Домашнее задание №1 по курсу «Дискретная математика».

Раздел 1.
Тема: Элементы теории множеств. Операции над множествами.

Задание 1.1

1.1.1 Справедливо ли в общем случае утверждение: если A α B и B β C и C γ D, то A δ D?

1.1.2 Может ли при некоторых A, B, C и D выполняться набор условий: A α B и B β C и C γ D и A δ D?

Таблица 1.1

№	α	β	γ	δ
1	$\in$	$\in$	$\subseteq$	$\in$
2	$\in$	$\subset$	$\subseteq$	$\subset$
3	$\in$	$\in$	$\in$	$\subseteq$
4	$\subset$	$\subset$	$\in$	$\subseteq$
5	$\in$	$\subseteq$	$\in$	$\subseteq$
6	$\in$	$\subseteq$	$\subseteq$	$\subseteq$
7	$\in$	$\in$	$\subset$	$\in$
8	$\subseteq$	$\in$	$\subseteq$	$\in$
9	$\subset$	$\in$	$\subseteq$	$\subset$
10	$\in$	$\subset$	$\subseteq$	$\subset$
11	$\subset$	$\subseteq$	$\in$	$\subset$
12	$\in$	$\subset$	$\subset$	$\subset$
13	$\in$	$\in$	$\subset$	$\in$
14	$\subset$	$\subseteq$	$\subseteq$	$\subseteq$
15	$\in$	$\subseteq$	$\subseteq$	$\in$
16	$\subset$	$\in$	$\subset$	$\in$
17	$\subseteq$	$\subseteq$	$\in$	$\subset$
18	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
19	$\subseteq$	$\in$	$\subset$	$\subseteq$
20	$\subseteq$	$\subseteq$	$\subseteq$	$\in$

Задание 1.2

Задано универсальное множество I={-5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5 }.
Множество A задано списком в таблице 1.2. Множество B является множеством корней уравнения $x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta = 0$ (значения $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ заданы в таблице 1.2).

1.2.1 Найти множества: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \oplus B$, $\overline{B}$, $C = (A \oplus B) \oplus A$.

1.2.2 Выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C: $A \subset C$, или $C \subset A$, или A=C, или $A \cap C = \varnothing$, или A и B находятся в общем положении.

1.2.3 Найти булеан $\beta(B)$ и $|\beta(B)|$.

№	A	α	β	γ	δ
1	-1, 1, 4, 3	1	-12	-28	-16
2	-1, 1, 2, 3	7	13	-3	-18
3	-1, 1, 3, 4	-2	-12	18	27
4	-1, 1, 2, 3	0	-17	36	-20

5	-2, 1, 3, 4	0	-11	-18	-8
6	-1, 1, 4, 5	3	-9	-23	-12
7	-3, -1, 1, 2	-2	-7	20	-12
8	-4, -1, 1, 2	0	-11	18	-8
9	-2, -1, 3, 5	4	-14	-36	45
10	-2, -1, 2, 4	-1	-4	13	-6
11	-1, 1, 3, 2	-7	12	4	-16
12	-1, 1, 2, 3	-3	-3	7	6
13	-5, -1, 1, 3	6	0	-22	15
14	-4, -3, 1, 2	1	-7	-13	-6
15	-1, -3, 2, 3	-5	1	21	-18
16	-3, -1, 2, 4	-2	-15	-4	20
17	-2, 2, 3, 4	2	-7	-20	-12
18	-3, -1, 1, 2	5	1	-21	-18
19	-1, 1, 2, 3	-4	3	4	-4
20	-1, 1, 2, 3	-5	-3	13	10

Задание 1.3

Пусть А, В, и С – множества точек плоскости, координаты которых удовлетворяют условиям α, β и γ соответственно. Изобразите в системе координат x0y множество D, полученное из множеств А, В и С по формуле δ.

№	Условия		№	Условия	
1	α	$\lvert y\rvert<\sqrt{\lvert x-2\rvert}$	2	α	$x^2+y^2\le 9$
	β	$\lvert y\rvert>(x-2)^2$		β	$x^2-6x+y^2\le 9$
	γ	$y^2+x^2-2x<0$		γ	$x^2+y^2-6y\le 9$
	δ	$(A\cap B)\oplus C$		δ	$A\oplus B\oplus C$
3	α	$\lvert\lvert y\rvert+\lvert x\rvert\rvert\le 10$	4	α	$y\ge\lvert x+1\rvert-\lvert x-1\rvert$
	β	$x^2+y^2-100\le 0$		β	$y\le\lvert x-1\rvert-\lvert x+1\rvert$
	γ	$\lvert y\rvert\le\lvert\lvert x\rvert-5\rvert$		γ	$\lvert\lvert y\rvert+\lvert x\rvert\rvert\le 1$
	δ	$B\setminus A\oplus C$		δ	$\overline{A\oplus B}\oplus C$
5	α	$2\lvert y\rvert-\lvert x-5\rvert+\lvert x+5\rvert\le 0$	6	α	$y\le\lvert 10\sin\lvert x\rvert\rvert$
	β	$\lvert y\rvert\le\lvert\lvert x\rvert-5\rvert$		β	$y\le\lvert 10\cos x\rvert$
	γ	$x^2+y^2-50\le 0$		γ	$y\le 20\sin\lvert x\rvert\cdot\cos x$
	δ	$A\oplus B\oplus C$		δ	$(A\oplus B)\setminus C$
7	α	$x^2-12\lvert x\rvert+y^2\le 0$	8	α	$\lvert y\rvert>\lvert lg\lvert x-10\rvert\rvert$
	β	$x^2+y^2+12\lvert y\rvert\le 0$		β	$x^2-20\lvert x\rvert+y^2\le 300$
	γ	$x^2+y^2\le 27$		γ	$\lvert y\rvert\ge\lvert x\rvert$
	δ	$C\oplus A\oplus B$		δ	$C\oplus A\oplus B$
9	α	$y+x^2-5\le 0$	10	α	$y^2+x^2-16\le 0$
	β	$x^2+y^2-6y\le 0$		β	$y-\frac{5}{1+x^2}\le 0$
	γ	$y-\lvert x\rvert+3>0$		γ	$y-2x^2-5<0$
	δ	$A\setminus(B\cup C)$		δ	$(A\oplus B)\setminus C$

11	α	$x^2-10\lvert x\rvert+y^2\le 0$	12	α	$y^2+x^2+4x\le 0$
	β	$x^2+y^2-10\lvert y\rvert\le 0$		β	$\lvert y\rvert<\dfrac{2}{x^2-2x-1}$
	γ	$x^2+y^2\le 50$		γ	$y^2+x^2-4x\le 0$
	δ	$C\oplus A\oplus B$		δ	$(A\oplus C)\setminus B$
13	α	$y\le\dfrac{4}{\lvert\lvert x\rvert-4\rvert}$	14	α	$\lvert y\rvert<\lvert x\rvert$
	β	$y<\lvert\lvert x\rvert-4\rvert$		β	$\lvert y\rvert<\lvert x-4\rvert$
	γ	$\lvert\lvert y\rvert-\lvert x\rvert\rvert\le 2$		γ	$y^2+x^2-2x<0$
	δ	$C\setminus(A\oplus B)$		δ	$(A\cap B)\oplus C$
15	α	$y^2+x^2-25\le 0$	16	α	$x^2+y^2-6y\le 0$
	β	$y-x^2+5\lvert x\rvert\ge 0$		β	$y-\lvert 4x^2-3\rvert<0$
	γ	$y\le\lvert x^2-5\lvert x\rvert\rvert$		γ	$y>\lvert x\rvert+3$
	δ	$(A\oplus B)\cap C$		δ	$(A\cap B)\oplus(A\cap C)$
17	α	$y<\lvert x^2-4\lvert x\rvert-1\rvert$	18	α	$y>\dfrac{10\lvert x\rvert}{1+x^2}$
	β	$y\le\dfrac{1}{3}\lvert x\rvert-1$		β	$y+x^2-6<0$
	γ	$y\ge\lvert x\rvert-3$		γ	$y>5\lvert x^3\rvert$
	δ	$A\cap B\cap C$		δ	$C\setminus A\cup C\setminus B$
19	α	$0\le y\le\sqrt{\lvert x\rvert}$	20	α	$x^2+y^2\le 9$
	β	$y-x^2+4\ge 0$		β	$x^2-6x+y^2\le 9$
	γ	$y\le-\lvert x\rvert+2$		γ	$x^2+y^2-6y\le 9$
	δ	$(A\oplus C)\cap B$		δ	$A\oplus B\oplus C$

Задание 1.4

1.4.1 Существуют ли множества A. B, X такие, что выполняется набор условий α ?

1.4.2 Существуют ли множества N, E, P такие, что выполняется набор условий β ?

№	α	β
1	$A\cap B=\overline{A\cup X}=\varnothing,\quad B\setminus X\ne\varnothing$	$P\setminus N=E=N\setminus P=\varnothing,\quad N\ne\varnothing$
2	$A\setminus X=B\setminus A=X\setminus A=\varnothing,\quad B\ne\varnothing$	$P\cap N=(N\setminus P)\setminus E=\varnothing,\quad N\setminus E\ne\varnothing$
3	$A\setminus X=B\setminus A=\overline{A}=\varnothing,\quad \overline{X}\ne\varnothing$	$N\cup E=E\cap P=\varnothing,\quad P\setminus N\ne\varnothing$
4	$A\setminus X=(B\setminus A)\cap X=\varnothing,\quad X\setminus A\ne\varnothing$	$P\cap N=E\setminus P=P\setminus N=\varnothing,\quad E\ne\varnothing$
5	$X\setminus B=(B\setminus A)\cap X=\varnothing,\quad X\setminus A\ne\varnothing$	$E\setminus N=N\cap E=N\setminus P=\varnothing,\quad N\ne\varnothing$
6	$\overline{A}=X\setminus B=B\setminus X=\varnothing,\quad B\ne\varnothing$	$P\setminus N=\overline{P\cup E}=\varnothing,\quad \overline{N}\cap\overline{E}\ne\varnothing$
7	$(X\setminus A)\setminus B=B\setminus A=\overline{X\cup B}=\varnothing,\quad \overline{A}\ne\varnothing$	$N\setminus E=E\setminus P=P\setminus E=\varnothing,\quad E\setminus N\ne\varnothing$
8	$B\setminus X=A\cap X=\varnothing,\quad B\ne\varnothing$	$P\cap N\cap E=N\setminus P=\varnothing,\quad N\cap E\ne\varnothing$

9	$A = X = (B \setminus A) \setminus X = \varnothing, \quad B \neq \varnothing$	$N \setminus P = E \cap P = \varnothing, \quad E \neq \varnothing$
10	$A \cap X = B \setminus A = \varnothing, \quad X \neq \varnothing$	$P \setminus E = N \setminus E = \overline{N \cup E} = \varnothing, \quad \overline{E} \neq \varnothing$
11	$B \setminus A = \overline{B \cup X} = \varnothing, \quad \overline{A} \cap \overline{X} \neq \varnothing$	$\overline{P} = E \setminus N = N \setminus E = \varnothing, \quad N \neq \varnothing$
12	$A \cap X = \overline{B \cup A} = \overline{B} = \varnothing, \quad A \neq \varnothing$	$N \setminus P = P \cap E = \varnothing, \quad N \cap E \neq \varnothing$
13	$B \cap X = \overline{A \cup B} = \varnothing, \quad X \setminus A \neq \varnothing$	$P \setminus E = N \setminus E = N \cap P = \varnothing, \quad P \neq \varnothing$
14	$B \setminus A = B \setminus X = X \setminus B = \varnothing, \quad B \neq \varnothing$	$P \setminus N = N \cap P = \varnothing, \quad P \cap E \neq \varnothing$
15	$X \cap B = (X \setminus B) \setminus A = \varnothing, \quad X \setminus A \neq \varnothing$	$E \Delta P = N \cap E = \varnothing, \quad P \setminus N \neq \varnothing$
16	$A \cap B = X \setminus A = \varnothing, \quad B \setminus A \neq \varnothing$	$N \setminus P = E \setminus N = \overline{N} = \varnothing, \quad \overline{P} \neq \varnothing$
17	$X \setminus B = A \setminus X = \varnothing, \quad A \setminus B \neq \varnothing$	$E = \overline{N \cup E} = P \setminus E = \varnothing, \quad \overline{N} \cap \overline{E} \neq \varnothing$
18	$A \setminus B = A \setminus X = \varnothing, \quad X \setminus B \neq \varnothing$	$E \setminus P = N \setminus P = \overline{N \cup P} = \varnothing, \quad \overline{P} \neq \varnothing$
19	$B \setminus X = A \setminus X = \varnothing, \quad (B \cap X) \setminus A \neq \varnothing$	$N \setminus E = E \setminus P = \varnothing, \quad N \neq \varnothing$
20	$B \setminus A = X = A \setminus B = \varnothing, \quad A \neq \varnothing$	$P \cap N = \overline{P \cup E} = \varnothing, \quad N \setminus E \neq \varnothing$

Задание 1.5

Решить систему соотношений относительно множества X и указать условия совместимости системы.

№	Система	№	Система	№	Система
1	$\begin{cases} (A \Delta X) \cup B = C \\ C \setminus X = A \cup B \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$	2	$\begin{cases} C \setminus A = X \Delta B \\ X \cap A = B \cap C \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$	3	$\begin{cases} C \setminus A = X \Delta B \\ X \cup B = A \cap X \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$
4	$\begin{cases} C \setminus A = X \Delta B \\ (A \Delta B) \cup X = C \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$	5	$\begin{cases} A \cap X = C \Delta B \\ X \setminus A = B \setminus C \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$	6	$\begin{cases} C \setminus X = A \Delta C \\ X \cup B = C \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$
7	$\begin{cases} A \cap X = B \\ A \Delta X = C \\ A \subseteq B \subseteq C \end{cases}$	8	$\begin{cases} X \setminus B = C \setminus A \\ A \Delta X = C \Delta B \\ A \subseteq B \subseteq C \end{cases}$	9	$\begin{cases} C \setminus X = A \cup (C \setminus B) \\ A \cup X = B \\ A \subseteq B \subseteq C \end{cases}$
10	$\begin{cases} X \setminus B = C \setminus A \\ C \cap X = A \\ A \subseteq B \subseteq C \end{cases}$	11	$\begin{cases} B \setminus X = A \\ B \cup X = C \\ A \subseteq B \subseteq C \end{cases}$	12	$\begin{cases} X \cup (B \setminus A) = C \\ C \setminus X = A \cap B \\ A \subseteq B \subseteq C \end{cases}$
13	$\begin{cases} B \Delta X = C \setminus A \\ X \cap A = C \cap B \\ A \subseteq B \subseteq C \end{cases}$	14	$\begin{cases} A \Delta X = C \setminus B \\ A \cup X = B \cap X \\ A \subseteq B \subseteq C \end{cases}$	15	$\begin{cases} A \setminus B = C \setminus X \\ B \cup X = C \setminus A \\ A \subseteq B \subseteq C \end{cases}$
16	$\begin{cases} C \setminus X = A \cap B \\ X \cap A = X \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$	17	$\begin{cases} C \setminus X = A \cup B \\ X \cap B = X \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$	18	$\begin{cases} C \setminus X = C \setminus (A \cup B) \\ A \setminus B = X \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$
19	$\begin{cases} C \setminus X = A \cap B \\ X \setminus A = B \Delta C \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$	20	$\begin{cases} C \setminus X = A \cup B \\ X \setminus B = C \setminus A \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$	21	$\begin{cases} A \cap X = A \setminus B \\ X \Delta B = A \\ A \cup B \subseteq C \end{cases}$

Задание 1.6

Решить систему уравнений относительно множества X и указать условия совместимости системы или доказать её несовместимость

№	Система	№	Система	№	Система
1	$\begin{cases} X \setminus A = B \setminus C \\ B \setminus A = \overline{X \cap A} \\ (C \setminus X) \setminus B = B \setminus A \end{cases}$	2	$\begin{cases} \overline{C \cap X} = X \cap A \\ A \cap C = C \setminus X \\ B \setminus (C \cup A) = A \setminus C \end{cases}$	3	$\begin{cases} B \cap X = C \cap B \\ A \setminus X = \overline{C \cup B} \\ \overline{B} = B \setminus C \end{cases}$
4	$\begin{cases} C \setminus A = B \Delta X \\ C \setminus X = B \setminus A \\ A \cap X = B \cap C \end{cases}$	5	$\begin{cases} A \cup X = B \Delta \overline{C} \\ X \setminus C = B \cup X \\ \overline{B \cap X} = C \setminus A \end{cases}$	6	$\begin{cases} B \setminus C = A \Delta X \\ B \setminus X = A \setminus C \\ C \cap X = A \cap B \end{cases}$
7	$\begin{cases} A \cup X = B \setminus C \\ B \cap C = A \cup C \\ C \setminus B = X \cap A \end{cases}$	8	$\begin{cases} A \setminus X = B \setminus C \\ C \cup \overline{A} = A \cap X \\ X \cup \overline{C} = X \cap C \end{cases}$	9	$\begin{cases} C \setminus X = X \setminus A \\ X \setminus C = B \setminus X \\ \overline{A \cup X} = X \setminus C \end{cases}$
10	$\begin{cases} \overline{B \cap X} = X \cap C \\ B \cap C = B \setminus X \\ A \setminus (B \cup C) = C \setminus B \end{cases}$	11	$\begin{cases} X \setminus C = A \setminus B \\ A \setminus C = \overline{X \cap C} \\ (B \setminus X) \setminus A = A \setminus C \end{cases}$	12	$\begin{cases} C \cup X = A \setminus B \\ A \cap B = B \cup C \\ B \setminus A = X \cap C \end{cases}$
13	$\begin{cases} C \setminus X = A \setminus X \\ B \cup \overline{C} = X \cap C \\ X \cup \overline{B} = X \cap B \end{cases}$	14	$\begin{cases} B \cup X = C \cap X \\ B \cap X = A \cup X \\ \overline{B} \setminus X = A \setminus B \end{cases}$	15	$\begin{cases} B \setminus X = X \setminus C \\ X \setminus B = A \setminus X \\ \overline{C} \cap \overline{X} = X \setminus B \end{cases}$
16	$\begin{cases} B \cap X = C \setminus X \\ X \setminus B = A \cup X \\ X \setminus A = C \cup B \end{cases}$	17	$\begin{cases} B \cup X = C \setminus X \\ X \setminus C = A \cup X \\ \overline{B} \setminus A = X \setminus B \end{cases}$	18	$\begin{cases} B \cup X = C \Delta \overline{A} \\ X \setminus A = C \cup X \\ \overline{C \cap X} = A \setminus B \end{cases}$
19	$\begin{cases} C \setminus A = B \Delta X \\ C \setminus X = B \setminus A \\ A \cap X = B \cap C \end{cases}$	20	$\begin{cases} C \setminus X = B \cap A \\ B \setminus X = A \setminus C \\ X \setminus A = B \cup C \end{cases}$	21	$\begin{cases} C \cup X = C \cap A \\ B \cup A = A \cap X \\ B \cup C = X \cap A \end{cases}$

Раздел 2

]Тема: Элементы теории множеств. Соответствия. Отношения.

Задание 2.1

2.1.1 Проверить справедливость равенства α для множеств

A={1,2}, B={2,3}, C={1,3}.

2.1.2 Выяснить, верно ли равенство α для произвольных A, B, C.

Таблица 2.1

№	α
1	$A \times C = (A \times (C \setminus B)) \cup (A \times (C \cap B))$
2	$A \times C = (A \times (C \cap B)) \cup (A \times C)$

3	$A\times(B\Delta C)=(A\times(B\cup C)\setminus(A\times(C\cap B))$
4	$A\times C=(A\times(C\setminus B))\cup(A\times C)$
5	$A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times(C\setminus B))$
6	$A\times(C\setminus B)=(A\times C)\Delta(A\times(C\cap))$
7	$A\times C=(A\times(C\cup B))\cap(A\times C)$
8	$A\times(C\cap(B\Delta C))=(A\times C)\Delta(A\times(C\cap B))$
9	$A\times(C\setminus B)=(A\times C)\setminus(A\times(C\cap B))$
10	$A\times(B\cup C)=(A\times(B\Delta C))\cup(A\times(B\cap C))$
11	$A\times C=(A\times(C\cup B))\setminus(A\times(B\setminus C))$
12	$A\times(B\cap C)=(A\times C)\setminus(A\times(C\setminus B))$
13	$A\times(B\cap C)=(A\times(B\cup C))\setminus(A\times(B\Delta C))$
14	$A\times(C\setminus B)=(A\times(B\cup C))\setminus(A\times B)$
15	$B\times A=(B\times(A\setminus C))\cup(B\times(A\cap C))$
16	$B\times A=(B\times(A\cap C))\cup(B\times A)$
17	$B\times A=(B\times A)\cup(B\times(A\setminus C))$
18	$B\times(A\cup C)=(B\times(A\setminus C))\cup(B\times C)$
19	$B\times A=(B\times A)\cap(B\times(A\cup C))$
20	$B\times(A\setminus C)=(B\times A)\setminus(B\times(A\cap C))$

Задание 2.2

Для заданного подмножества R (Таблица 2.2) найти:

R^{-1}, $R\circ R^{-1}$, $R^{-1}\circ R$, $\Pi p_2(R^{-1}\circ R)\times\Pi p_1(R\circ R)$.

Таблица 2.2

№	R
1	(1,2), (1,3), (4,2), (2,3), (3,3)
2	(2,2), (4,4), (1,2), (3,1), (3,4)
3	(1,2), (2,3) (3,1), (2,2), (3,2)
4	(3,3), (3,2), (2,2), (1,2), (3,1)
5	(0, 1), (1,1), (1,0), (0,2), (2,1)
6	(5,4), (2,4), (4,4), (3,2), (5,3)
7	(1,1), (1,2), (2,3), (3,1), (3,2)
8	(1,3), (3,1), (2,2), (1,2), (1,4)
9	(3,8), (8,4), (4,4), (8,3), (4,3)
10	(0,2), (2,3), (3,3), (3,0), (0,0)
11	(1,5), (5,2), (2,2),(1,1), (1,3)
12	(0,2), (0,3), (0,0), (1,2), (2,3)
13	(a,b), (a,c), (d,b), (c,c), (b,c)
14	(b,b), (d,d), (a,b), (c,a), (c,d)
15	(a,b), (b,c), (c,a), (b,b), (c,b)
16	(c,c), (c,b), (b,b), (a,b), (c,a)
17	(e,a), (a,a), (a,e), (e,b), (b,a)
18	(f,d), (b,d), (d,d), (c,b), (f,c)
19	(a,a), (a,b), (b,c), (c,a), (c,b)
20	(a,c), (c,a), (b,b), (a,b), (a,d)

Задание 2.3

Дано соответствие Г=(X, Y, G). (Таблица 2.3)

2.2.1 Изобразите соответствие в виде графа.

2.2.2 Выяснить, какими из 4-х основных свойств (определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г.

2.2.3 Найти образ множества А и прообраз множества В при данном соответствии.

2.2.4 Построить соответствие между бесконечными множествами, обладающее тем же набором свойств, что и Г.

2.2.5 Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположных данному.

Таблица 2.3

№	X	Y	G	A	B
1	a, b, c, d, e	1, 2, 3, 4	(b,1), (c,3), (d,2), (c,1)	a, c	1, 2
2	a, b, c, d	1, 2, 3, 4, 5	(a,2), (c,1), (d,5), (c,3)	b, c	1, 2
3	a, b, c, d	1, 2, 3, 4	(a,4), (c,4), (b,2), (a,3)	a, b	2, 4
4	a, b, c, d	1, 2, 3, 4	(a,4), (b,3), (b,2), (c,3), (d,4)	a, b	3, 4
5	a, b, c, d	1, 2, 3, 4	(a,3), (b,4), (c,3), (d,1)	a, c	1, 3
6	a, b, c, d, e	1, 2, 3, 4, 5	(a,5), (b,3), (d,1), (e,2)	d, e	1, 3
7	a, b, c, d	1, 2, 3, 4	(a,2), (b,3), (c,1), (a,4)	a, b	1, 2
8	a, b, c, d, e	1, 2, 3	(b,2), (c,1), (e,3), (a,3)	e, c	3, 1
9	a, b, c, d, e	1, 2, 3, 4	(d,1), (b,2), (e,4), (a,3)	b, c	1, 2
10	a, b, c, d	1, 2, 3, 4, 5	(a,3), (b,5), (c,4), (d,1)	a, c	1, 4
11	a, b, c, d	1, 2, 3, 4	(a,4), (b,3), (c,2), (d,1)	a, b	1, 3
12	a, b, c, d, e	1, 2, 3	(a,2), (b,3), (c,1), (d,2), (e,1)	e, c	2, 3
13	a, b, c, d	1, 2, 3, 4	(a,3), (b,4), (c,1), (d,2)	a, b	1, 4
14	a, b, c, d	1, 2, 3	(a,1), (b,3), (c,2), (a,2)	c, d	2, 3
15	a, b, c, d	1, 2, 3	(a,3), (b,3), (c,1), (d,2)	c, d	1, 3
16	a, b, c, d	1, 2, 3, 4	(a,1), (b,3), (a,2), (c,4)	a, b	2, 3
17	a, b, c	1, 2, 3, 4, 5	(a,2), (b,5), (c,4), (b,3)	a, b	2, 5
18	a, b, c, d	1, 2, 3, 4	(a,3), (c,2), (d,1), (c,4)	c, d	2, 3
19	a, b, c, d	1, 2, 3, 4	(b,3), (a,2), (c,2), (d,1)	a, c	1, 4
20	a, b, c, d, e	1, 2, 3	(a,2), (b,1), (d,3), (e,1)	a, b	1, 2

Задание 2.4

Для соответствия Г= (X, У, G) (Таблица 2.4):

2.4.1 Определить набор свойств, которыми обладает данное соответствие;

2.4.2 Построить соответствие между конечными множествами с набором свойств, противоположным данному, изобразив соответствие аналитически и в виде графа.

Таблица 2.4

№	X	У	G
1	функции, определённые на [0,1]	R	(функция, ордината её точки максимума)
2	окружности на плоскости	Z	(окружность, её длина)
3	фамилии студентов вашей группы	{1,2,.. .,100}	(фамилия, число букв в фамилии)
4	(0, + ∞.)	отрезки на прямой	(x, отрезок длины x)
5	вузы вашего города	жители вашего города	(вуз; человек, окончивший этот вуз)
6	R	непрерывные на [a, b] функции	$\left(\max\limits_{x∍[a,b]} f(x), f(x)\right)$

7	[1,3]	R_+	$(x,y) \| (x-2)^2+(y-2)^2 \le 1$
8	(0, + ∞.)	[-1,1]	$(x,y) \mid x^2 < y$
9	множество кругов на плоскости	множество точек плоскости	(круг, его центр)
10	многочлены 2-ой степени от одной переменной с действительными коэффициентами	R	(многочлен, его корень)
11	R	функции, непрерывные на [0,1]	$\left(m, f(x) \| \min\limits_{0 \le x \le 1} f(x) = m\right)$
12	[0,1]	R^2	$(x,(x,y) \| x^2+y^2=1)$
13	{0,1,2}	N	$(x, y) \| x$ - остаток от деления y на 3
14	окружности на плоскости	прямые на плоскости	(окружность, касательная к этой окружности)
15	пары окружностей на плоскости	R^2	(пара окружностей, координаты точки пересечения этих окружностей)
16	[0, 1]	{0,1}	$(x, f(x))$, где $f(x) = \begin{cases} 0, \text{ если } x \in R \setminus Q \\ 1, \text{ если } x \in Q \end{cases}$
17	N	студенты вашего вуза	(n, человек с годом рождения n)
18	имена студентов вашей группы	буквы русского алфавита	(имя, буква из имени)
19	R^2	N	$\left((x, y), \sqrt{x^2+y^2}\right)$
20	P(U)	$[P(U)]^3$	$(D, (A,B,C) \mid A \cup B \cup C = D)$

Задание 2.5

2.5.1 Проверить для произвольных отношений Φ=(A, G) и Ψ=(A, F) справедливость утверждения «Если отношения Φ и Ψ обладают свойством P, то отношение R также обладает свойством P». (A – область задания отношения, $G \subseteq A^2$; $F \subseteq A^2$).

Обозначения: α – рефлексивность, β – антирефлексивногсть, γ- симметричность, δ-антисимметричность, ε – транзитивность, λ- связность.

Таблица 2.5

№	P	R
1	β	$\Phi \cup \Psi$
4	β	$\Phi \cap \Psi$
7	β	$\Phi \setminus \Psi$
10	β	$\Phi \Delta \Psi$
13	β	$\Phi \circ \Psi$
16	β	Φ^{-1}
19	γ	$\Phi \cup \Psi$

№	P	R
2	γ	$\Phi \circ \Psi$
5	γ	Φ^{-1}
8	δ	$\Phi \cup \Psi$
11	δ	$\Phi \cap \Psi$
14	δ	$\Phi \setminus \Psi$
17	δ	$\Phi \Delta \Psi$
20	δ	$\Phi \circ \Psi$

№	P	R
3	ε	$\Phi \setminus \Psi$
6	ε	$\Phi \Delta \Psi$
9	ε	$\Phi \circ \Psi$
12	ε	Φ^{-1}
15	λ	$\Phi \cup \Psi$
18	λ	$\Phi \cap \Psi$
21	λ	$\Phi \setminus \Psi$

Задание 2.6

2.6.1 Выяснить, какими из свойств: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, связность обладает данное отношение Ф = (A,G).

2.6.2 Выяснить, что представляет из себя отношение $\Phi\circ\Phi$, $\Phi\circ\Phi^{-1}$.

2.6.3 Построить на конечном множестве отношение, обладающее таким же набором свойств, что и данное. Изобразить его графом и аналитически.

2.6.4 Построить на бесконечном множестве отношение, обладающее набором свойств, противоположным данному. В случае невозможности построения доказать противоречивость набора требований.

Таблица 2.6

№	A	G
1	P(N)	$A\varphi B\Leftrightarrow \lvert A\rvert=\lvert B\rvert$
2	N	$x\varphi y\Leftrightarrow x$ и y имеют одинаковый остаток от деления на 3
3	P(U) , где U — множество точек плоскости	$A\varphi B\Leftrightarrow A\cup B=\varnothing$
4	прямые в пространстве	$x\varphi y\Leftrightarrow x$ и y имеют хотя бы одну общую точку
5	жители России на начало этого года	$x\varphi y\Leftrightarrow x$ и y состоят в одной и той же политической партии
6	жители России на начало этого года	$x\varphi y\Leftrightarrow x$ и y - супруги
7	множество окружностей на плоскости	$x\varphi y\Leftrightarrow x$ касается y
8	P(U), где U — множество точек плоскости	$A\varphi B\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$
9	множество студентов вашего вуза	$x\varphi y\Leftrightarrow x$, y учатся на одном курсе
10	непрерывные на [0,1] функции	$f(x)\varphi g(x)\Leftrightarrow\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 g(x)dx$
11	N	$x\varphi y\Leftrightarrow$ x+y кратно трём
12	N^2	$((x,y)\varphi(z,t)\Leftrightarrow xt=yz$
13	[0,2]	$x\varphi y\Leftrightarrow x+y<1$
14	жители России на начало этого года	$x\varphi y\Leftrightarrow$ y тёща для x
15	P(U) , где U — множество точек плоскости	$A\varphi B\Leftrightarrow$ A и B - в общем положении
16	N	$x\varphi y\Leftrightarrow x\cdot y$ кратно трём
17	R	$x\varphi y\Leftrightarrow$ x и y имеют одинаковую целую часть
18	[0,4]	$x\varphi y\Leftrightarrow x>2y+1$
19	R^n	$(a_1,a_2,\ldots a_n)\varphi(b_1,b_2,\ldots,b_n)\Leftrightarrow$ $\{\max a_i, 1\le i\le n\}=\{\max b_i, 1\le i\le n\}$
20	R	$x\varphi y\Leftrightarrow x^2+y^2=1$

Раздел 3
Тема: Элементы комбинаторики.

Задание 3.1

Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе было точно:

№	Условия
1	3 туза, 3 карты чёрной масти
2	1 туз, 1 валет, 1 карта красной масти
3	2 карты чёрной масти, 2 дамы
4	по крайней мере 4 пиковые карты, 1 дама
5	2 бубновые, 2 крестовые карты, 1 туз
6	1 бубновая карта, 2 крестовых, 1 дама
7	3 дамы, 2 крестовые карты
8	хотя бы 4 крестовые карты, 1 туз
9	1 крестовая карта, 2 дамы, нет червей
10	1 король, 2 дамы, 1 пиковая карта
11	2 карты красной масти, 3 туза
12	2 туза, не меньше 3 пиковых карт
13	3 бубновых карты, 2 дамы, 1 валет
14	1 бубновая карта, 2 дамы, нет червей
15	2 крестовых карты, 1 бубновая, 1 дама
16	1 король, 1 дама, 1 крестовая карта
17	3 короля, 2 бубновых карты
18	2 чёрных карты, 1 карта червей, 1 туз
19	не меньше 4 красных карт, 2 туза
20	1 король, 2 дамы, 1 карта красной масти

Задание 3.2

Сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова α

№	α	Условие
1	*диктатура*	как гласные, так и согласные идут в алфавитном порядке
2	*перешеек*	2 буквы е не идут подряд
3	*переходной*	согласные и гласные чередуются
4	*криминалистика*	пятое и седьмое места заняты согласными
5	*молоковоз*	ровно 3 буквы "о" не идут подряд
6	*пастушонок*	между двумя гласными расположены 2 согласные
7	*взбрыкнул*	между двумя гласными находятся 3 согласные
8	*интернирование*	согласные и гласные чередуются, гласные идут в алфавитном порядке
9	*коловорот*	две буквы "о" не стоят рядом
10	*атаман*	согласные идут в алфавитном порядке, но буквы "а" не стоят рядом

11	*катастрофа*	не меняется порядок согласных букв
12	*капитуляция*	слово начинается с буквы "а", чередуются гласные и согласные буквы
13	*полномочия*	никакие гласные не стоят рядом
14	*бронемашина*	одинаковые буквы не идут друг за другом
15	*президент*	согласные идут в алфавитном порядке
16	*саламандра*	буква *"а"* идёт непосредственно после "с"
17	*приватизация*	чередуются пары гласных и согласных букв
18	*передел*	в начале и в конце слова стоит согласная буква
19	*министр*	нельзя сказать, что согласные идут в алфавитном порядке
20	*полумера*	не встречается буквосочетание *"мурло"*

