

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Саровский физико-технический институт

УТВЕРЖДАЮ
Руководитель СарФТИ НИЯУ МИФИ
_____ А.Г. Сироткина
« ____ » _____ 2025г.

СОГЛАСОВАНО
Заместитель руководителя по УР
СарФТИ НИЯУ МИФИ
_____ Т.Г. Соловьев
« » _____ 2025 г.

Программа вступительного испытания (в виде собеседования)

в магистратуру СарФТИ НИЯУ МИФИ

Математика и информатика

(направление подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»)

Профили подготовки:

1. Высокопроизводительные вычисления и технологии параллельного программирования в пакете ЛОГОС
2. Математические и информационные технологии

Форма обучения Очная

г. Саров
2025 г.

I. Общие положения

Цель данной программы состоит в оценке полученных ранее теоретических знаний и практических навыков, которыми должен обладать претендент на поступление в магистратуру по направлению подготовки **01.04.02 «Прикладная математика и информатика»**.

Данная программа составлена в соответствии с ОС НИЯУ МИФИ по направлению подготовки **01.03.02 «Прикладная математика и информатика»**, профилю подготовки **«Высокопроизводительные вычисления и технологии параллельного программирования»** и включает 2 блока.

Вступительное испытание в магистратуру проводится в форме собеседования с обязательным оформлением ответов на вопросы билета в письменном виде.

II. Оценка испытания:

Оценка за собеседование выставляется по 100-бальной шкале. Оценивается средний балл по диплому бакалавра, мотивационная и профессиональная направленность претендента (40 баллов) и ответ по билету (60 баллов).

Минимальный балл, необходимый для успешного прохождения собеседования и дальнейшего участия в конкурсе, ежегодно устанавливается приемной комиссией НИЯУ МИФИ.

Минимальный балл – 60.

Критерии оценки:

100-95 баллов – высокий уровень предыдущего образования, высокий уровень профессиональной и научной мотивации; даны исчерпывающие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, претендент демонстрирует глубокие теоретические знания, умение сравнивать и оценивать различные научные подходы, пользоваться современной научной терминологией.

94-90 баллов – высокий уровень предыдущего образования, а также профессиональной и научной мотивации; даны полные, достаточно глубокие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной

комиссией, претендент демонстрирует хорошие знания, умения пользоваться современной научной терминологией.

89-85 баллов – средний уровень предыдущего образования, а также учебной и профессиональной мотивации; даны обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, претендент демонстрирует хорошие знания.

84-60 баллов – средний уровень предыдущего образования, а также учебной и профессиональной мотивации; даны в целом правильные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, при этом претендент недостаточно аргументирует ответы.

59-0 баллов – низкий уровень предыдущего образования, а также учебной, профессиональной и научной мотивации; в ответе допущены значительные ошибки, претендент демонстрирует непонимание основного содержания теоретического материала, неумение высказываться, поверхностность и слабую аргументацию суждений.

Примечание: на собеседовании оценка выставляется за несколько вопросов в пределах каждого блока, а не за каждый отдельный вопрос. Сумма баллов, набранных в каждом блоке, является итоговой оценкой собеседования.

ПЕРВЫЙ БЛОК (образование и мотивационно-профессиональная направленность претендента):

Соответствие профиля и уровня полученного ранее образования, успеваемость в вузе, наличие диплома с отличием, наличие сертификатов об образовании, наличие научных публикаций.

Представления о сферах и направлениях профессиональной деятельности и будущей специальности, общая ориентация в профессиональной проблематике, наличие опыта работы по выбранному направлению, полученные знания и профессиональные навыки, планирование будущей карьеры.

Способность к обучению: восприимчивость к знаниям, скорость усвоения, степень активности при обучении, дисциплинированность, организованность, ответственность; умение организовать деятельность с использованием полученных знаний; уровень самостоятельности в принятии решений; ответственность за результаты учебы, ожидания от учебного процесса в вузе.

Общие критерии для определения оценки абитуриента по I блоку:

30 - 40 баллов – высокий уровень (высокий уровень и качество полученного образования: диплом с отличием, средний балл диплома выше 4,5 балла; высокий уровень профессиональной и научной мотивации: наличие сертификатов об образовании, научных публикаций; при собеседовании претендент проявил целенаправленность и осознанность выбора направления подготовки, высокий уровень ответственности за собственные результаты учебной и профессиональной деятельности, знания и профессиональные навыки, имеет опыт работы по выбранному направлению);

10 - 29 баллов – средний уровень (средний балл диплома от 3,5 до 4,4 балла; высокий уровень учебной и профессиональной мотивации; при собеседовании претендент проявил неопределенность в выборе направления подготовки, недостаточный уровень ответственности за собственные результаты учебной и профессиональной деятельности, имеются недостатки в проявлении знаний и профессиональных навыков);

0 - 9 баллов – низкий уровень (образование не соответствует выбранному профилю, отсутствие научной деятельности, низкий уровень учебной, профессиональной и научной мотивации: отсутствие сертификатов об образовании, научных публикаций; при собеседовании претендент не проявил целенаправленность и осознанность выбора направления подготовки, низкий уровень ответственности за собственные результаты учебной и профессиональной деятельности, не продемонстрировал знания и профессиональные навыки).

ВТОРОЙ БЛОК (вопросы по магистерской программе «Высокопроизводительные вычисления и технологии параллельного программирования»):

Раздел 1. Математический анализ

1. Непрерывные функции одной и многих переменных, их свойства. Теорема Вейерштрасса о достижимости непрерывной на отрезке функцией наибольшего и наименьшего значения.

2. Равномерная непрерывность функций, теорема Кантора - Гейне о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке.

3. Дифференцируемость функций многих переменных. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Частные производные, дифференцируемость функции с непрерывными частными производными. Производная по заданному направлению, градиент.

4. Определенный интеграл от функции одной переменной по отрезку и его

свойства. Суммы Дарбу. Интегрируемость ограниченной непрерывной (кроме конечного числа точек) функции.

5. Свойства интегрируемых функций. Теорема о среднем. Интегрирование путем замены переменной. Интегрирование по частям, формула Тейлора.

6. Формула Ньютона-Лейбница. Интеграл и задача об определении площади.

7. Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий сходимости Коши. Достаточные признаки сходимости: Коши, Даламбера, интегральный, Лейбница, Абеля, Дирихле. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства сходящихся рядов.

8. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда, теорема Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда.

9. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов непрерывных и гладких функций (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).

10. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметрам и её признаки. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.

11. Двойные интегралы. Сведение двойного интеграла к повторному. Условия существования двойного интеграла. Выражение для площади области через двойной интеграл. Замена переменных в двойных интегралах. Полярная система координат на плоскости.

12. Кратные интегралы ($n \geq 3$). Замена переменных в кратных интегралах. Сферические и цилиндрические координаты в R^3 .

13. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го типа на плоскости, связь между ними. Формула Грина.

14. Криволинейный интеграл 2-го типа по кривой в трёхмерном пространстве, формула Стокса.

15. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го типа в трёхмерном пространстве. Формула Гаусса–Остроградского.

16. Гладкие отображения из R^n в R^m , касательное пространство, дифференциал отображения. Теорема о неявной функции.

17. Необходимые условия достижения гладкой функцией многих переменных локального экстремума во внутренней точке области.

18. Необходимый признак условного экстремума в задаче с гладкими ограничениями (метод множителей Лагранжа).

19. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость рядов Фурье.

20. Равномерная сходимость ряда Фурье по тригонометрической системе для функции с кусочно-непрерывной производной.

21. Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции на отрезке тригонометрическими и обычными полиномами.

22. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.

23. Комплексные числа, комплексные функции комплексного аргумента, условия Коши-Римана их дифференцируемости.

24. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру от аналитической функции.

25. Интеграл Коши. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Изолированные особые точки, ряд Лорана.

26. Теорема о вычетах, лемма Жордана об интегралах от аналитической функции, умноженной на мнимую экспоненту по дугам окружностей растущего радиуса.

27. Метод Лапласа нахождения асимптотического поведения интегралов.

28. Преобразование Фурье в R^n . Обратное преобразование Фурье. Теорема Планшереля.

Раздел 2. Аналитическая геометрия

1. Декартова прямоугольная система координат в R^2 и R^3 , преобразование координат при переходе к новой декартовой системе. Движения в плоскости и пространстве. Углы Эйлера.

2. Уравнения прямой в R^2 , плоскости в R^3 , задание прямых в R^3 . Угол между прямыми (в R^2 и в R^3), угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой и плоскости.

3. Уравнение кривой второго порядка в R^2 . Преобразование его коэффициентов при переходе к новой декартовой системе, инварианты. Канонический вид уравнений, классификация кривых второго порядка.

4. Уравнение поверхности второго порядка в R^3 , его канонический вид, классификация поверхностей второго порядка.

Раздел 3. Дифференциальная геометрия

1. Гладкие кривые в R^3 . Главная нормаль и бинормаль кривой. Основной триэдр. Кривизна и кручение кривой. Формулы Френе. Уравнения

касательной, нормали и бинормали кривой, уравнения соприкасающейся, нормальной и спрямляющей плоскостей.

2. Первая квадратичная форма гладкой поверхности в \mathbb{R}^3 . Длина кривой на поверхности, угол между кривыми на поверхности, площадь поверхности.

3. Вторая квадратичная форма гладкой поверхности в \mathbb{R}^3 . Кривизна кривой на поверхности. Главные кривизны. Средняя и гауссова кривизны. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии.

Раздел 4. Линейная алгебра

1. Линейное пространство, линейная независимость его элементов, размерность линейного пространства, конечномерное линейное пространство, базис, равномощность всех базисов.

2. Ранг прямоугольной матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли.

3. Определитель квадратной матрицы, его свойства. Обратная матрица, выражение её элементов через алгебраические дополнения, правило Крамера.

4. Умножение матриц, многочлены от квадратных матриц, характеристический многочлен, теорема Гамильтона-Кэли.

5. Линейные операторы, билинейные формы. Координаты векторов, матрицы операторов и квадратичных форм в заданном базисе конечномерного пространства, их преобразование при переходе от одного базиса к другому.

6. Линейные операторы в конечномерном пространстве: собственные значения и собственные векторы, инвариантные подпространства, теорема о жордановой нормальной форме (без доказательства).

7. Евклидовы пространства: скалярное произведение, неравенство Коши-Буняковского-Шварца; норма, порождённая скалярным произведением; ортогональность. Построение ортонормированного базиса конечномерного евклидова пространства (ортogonalизация Грама-Шмидта).

8. Сопряжённые, самосопряжённые, ортогональные операторы в конечномерном евклидовом пространстве. Действительность собственных значений самосопряжённого оператора, существование ортонормированного базиса собственных векторов. Приведение квадратичной формы к главным осям. Теорема о паре квадратичных форм.

9. Норма векторов в линейном пространстве, норма линейных операторов. Сходимость последовательностей линейных операторов.

Раздел 5. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Системы дифференциальных уравнений, решение системы, интегральные кривые. Начальное условие, общее решение.

2. Дифференциальное уравнение первого порядка. Решение уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Уравнение в полных дифференциалах (относительно двух неизвестных), достаточное условие его разрешимости, интегрирующий множитель. Дифференциальные уравнения порядка n , сведение их к нормальной системе дифференциальных уравнений.

3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения $y' = f(x, y)$. Случай нормальной системы (y в R^n).

4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Определитель Вронского, фундаментальная система решений, формула Лиувилля – Остроградского.

5. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Однородные и неоднородные системы. Метод вариации постоянных. Решение систем с постоянными коэффициентами, линейных дифференциальных уравнений порядка n с постоянными коэффициентами.

6. Типы особых точек двумерных линейных систем с постоянными коэффициентами.

7. Теорема о непрерывной зависимости решения нормальной системы дифференциальных уравнений от параметров. Непрерывная зависимость от начальных данных.

8. Теорема о дифференцируемости решения нормальной системы дифференциальных уравнений по параметру, уравнение в вариациях.

6. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Теоремы Ляпунова об устойчивости и неустойчивости по линейному приближению.

7. Линейные однородные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Система характеристических уравнений. Задача Коши, метод характеристик.

Раздел 6. Уравнения математической физики

1. Классификация линейных относительно старших производных уравнений второго порядка (случаи двух и нескольких независимых переменных), характеристические уравнения.

2. Линейное уравнение гиперболического типа с двумя переменными. Сопряжённый дифференциальный оператор; интегральная форма решения; функция Римана, её физический смысл.

3. Задача Коши для волнового уравнения в полупространстве $t \geq 0$ с начальными условиями на гиперплоскости $t=0$. Случай одной пространственной переменной, формула Даламбера.

4. Задача Коши для волнового уравнения в полупространстве $t \geq 0$ с начальными условиями на гиперплоскости $t=0$. Случай трёх пространственных переменных, формула Пуассона.

5. Постановка краевых задач для волнового уравнения. Решение методом Фурье волнового уравнения в ограниченной пространственной области при $t \geq 0$.

6. Задача на собственные значения для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Основные свойства собственных функций и собственных значений.

7. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности, физический смысл граничных условий.

8. Принцип максимума для одномерного уравнения теплопроводности, следствия; теорема единственности для $a \leq x \leq b$ и всей прямой.

9. Применение метода Фурье для решения краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности при $0 \leq t \leq T$, $a \leq x \leq b$ с однородными граничными условиями. Определение функции Грина для этой задачи, её физический смысл.

10. Задача Коши для одномерного уравнения теплопроводности в полуплоскости $t \geq 0$, интеграл Пуассона.

11. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа. Теоремы единственности для внешней и внутренней краевых задач Дирихле и Неймана.

12. Оператор Лапласа в сферических координатах (в R^2 , R^3). Решения уравнения Лапласа, зависящие только от расстояния до начала координат.

13. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге в R^2 .

14. Гармонические функции. Принцип максимума, теорема о среднем.

Раздел 7. Численные методы

1. Приближение функций. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа и Ньютона. Интерполяция и приближение сплайнами.

2. Приближение функций. Метод наименьших квадратов, использование ортогональных систем.

3. Численное дифференцирование. Погрешность численного дифференцирования. Метод Рунге повышения точности.

4. Численное интегрирование. Квадратуры с заданными узлами, формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Квадратуры Гаусса. Погрешность квадратурных формул.

5. Системы линейных алгебраических уравнений, численное решение методом исключения Гаусса. Вычисление определителей и обратных матриц. Погрешность численного решения, обусловленность матриц.

6. Трёхдиагональные системы линейных алгебраических уравнений, метод прогонки.

7. Системы линейных алгебраических уравнений, численное решение методами простой итерации и Зейделя, достаточные условия сходимости методов, диагональное преобладание.

8. Частичная и полная проблемы собственных значений, степенной метод определения максимального по модулю собственного значения (невыврожденный случай).

9. Метод интерполяции для решения алгебраической проблемы собственных значений.

10. Решение нелинейных уравнений с одним неизвестным. Методы дихотомии, простой итерации, Ньютона, секущих; оценки скорости сходимости.

11. Определения сходимости, устойчивости, аппроксимации разностных схем для обыкновенных дифференциальных уравнений и линейных уравнений в частных производных. Теорема о сходимости при условии аппроксимации и устойчивости.

12. Методы исследования устойчивости разностных схем для линейных уравнений (метод разделения переменных, принцип максимума).

13. Схемы Рунге-Кутты, Адамса решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Примеры исследования устойчивости.

14. Линейное уравнение переноса. Схемы бегущего счета, критерии их устойчивости. Монотонность схем. Диссипативные схемы.

15. Параболические уравнения. Явные и неявные схемы, исследование их устойчивости. Продольно-поперечная схема.

16. Гиперболические уравнения. Схема крест, неявные схемы, критерии их устойчивости. 17. Простейшая разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

Общие критерии для определения оценки абитуриента по II блоку:

50 - 60 баллов – высокий уровень (полный, грамотный, логически правильно построенный, обоснованный и аргументированный ответ на теоретические и практические вопросы по профилю подготовки);

15 - 49 баллов – средний уровень (имеются недочеты и ошибки при ответе);

0 - 14 баллов – низкий уровень (нет ответа, бессмысленность ответа, полная безграмотность, грубейшие ошибки)

III. Рекомендуемая литература для подготовки

Рекомендуемая литература

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ижевск: РХД. 2000.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н. П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Физматлит, 2001.
3. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: Добросвет, 2009.
4. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. М.: Наука. 1977.
5. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: МГУ, 1997.
6. Зорич В.А. Математический анализ. Т.1, 2. М.: МЦНМО, 2007.
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. Изд. Наука, Москва, 1968.
8. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. Изд. Физматлит, Москва, 2001.
9. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. Т. 1,2. М.: МГУ, 1987.
10. Калиткин Н.Н. Численные методы. Изд. Наука, Москва, 1978.
11. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1965.
12. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физматлит, 1961.
13. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Изд. Наука, Москва, 1970.
14. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. М.: МГУ, 1990.
15. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.
16. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. Изд. Наука, Москва, 1958.

Программа собеседования по магистерской программе
01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль 1 «Высокопроизводительные вычисления и
технологии параллельного программирования в пакете
ЛОГОС»

Профиль 2 «Математические и информационные
технологии»

17. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.
Изд. Наука, Москва, 1966.

18. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.
Ижевск: РХД, 2000.

Программу разработали:

Бутнев О.И., Вронский М.А., Голубев А.И., Городничев А.В., Дерюгин Ю.Н.,
Мельников В.М., Пронин В.А, Сапронов И.С., Тихомиров Б.П.,
Тихонов А.В.