбросаны;
  - д) форма и вид распределения не важен.
20. В регрессионном анализе  $x_j$  рассматриваются как:
- а) неслучайные величины;
  - б) случайные величины;
  - в) любые величины.

## 2.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

### 2.3.1 Примерные вопросы к экзамену

58. Понятие «эконометрика». Предпосылки возникновения научной дисциплины «Эконометрика».
59. Эконометрическая модель.
60. Этапы построения эконометрической модели.
61. Основные классы эконометрических моделей.
62. Основные виды эконометрических уравнений.
63. Регрессия, регрессионный анализ.
64. Парная и множественная регрессия.
65. Спецификация эконометрической модели.
66. Анализ факторов, участвующих в модели.
67. Способы выбора типа уравнений парной регрессии.
68. Уравнение линейной регрессии и оценка его параметров.
69. Ковариация признаков, выборочная дисперсия и коэффициент регрессии.
70. Оценка значимости уравнения регрессии (F-критерий Фишера).
71. Коэффициент детерминации.
72. Стандартные ошибки коэффициентов регрессии. t-критерий Стьюдента.
73. Доверительный интервал коэффициентов регрессии.
74. Точечный прогноз. Средняя ошибка и доверительный интервал прогноза.
75. Нелинейные эконометрические модели.
76. Линеаризация нелинейных функций.
77. Нелинейная оптимизация.
78. Нелинейные регрессии по объясняющим переменным.



79. Нелинейные регрессии по оцениваемым параметрам.
80. Использование параболы второй степени в эконометрических моделях.
81. Использование равносторонней гиперболы в эконометрических моделях.
82. Внутренне линейные нелинейные модели (по оцениваемым параметрам).
83. Внутренне нелинейные нелинейные модели (по оцениваемым параметрам).
84. Использование степенной функции в эконометрических моделях.
85. Использование обратной функции в эконометрических моделях.
86. Методика построения множественной регрессионной модели, причины её использования.
87. Параметры и переменные множественной регрессионной модели, ошибки модели.
88. Отбор факторов, включаемых в модель множественной регрессии. Критерий детерминации.
89. Отбор факторов, включаемых в модель множественной регрессии. Проверка мультиколлинеарности.
90. Фиктивные переменные.
91. Методы подбора факторов уравнения множественной регрессии.
92. Линейные модели множественной регрессии и оценка параметров в них.
93. Нелинейные модели множественной регрессии.
94. Уравнение множественной регрессии в стандартизированном масштабе.
95. Множественная и парная корреляция.
96. Коэффициент множественной детерминации.
97. Значимость уравнения множественной регрессии.
98. Частный F-критерий Фишера.
99. Значимость коэффициентов чистой регрессии по t-критерию Стьюдента.
100. Виды систем эконометрических уравнений и их особенности.
101. Работа с системами независимых уравнений.
102. Работа с системами рекурсивных уравнений.
103. Работа с системами одновременных уравнений: структурная и приведённая форма.
104. Проблема идентификации модели.
105. Идентифицируемая модель и работа с ней.
106. Неидентифицируемая модель и работа с ней.
107. Сверхидентифицируемая модель и работа с ней.
108. Счетное правило.
109. Временной ряд и его характеристики.
110. Факторы, влияющие на значения временного ряда.
111. Модели временных рядов.
112. Автокорреляция уровней ряда.
113. Этапы построения модели временных рядов.
114. Критерий Дарбина-Уотсона.

### 3. ШКАЛЫ ОЦЕНКИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ

Итоговая оценка представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля и выставляется в соответствии с Положением о кредитно-модульной системе в соответствии со следующей шкалой:

Оценка по 5-бальной шкале	Сумма баллов за разделы	Оценка ECTS
5 – «отлично»	90 - 100	A

4 – «хорошо»	85 - 89	B
	75 - 84	C
	70 - 74	D
3 – «удовлетворительно»	65 - 69	
	60 - 64	E
2- «неудовлетворительно»	Ниже 60	F

Расшифровка уровня знаний, соответствующего полученным баллам, дается в таблице указанной ниже:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 – «удовлетворительно»	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и ОС НИЯУ МИФИ по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика».