

**Программа курса «Дискретная математика»
по направлению подготовки
03.03.01 «Прикладные математика и физика»**

1. Элементы теории множеств

1.1 Понятие множества.

Основные определения. Способы задания множеств. Равенство множеств. Подмножество.

1.2. Операции над множествами.

Объединение множеств. Пересечение множеств. Разность множеств. Симметрическая разность. Универсальное множество. Дополнение множества. Принцип двойственности в алгебре множеств. Тождества алгебры множеств. Разбиение множества. Упорядоченное множество. Прямое произведение множеств. Проекция.

1.3 Соответствия и отображения.

Соответствие. Свойства соответствий. Обратное соответствие. Композиция соответствий. Отображения и функции. Сюръекция. Инъекция. Биекция. Основные свойства отображений. Функция. Способы задания функции. Сужение функции. Обратная функция. Функция времени. Понятие функционала. Понятие оператора.

1.4 Отношения.

Задание бинарных отношений. Свойства бинарных отношений. Примеры отношений: отношение тождества, рефлексивные отношения, иррефлексивные отношения, симметричные отношения, транзитивные отношения, антисимметричные отношения. Отношение эквивалентности. Лемма о разбиении множества на классы. Свойства отношения эквивалентности. Отношение порядка.

1.5. Конечные и бесконечные множества.

Счетные и несчетные множества. Понятие мощности множества. Свойства счетных множеств. Эквивалентность множеств. Теорема Г. Кантора. Теорема Кантора-Бернштейна. Гипотеза континуума. Алгебраические и трансцендентные числа. Верхняя и нижняя границы множества. Теорема о верхних и нижних границах подмножества. Аксиоматика Цермелло-Френкеля.

1.6 Основы теории нечетких множеств.

Определение нечеткого множества. Функция принадлежности. Нормальное, субнормальное нечеткое множество. Основные виды функций принадлежности. Операции над нечеткими множествами. Декартово произведение нечетких множеств.

2. Элементы теории графов.

2.1. Определение графа.

Граф. Ориентированный, неориентированный графы. Теорема о сумме степеней вершин графа. Типы графов. Регулярные графы. Нуль-граф. Полный граф. Платоновы графы. Двудольные графы. Изоморфизм графов. Подграф. Частичный граф.

2.2. Операции в графе.

Операция удаления ребра. Операция удаления вершины. Операция введения ребра. Операция введения вершины. Операция объединения графов. Произведение графов. Слияние вершин. Операция стягивания ребра. Операция расщепления вершины. Операция соединения графов. Операция дополнения графа.

2.3 Маршруты и пути в графах.

2.3.1 Маршруты и циклы в неориентированном графе. Маршрут (цепь). Длина (мощность) маршрута. Простая цепь (цикл). Элементарная цепь. (цикл). Эйлеровы и гамильтоновы цепи. Пути и контуры в ориентированном графе.

2.4 Связность графа. Степень связности графа. Изоморфизм графов. Гомеоморфизм графов.

Плоские и планарные графы. Теорема Л. Эйлера о плоских графах и их следствия. Теорема Понтрягина-Куратовского. Жордановская кривая. Теорема Жордана. Теоремы об укладке графов в трехмерном пространстве и на сфере.

2.5 Способы представления графа.

2.5.1 Графический способ. Аналитический способ.

2.5.2 Матричные представления графа.

Матрица смежности графа (ориентированного и неориентированного). Матрица инцидентий (ориентированного и неориентированного) графа. Матрица Кирхгофа. Достижимость и контрдостижимость в графе. Матрица достижимостей и контрдостижимостей графа. Теорема об изоморфизме графов.

2.6 Характеристики графов.

2.6.1 Цикломатическое число графа. Хроматическое число графа. Правильная раскраска. Практические задачи, сводящиеся к задаче раскраски.

2.6.2 Эйлеровы графы. Свойства эйлеровых графов. Теорема о существовании цикла в графе. Теорема об эйлеровом графе. Алгоритм Флери. Гамильтоновы графы. Условия существования гамильтоновых циклов в графе. Теорема Дирака. Теорема Оре.

2.7 Расстояния в графах

2.7.1 Матрица расстояний. Диаметр и радиус графа. Нахождение периферийных и центральных вершин.

2.7.2 Степень входа и выхода вершин в орграфе. Теорема о сумме степеней вершин для орграфа. Взвешенный ориентированный граф. Матрица весов. Помеченный граф.

2.7.3 Граф-сеть. Алгоритм нахождения путей экстремальной длины в орграфе.

2.8 Деревья.

Определение дерева. Остовное дерево. Свойства деревьев. Теорема о представлении графа как дерева и ее следствие.

2.9 Бесконечные графы.

2.9.1 Определение бесконечного графа. Локально конечные графы. Теорема о локально счетном бесконечном графе и ее следствия. Разновидности маршрута в бесконечном графе. Лемма Кенига.

3. Элементы комбинаторного анализа

3.1 Правило суммы. Правило прямого произведения. Размещения с повторениями. Размещения без повторений. Перестановки. Перестановки с повторениями. Сочетания. Сочетания с повторениями. Полиномиальная формула. Субфакториал. Вычисление субфакториалов. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Расширенные биномиальные коэффициенты.

3.2 Метод включений и исключений (Теорема).

3.3 Метод рекуррентных соотношений. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами и их решения. Числа Фибоначчи и их свойства. Производящая функция. Задача Л. Эйлера и ее решение. Решение рекуррентных соотношений с помощью производящих функций. Преобразование производящих функций. (Сдвиг, полиномиальный множитель и делитель, сложение, умножение на константу, свертка)

Литература

Основная:

1. С.Д. Шапорев. Дискретная математика. С-кт Петербург, БХВ-Петербург, 2007 г.
2. Ю.П. Шевелев. Дискретная математика, СПб, «Лань», 2008 г.
3. В.Б. Гисин. Дискретная математика. М.-Юрайт, 2017г.

4. В.И. Копылов. Курс дискретной математики, СПб, «Лань», 2011 г.
5. Ю.П. Шевелев, Л.А. Писаренко, М.Ю. Шевелев. Сборник задач по дискретной математике Санкт-Петербург-Москва, Лань, 2012 г.
6. Зыков А.А. Основы теории графов. М., Наука, 1987 г.

Дополнительная:

1. Ф.А. Новиков. Дискретная математика для программистов. Санкт-Петербург, Питер, 2001 г.
2. С.Н. Поздняков, С.В. Рыбин. Дискретная математика. М., «Академия», 2008 г.
3. О.Е. Акимов. Дискретная математика. Логика, группы, графы. Москва, Лаборатория базовых знаний, 2001 г.
4. Ю.П. Шевелев. Прикладные вопросы дискретной математики, СПб, «Лань», 2018 г.
5. М.М. Глухов, А.Б. Шишков. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов. С-кт Петербург-Москва-Краснодар, Лань, 2012 г.
6. О.П. Кузнецов. Дискретная математика для инженера, СПб., Лань, 2007

Программа утверждена
на заседании кафедры ВИТ