

Задание №2 по курсу «Дискретная математика».

Раздел: Алгебра логики

Тема: Представления функций алгебры логики.

Задание 1.1

Преобразовать $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, используя формулу дизъюнктивного разложения по совокупности переменных x_n, x_k , представляя получаемые функции от двух переменных формулами над множеством элементарных связей: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, сумма по модулю два, эквиваленция, запрет, штрих Шеффера, стрелка Пирса.

№	f	n	k
1	0110 1110 1101 1001	1	2
3	0110 1110 1101 1001	1	3
5	0110 1110 1101 1001	1	4
7	0110 1110 1101 1001	2	3
9	0110 1110 1101 1001	2	4
11	1010 1110 0110 0101	2	4
13	1010 1110 0110 0101	3	4
15	0110 1110 1101 1001	3	4
17	0110 1110 1101 1001	1	2
19	0110 1110 1101 1001	1	3
21	0110 1110 1101 1001	1	4
23	0110 1110 1101 1001	2	3
25	1100 0100 0111 0110	1	2
27	1100 0100 0111 0110	1	3
29	1100 0100 0111 0110	1	4

№	f	n	k
2	1100 0100 0111 0110	2	3
4	1100 0100 0111 0110	2	4
6	1100 0100 0111 0110	3	4
8	1110 0111 0101 1011	1	2
10	1110 0111 0101 1011	1	3
12	1110 0111 0101 1011	1	4
14	1110 0111 0101 1011	2	3
16	1110 0111 0101 1011	2	4
18	1110 0111 0101 1011	3	4
20	1010 0110 1111 0111	1	2
22	1010 0110 1111 0111	1	3
24	1010 0110 1111 0111	1	4
26	1010 0110 1111 0111	2	3
28	1010 0110 1111 0111	2	4
30	1010 0110 1111 0111	3	4

Задание 1.2.

1.2.1 Выяснить вопрос о равносильности ДНФ f_1, f_2, f_3 сведением их к СДНФ.

1.2.2 Преобразовать с помощью законов дистрибутивности f_2 в КНФ, упростить полученное выражение.

№	f_1	f_2	f_3
1	$\overline{xy}z \vee yz \vee \overline{xy} \vee \overline{xy}z$	$yz \vee \overline{yz} \vee x$	$\overline{xz} \vee \overline{xy} \vee \overline{xz}$
2	$\overline{x}yz \vee \overline{xy} \vee yz \vee \overline{xz} \vee \overline{xy}z$	$yx \vee \overline{yx} \vee z$	$\overline{yz} \vee \overline{yz} \vee \overline{xz}$
3	$\overline{yz} \vee \overline{xy} \vee \overline{yz} \vee \overline{xy}z$	$\overline{yx} \vee \overline{yx} \vee \overline{xz}$	$\overline{y} \vee \overline{z}$
4	$\overline{xy}z \vee \overline{xz} \vee \overline{yz} \vee \overline{xy}z$	$\overline{yx} \vee \overline{yx} \vee \overline{xz}$	$\overline{x} \vee \overline{yz}$
5	$\overline{xy}z \vee \overline{yz} \vee \overline{xy} \vee \overline{xy}z$	$\overline{yx} \vee \overline{yx} \vee x$	$\overline{yz} \vee \overline{yz} \vee x$
6	$\overline{xy}z \vee \overline{yx} \vee \overline{xy}z \vee \overline{yz}$	$\overline{yx} \vee \overline{yz} \vee z$	$\overline{yx} \vee \overline{zx} \vee \overline{zx}$
7	$\overline{yz} \vee \overline{zx} \vee \overline{zy}$	$\overline{yx} \vee \overline{yz}$	$\overline{x} \vee \overline{z}$
8	$\overline{xz} \vee \overline{xy}z \vee \overline{xy}z$	$\overline{yx} \vee \overline{yz}$	$\overline{y} \vee \overline{xy}z$
9	$\overline{yz} \vee \overline{xy}z \vee \overline{xy}z$	$\overline{xz} \vee \overline{xy}$	$\overline{x} \vee \overline{xy}z$
10	$\overline{xy} \vee \overline{xy}z \vee \overline{xz} \vee \overline{xy}z$	$\overline{xy} \vee \overline{yz} \vee \overline{yz}$	$\overline{x} \vee \overline{xy} \vee \overline{yz}$

11	$\overline{xyz} \vee \overline{xz} \vee \overline{yz} \vee \overline{xyz}$	$\overline{yx} \vee \overline{yx} \vee \overline{xz}$	$\overline{zx} \vee \overline{yx} \vee \overline{z}$
12	$\overline{xz} \vee \overline{xy} \vee \overline{xz} \vee \overline{yz}$	$\overline{xy} \vee \overline{xz} \vee \overline{yz}$	$\overline{xz} \vee \overline{xy} \vee \overline{yz}$
13	$\overline{xyz} \vee \overline{xy} \vee \overline{xyz}$	$\overline{yz} \vee \overline{x} \vee \overline{xyz}$	$\overline{xz} \vee \overline{yz}$
14	$\overline{zy} \vee \overline{yz} \vee \overline{xz} \vee \overline{xz}$	$\overline{zy} \vee \overline{yz} \vee \overline{xz} \vee \overline{zx}$	$\overline{xyz} \vee \overline{y} \vee \overline{xyz}$
15	$\overline{zy} \vee \overline{zyx} \vee \overline{xy} \vee \overline{xz}$	$\overline{zy} \vee \overline{yz} \vee \overline{xz}$	$\overline{yx} \vee \overline{xy} \vee \overline{z}$
16	$\overline{xy} \vee \overline{xz} \vee \overline{yz}$	$\overline{xy} \vee \overline{yz} \vee \overline{xy} \vee \overline{xz}$	$\overline{yz} \vee \overline{xy} \vee \overline{xz}$
17	$\overline{xz} \vee \overline{y} \vee \overline{xyz}$	$\overline{xy} \vee \overline{xz}$	$\overline{xyz} \vee \overline{xyz} \vee \overline{yz}$
18	$\overline{xz} \vee \overline{y} \vee \overline{xz}$	$\overline{xyz} \vee \overline{xz} \vee \overline{xyz} \vee \overline{yz}$	$\overline{xy} \vee \overline{xy} \vee \overline{yz}$
19	$\overline{yz} \vee \overline{xyz} \vee \overline{xy} \vee \overline{xyz}$	$\overline{yz} \vee \overline{xz} \vee \overline{xz}$	$\overline{yz} \vee \overline{y} \vee \overline{xz}$
20	$\overline{xyz} \vee \overline{xyz} \vee \overline{xy}$	$\overline{yz} \vee \overline{xz}$	$\overline{xyz} \vee \overline{z}$
21	$\overline{xyz} \vee \overline{xz} \vee \overline{xy} \vee \overline{xyz}$	$\overline{xy} \vee \overline{yz} \vee \overline{yz}$	$\overline{y} \vee \overline{xz}$
22	$\overline{xyz} \vee \overline{xz} \vee \overline{xy} \vee \overline{xyz}$	$\overline{y} \vee \overline{yz} \vee \overline{yz}$	$\overline{xz} \vee \overline{y} \vee \overline{xz}$
23	$\overline{xyz} \vee \overline{xz} \vee \overline{xyz} \vee \overline{yz}$	$\overline{yz} \vee \overline{x} \vee \overline{xz}$	$\overline{xy} \vee \overline{xy} \vee \overline{yz}$
24	$\overline{xy} \vee \overline{xz}$	$\overline{xy} \vee \overline{xyz}$	$\overline{yz} \vee \overline{xyz} \vee \overline{xyz}$

Задание 1.3

- 1.3.1. Для заданной функции найти полином Жегалкина. Решение представить двумя способами.
 1.3.2. Найти СНДФ.
 1.3.3. Найти СНКФ.

№	f	№	f	№	f
1	1000 0110	2	0010 0110	3	0011 1110
4	1011 0101	5	1010 1101	6	1101 0111
7	1001 0100	8	0010 1000	9	0111 1010
10	1100 0111	11	1110 1101	12	0110 0011
13	0111 1001	14	0101 1100	15	1000 0111
16	1110 0111	17	1101 1010	18	0011 1000
19	0110 1011	20	0001 0110	21	0100 1010
22	1001 0111	23	0011 1000	24	0111 1001

Тема: Замкнутые классы ФАЛ. (Классы Поста).

Задание 1.4

- 2.1.1. Доопределить функции $f(x,y,z)$, $g(x,y,z)$, $h(x,y,z)$ так, чтобы $f \in M$, $g \in L$, $h \in S$.
 Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это.
 Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0 и T_1 .