Задание 3.3

Найти наибольший член разложения бинома $(a+b)^n$

№	a	b	n	№	a	b	n	№	a	b	n
1	$\sqrt{5}$	3	17	**2**	$\sqrt{5}$	2	13	**3**	$\sqrt{7}$	3	15
4	$\sqrt{3}$	10	17	**5**	3	$\sqrt{6}$	12	**6**	3	$\sqrt{10}$	19
7	$\sqrt{11}$	4	14	**8**	$\sqrt{5}$	3	10	**9**	$\sqrt{3}$	1,9	18
10	3	$\sqrt{12}$	13	**11**	2,2	$\sqrt{7}$	13	**12**	2,8	$\sqrt{6}$	17
13	$\sqrt{8}$	3	12	**14**	$\sqrt{6}$	2,5	11	**15**	$\sqrt{7}$	2,5	16
16	4	$2\sqrt{3}$	11	**17**	3,5	$\sqrt{11}$	10	**18**	2,3	$\sqrt{8}$	20
19	$\sqrt{13}$	3	13	**20**	$\sqrt{10}$	3,3	13	**21**	$\sqrt{7}$	2,7	18

Задание 3.4

Из данной пропорции найти x и y

Сделать проверку полученных значений.

№	Пропорция	№	Пропорция
1	$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 5:4:2$	2	$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 6:3:1$
3	$C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} : C_{x}^{y-1} = 3:3:2$	4	$C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} : C_{x}^{y-1} = 72:45:20$
5	$C_{x}^{y+2} : C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} = 42:35:20$	6	$C_{x}^{y+2} : C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} = 14:10:5$
7	$C_{x+1}^{y+2} : C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} = 3:4:3$	8	$C_{x+1}^{y+2} : C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} = 28:24:15$
9	$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 4:5:4$	10	$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 15:5:1$
11	$C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} : C_{x}^{y-1} = 21:14:6$	12	$C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} : C_{x}^{y-1} = 15:24:28$

13	$C_{x+1}^{y+2}:C_{x+1}^{y+1}:C_{x+1}^{y}=3:5:5$		14	$C_{x}^{y+2}:C_{x}^{y+1}:C_{x}^{y}=7:7:5$
15	$C_{x+1}^{y+2}:C_{x+1}^{y+1}:C_{x+1}^{y}=2:4:5$		16	$C_{x+1}^{y+2}:C_{x+1}^{y+1}:C_{x+1}^{y}=6:7:6$
17	$C_{x+1}^{y+1}:C_{x+1}^{y}:C_{x+1}^{y-1}=2:3:3$		18	$C_{x+1}^{y+1}:C_{x+1}^{y}:C_{x+1}^{y-1}=5:5:3$
19	$C_{x}^{y+1}:C_{x}^{y}:C_{x}^{y-1}=14:8:3$		20	$C_{x}^{y+1}:C_{x}^{y}:C_{x}^{y-1}=1:7:21$

Задание 3.5

Вычислить данные суммы

№	Сумма
1	$C_{n-1}^{2}+2C_{n-1}^{3}+3C_{n-1}^{4}+\cdots+(n-2)C_{n-1}^{n-1}$
2	$2C_{n-1}^{1}+7C_{n-1}^{2}+12C_{n-1}^{3}+\cdots+(5n-8)C_{n-1}^{n-1}$
3	$C_n^2+4C_n^3+9C_n^4+\cdots(n^2-4n+4)C_n^{n-1}$
4	$C_{n+1}^{2}-3C_{n+1}^{3}+5C_{n+1}^{4}+\cdots+(-1)^{n}(2n-1)C_{n+1}^{n+1}$
5	$5C_{n+1}^{0}+8C_{n+1}^{1}+11C_{n+1}^{2}+\cdots+(3n+2)C_{n+1}^{n-1}$
6	$6C_{n+1}^{1}+10C_{n+1}^{2}+14C_{n+1}^{3}+\cdots+(4n+2)C_{n+1}^{n+1}$
7	$3C_{n+1}^{1}+5C_{n+1}^{2}+7C_{n+1}^{3}+\cdots+(2n+3)C_{n+1}^{n+1}$
8	$4C_{n+1}^{2}+7C_{n+1}^{3}+10C_{n+1}^{4}+\cdots+(3n+1)C_{n+1}^{n+1}$
9	$C_{n}^{1}+5C_{n}^{2}+9C_{n}^{3}+\cdots+(4n-3)C_{n}^{n}$
10	$C_{n}^{2}-3C_{n}^{3}+5C_{n}^{4}+\cdots+(-1)^{n}(2n-3)C_{n}^{n}$
11	$4C_{n}^{2}+7C_{n}^{3}+10C_{n}^{4}+\cdots+(3n-2)C_{n}^{n}$
12	$C_{n+1}^{2}+2C_{n+1}^{3}+3C_{n+1}^{4}+\cdots+nC_{n+1}^{n+1}$
13	$C_{n+1}^{1}+2C_{n+1}^{2}+3C_{n+1}^{3}+\cdots+(n+1)C_{n+1}^{n+1}$
14	$5C_{n}^{0}+8C_{n}^{1}+11C_{n}^{2}+\cdots+(3n-1)C_{n}^{n-2}$
15	$3C_{n+1}^{1}+7C_{n+1}^{2}+11C_{n+1}^{3}+\cdots+(4n-1)C_{n+1}^{n}$
16	$2C_{n}^{1}+7C_{n}^{2}+12C_{n}^{3}+\cdots+(5n-3)C_{n}^{n}$
17	$3C_{n}^{1}+5C_{n}^{2}+7C_{n}^{3}+\cdots+(2n-1)C_{n}^{n-1}$
18	$2C_{n}^{2}+7C_{n}^{3}+12C_{n}^{4}+\cdots+(5n-8)C_{n}^{n}$
19	$-2C_{n}^{1}+3C_{n}^{2}-4C_{n}^{3}+\cdots+(-1)^{n}(n+1)C_{n}^{n}$
20	$C_{n}^{0}+3C_{n}^{1}+5C_{n}^{2}+\cdots+(2n-1)C_{n}^{n-1}$

Раздел 4

Тема: Рекуррентные соотношения.