№	f	g	h
1	(0--01---	(--001-0-)	(--10--00)
2	(-1---10-)	(0--1-0-0)	(00-1-1--)
3	(--1--0-1)	(-10-0--1)	(-1--10-0)
4	(---01--1)	(0---001-)	(-010---1)
5	(01-----0-)	(-00-1-1-)	(11-1-0--)
6	(0-1--0--)	(--101-1-)	(-10-0--1)
7	(--001---	(--1-11-0)	(00-0-0--)
8	(-01--0--)	(---001-0)	(01--01--)
9	(-10-1---	(-10--0-0)	(-0--11-1)
10	(---01---	(0---110-)	(11--01-0)
11	(---0-10-)	(---00-10)	(-1--01-0)
12	(-1-----0-)	(01-0-1--)	(101-1---
13	(---0-01-)	(0-10---1)	(--10--01)
14	(-1--0-0-)	(1--0-1-1)	(0-10--0-)
15	(-01--0--)	(-01-1--0)	(-1-0-0-1)
16	(-10---0-)	(1---110-)	(0--1-10-)
17	(--11-0--)	(---110-1)	(-1--10-0)
18	(---01-1-)	(--0-00-1)	(---1-010)
19	(--1--0--)	(-01--1-1)	(-1-0-1-0)
20	(-0-01---	(1---001-)	(-00-1--1)
21	(-1-1--0-)	(---11-01)	(0---101-)
22	(-01--0--)	(10-1-0--)	(0---101-)
23	(---01-1-)	(1-01---0)	(1--1-00-)
24	(-1-----01)	(1-1---00)	(1-10--1-)

Задание 1.5.

2.2.1. Для функций $f(x,y,z)$ и $g(x,y,z)$ выяснить вопрос об их принадлежности к классам T_0, T_1, L, S, M .

2.2.2. В случае, если некоторая функция представляет из себя функционально полный класс, выразить из неё с помощью суперпозиций:

- константы 0 и 1,
- отрицание,
- дизъюнкцию $x \vee y$,
- конъюнкцию xy ,
- импликацию $x \rightarrow y$,
- сложение по модулю два $x \oplus y$,
- тождественность $x \equiv y$,
- дизъюнкцию $x \vee y \vee z$,
- конъюнкцию $x \cdot y \cdot z$.

2.2.3. Полученные результаты проверить с помощью построения таблиц.

№	f	g
1	0010 0100	1000 1110
2	1101 1110	1011 0011
3	1101 0000	1101 0100
4	1100 0001	1101 1110
5	1001 1000	1110 1000
6	1011 0011	1100 0110
7	1000 1100	0011 1010

№	f	g
13	1101 1000	1100 0111
14	0011 0101	1110 1010
15	1100 1110	0100 1101
16	1001 0110	1111 0100
17	1101 0100	0110 1001
18	0000 1101	1000 0010
19	1100 0100	1011 1101

8	0001 0110	1111 0010	20	0101 1111	1111 1010
9	1100 1110	1000 0001	21	1110 1010	1000 0001
10	1100 0011	1101 1100	22	0001 1010	1101 1100
11	1001 1110	0101 0100	23	1100 1000	0010 0000
12	0111 1010	1011 1010	24	1000 0011	1001 0000

Раздел Алгебра логики

2.1 Тема: Минимизация функций алгебры логики. Построение логических схем в заданном элементном базисе

Для заданных функций $f(x,y,x)$, $g(x,y,z,w)$ и $h(x,y,z,w,t)$:

- запишите их представление в алгебраической форме;
- с помощью карт Карно найдите их минимальные ДНФ и КНФ;
- постройте соответствующие заданным функциям логические схемы в базисе элементов мИ-НЕ, пИЛИ-НЕ.

№	f	g	h	m	n
1	0101 1100	1111 1110 1011 1111	1010 0011 1010 0000 1111 0000 1111 0011	2	2
2	0001 1100	1100 1110 0111 1111	0001 0011 0000 1111 0100 1111 0100 1111	4	2
3	1001 0110	1100 1110 1101 1111	0100 1110 0101 0001 0100 1110 0101 0101	5	3
4	0111 0101	1101 0000 1110 1101	0100 0111 0101 0000 0100 1101 0101 0000	3	2
5	0111 1001	1010 1110 1111 1101	0100 0101 1010 1011 0100 0101 1010 1011	4	4
6	1000 1110	0111 1110 0011 1110	0100 1010 0100 1010 1110 0000 1110 0000	3	3
7	0111 1001	1100 1100 1110 0011	1100 0011 1110 1010 1100 0011 1110 0000	2	4
8	1111 0110	0011 0111 1111 1011	0101 1101 0101 1100 0101 0111 0101 0011	4	3
9	1110 0011	1100 1011 1111 1101	0100 0100 1011 1011 1110 1110 1001 1001	3	3
10	0111 0101	1010 1110 1110 1111	1000 0100 1011 0100 1011 0101 1011 0101	2	3
11	1000 1111	1001 0001 1110 1110	0101 0001 1111 0011 0101 0000 1010 1010	4	2
12	1011 0111	1101 1011 1110 1110	0100 1111 0010 0011 0100 1111 0001 0011	4	4
13	0111 0101	1011 1101 0011 0111	0100 0000 1110 1010 0111 1110 0111 1010	4	2
14	0111 1110	0011 1100 0111 1100	0101 1010 0101 1010 0101 1010 0101 0000	2	3
15	0011 1101	0111 1011 0011 1110	0110 1011 0110 1011 0110 0001 0110 0001	3	2
16	0110 1111	11111011 0011 1101	0010 0110 1110 1110 0010 1110 0100 1110	4	3

17	1010 1111	1101 1100 1111 1101	1100 0011 0011 1100 1100 0011 0011 1100	3	2
18	0111 0100	1100 1110 1100 1111	10101 1010 1010 0101 1010 1010 1111 0101	3	4
19	1000 1101	1010 1110 1010 1111	1010 0101 1010 010 1010 0101 1111 0101	2	3
20	1110 1110	1011 1010 1111 1110	1100 1010 1100 1010 1100 1010 1100 1010	2	2
21	1001 1001	1101 1001 1111 0011	1001 1101 1101 1101 1000 1110 0110 1110	2	3
22	0111 1010	1111 0010 1111 0111	0100 0101 1010 0111 0001 0111 1010 0111	4	2
23	1011 1100	1110 1110 1111 0001	0101 0000 1111 1010 0101 1010 0101 1010	3	4
24	1011 0111	1000 0110 1111 1110	1010 1110 0000 0000 1110 1110 0100 0000	3	3

2.2 Тема. Приложения алгебры логики. Синтез потенциальных триггеров.

- 2.2.1 По заданной таблице переходов постройте таблицу истинности синхронного триггера;
- 2.2.2 Найдите характеристическое уравнение заданного триггера $Q_{t+1}(t)=f(C, A_t, B_t, Q_t)$
- 2.2.3 Определите функции возбуждения (R^* и S^*) для управления элементарной запоминающей ячейкой в соответствии с указанным элементарным базисом.
- 2.2.4 Синтезируйте синхронный двухступенчатый триггер заданного типа в указанном элементарном базисе;
- 2.2.5 Приведите временную диаграмму функционирования разработанного триггера.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
A_t	B_t	Q_{t+1}												
0	0	1	Q _t	\bar{Q}_t	Q _t	1	0	1	0	0	1	0	\bar{Q}_t	Q _t
0	1	0	0	1	1	Q _t	Q _t	\bar{Q}_t	\bar{Q}_t	1	0	1	0	0
1	0	Q _t	1	0	0	0	\bar{Q}_t	Q _t	Q _t	Q _t	\bar{Q}_t	\bar{Q}_t	1	1
1	1	\bar{Q}_t	\bar{Q}_t	Q _t	\bar{Q}_t	\bar{Q}_t	1	0	1	\bar{Q}_t	Q _t	Q _t	Q _t	\bar{Q}_t
Базис		И-НЕ	ИЛИ-НЕ	И-НЕ	И-НЕ	ИЛИ-НЕ	ИЛИ-НЕ	И-НЕ	И-НЕ	ИЛИ-НЕ	И-НЕ	И-НЕ	ИЛИ-НЕ	ИЛИ-НЕ

№ варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
A_t	B_t	Q_{t+1}												
0	0	0	0	1	1	0	\bar{Q}_t	Q _t	\bar{Q}_t	Q _t	\bar{Q}_t	Q _t	\bar{Q}_t	Q _t
0	1	\bar{Q}_t	\bar{Q}_t	\bar{Q}_t	Q _t	Q _t	Q _t	\bar{Q}_t	Q _t	\bar{Q}_t	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	\bar{Q}_t	0	1	1	0	Q _t	\bar{Q}_t	Q _t	0
1	1	Q _t	Q _t	Q _t	\bar{Q}_t	1	1	0	0	1	1	0	0	\bar{Q}_t
Базис		ИЛИ-НЕ	И-НЕ	ИЛИ-НЕ	И-НЕ	И-НЕ	И-НЕ	И-НЕ	ИЛИ-НЕ	И-НЕ	И-НЕ	ИЛИ-НЕ	ИЛИ-НЕ	И-НЕ