Задание 4.1

4.1.1 Найти общее решение рекуррентного соотношения 5-го порядка

$f(n+5)=a\cdot f(n+4)+b\cdot f(n+3)+c\cdot f(n+2)+d\cdot f(n+1)+e\cdot f(n)$

№ варианта	***a***	***b***	***c***	***d***	***e***
1	4	3	-34	52	-24
2	0	18	-4	-57	-36
3	-1	11	29	26	8
4	2	17	-70	92	-40
5	1	14	-6	-45	-27
6	-6	-6	16	15	-18
7	-2	11	40	44	16
8	-2	9	22	-4	-24
9	5	-4	-16	32	-16
10	5	-2	-14	3	9
11	15	-83	205	-216	80
12	7	-7	-19	16	20
13	6	-11	2,	12	-8
14	3	5	-27	32	-12
15	9	-26	20	24	-32
16	2	6	-4	-13	-6
17	-11	-30	22	95	-75
18	2	10	-8	-33	-18
19	3	13	-11	-24	20
20	-4	3	34	52	24

4.1.2 Найти общее решение рекуррентного соотношения 5-го порядка

$f(n+5)=a\cdot f(n+4)+b\cdot f(n+3)+c\cdot f(n+2)+d\cdot f(n+1)+e\cdot f(n)$

№ варианта	***a***	***b***	***c***	***d***	***e***
1	2	-2	8	-16	16
2	$2\sqrt{3}$	-4	-3	$6\sqrt{3}$	-12
3	2	-4	4	8	-16
4	-2	-2	5	10	10
5	$-2\sqrt{3}$	-4	-6	$-12\sqrt{3}$	-24
6	-2	-4	-1	-2	-4

7	4	-8	-5	20	-40
8	$4\sqrt{3}$	-16	2	$-8\sqrt{3}$	32
9	4	-16	3	-12	48
10	-4	-8	-2	-8	-16
11	$-4\sqrt{3}$	-16	4	$16\sqrt{3}$	64
12	-4	-16	6	24	96
13	2	-2	-8	16	-16
14	$2\sqrt{3}$	-4	27	$-54\sqrt{3}$	108
15	2	-4	1	-2	4
16	2	-2	5	-10	10
17	$2\sqrt{3}$	-4	-6	$12\sqrt{3}$	-24
18	2	-4	7	-14	28
19	-2	-2	-8	-16	-16
20	$-2\sqrt{3}$	-4	3	$6\sqrt{3}$	12

4.1.3. Найти общий вид решения рекуррентного соотношения 4-го порядка $x_{n+4}+ax_{n+3}+bx_{n+2}+cx_{n+1}+dx_n=0$, если $x_0=0$.

№	a	b	c	d
1	$-6-2\sqrt{3}$	$13+12\sqrt{3}$	$-24-18\sqrt{3}$	36
2	-3	4	0 ,	-8
3	1	. -12	-26	-24
4	$2\sqrt{3}$	3	$-2\sqrt{3}$	-4
5	4	5	2	-12
6	-5	-2	14	-20
7	$-4-2\sqrt{3}$	$7+8\sqrt{3}$	$-16-6\sqrt{3}$	12
8	-4	-27	62	-140
9	1	-30	-62	-60
10	$4+2\sqrt{3}$	$8+8\sqrt{3}$	$16+8\sqrt{3}$	16
11	-4	1	-6	36
12	1	-22	42	-36
13	$-2-2\sqrt{3}$	$5+4\sqrt{3}$	$-8-2\sqrt{3}$	4
14	-7	0	8	-56
15	-6	-23	-34	-18
16	$-3+2\sqrt{3}$	$6-6\sqrt{3}$	$-12+4\sqrt{3}$	8
17	-4	1	-6	36
18	-4	-9	26	-30
19	$-4-2\sqrt{3}$	$8+8\sqrt{3}$	$-16-8\sqrt{3}$	16
20	-1	-4	16	-24

4.1.4. Найти общее решение рекуррентного соотношения 4-го порядка

$$f(n+4)=a\cdot f(n+3)+b\cdot f(n+2)+c\cdot f(n+1)+d\cdot f(n)$$

с заданными начальными условиями $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$.

№	*a*	*b*	*c*	*d*	*f(0)*	*f(1)*	*f(2)*	*f(3)*
1	-2	7	20	12	3	-6	14	-34
2	-5	-1	21	18	2	3	-3	33
3	-3	7	15	-18	6	3	17	-15
4	0	11	-18	8	4	1	-1	-1
5	2	7	-20	12	1	2	2	-2
6	5	-1	-21	18	3	8	8	38
7	-1	7	13	6	1	6	1	44
8	-6	0	22	-15	5	-4	19	-54
9	3	3	-7	-6	3	-3	12	-3
10	7	-12	-4	16	4	-3	-1	-19
11	1	7	-13	6	3	3	4	7
12	4	-3	-4	4	0	-3	3	3
13	5	3	-13	-10	3	3	0	15
14	11	-39	49	-20	2	0	-11	-58
15	-3	9	23	12	3	4	21	50
16	0	11	18	8	1	3	-8	15
17	3	-1	-3	2	-1	-6	-3	-22
18	2	12	-18	-27	4	2	4	50
19	-7	-13	3	18	2	1	7	-17
20	-1	12	28	16	-2	-1	9	-29